

Урок 3. **Степінь з натуральним та цілим показниками. Властивості степенів. Одночлени та дії над ними**

План уроку

1. Степінь з натуральним показником.
2. Властивості степенів.
3. Степінь з цілим показником.
4. Одночлени.
5. Дії над одночленами.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

добирає дані, потрібні для розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 1.2.3-1];

визначає межі даних у комплексних проблемних ситуаціях [12 МАО 1.2.3-2];

розрізняє форми подачі інформації математичного змісту (текст, графік, аудіо, відео тощо) [12 МАО 2.1.1-1];

впорядковує інформацію математичного змісту [12 МАО 2.1.3-1];

вирізняє надлишкові дані для розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 3.1.2-1];

визначає, яких даних недостатньо для розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 3.1.2-2];

визначає можливості застосування відомих математичних фактів і послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 МАО 4.2.1-1];

застосовує визначену послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 МАО 4.2.1-3].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) На початку вивчення теми запропонуйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку. Запитання лише сформулюйте, без відповідей на них. Відповіді отримаємо упродовж уроку.
- 2) Запропонуйте учням/ученицям 2 – 3 тестові завдання ЗНО на повторення. Це важливо як для засвоєння матеріалу, так є й важливим мотиваційним чинником.

- 3) Сформулюйте (без розв'язання) дослідницькі задачі. При формулюванні задачі 2, запитайте учнів/учениць, якою може бути товщина газети, якщо її скласти 50 разів? Озвучте кілька відповідей.
- 4) Теорію подавайте стисло. Зразки можливого подання теорії наводяться нижче. Наголошуйте на важливості поняття степеня та дій зі степенями.
- 5) Акцентуйте увагу учнів/учениць, що оскільки степінь з натуральним показником є дією множення рівних множників, то таку дію можна спростити на підставі правил множення і ділення чисел (скорочення дробів), які називають властивостями степенів. І тоді сформулюйте властивості степенів.
- 6) Покажіть доведення формул на прикладі правила множення степенів з однаковими основами.
- 7) Зазначте, що властивості степенів виконуються для будь-якого дійсного показника степеня.
- 8) До кожного теоретичного твердження наведено кілька ілюстративних прикладів. Обирайте ілюстративні приклади на свій розсуд.
- 9) Пояснення приведення одночлена до стандартного вигляду та означення коефіцієнта одночлена можна подати у вигляді схеми.
- 10) Зауважте, що виконання дій над одночленами — це передовсім використання властивостей степенів, а також дії над числами, які є множниками одночленів.
- 11) Увесь запропонований матеріал неможливо подати в часових вимірах одного уроку, тому обирайте кількість матеріалу на ваш розсуд.
- 12) Обов'язково пропонуйте останні блоки уроку, а саме: розв'язування задач дослідницького змісту та тренувальні вправи як важливий компонент формування практичних навиків і навчання учнів самостійної роботи над завданнями.

I. Організаційна частина (4 хв)

Мотиваційні запитання

- 1) Як для зручності записати добуток багатьох рівних множників?
- 2) Як зручно виконувати дії з виразами, що мають багато рівних множників?
- 3) Як записувати «великі» числа, наприклад, відстані між планетами, зорями?
- 4) Як записувати «малі» числа, наприклад, масу електрона або молекули певної речовини?
- 5) Як перетворювати степеневі вирази?

II. Повторення (4 хв)

1. Виразіть у відсотках число $\frac{1}{5}$. (Пробне ЗНО, 2015 р.).

А	Б	В	Г	Д
2%	20%	50%	0,2%	1,5%

2. Журнал коштував 25 грн. Через два місяці цей самий журнал став коштувати 21 грн. На скільки відсотків знизилася ціна журналу? (ЗНО, 2011 р.).

А	Б	В	Г	Д
на 4 %	на $\frac{25}{21} \cdot 100\%$	на $\frac{4}{21} \cdot 100\%$	на 16 %	на 84 %

3. За використання базового пакета телевізійних програм абонент щомісяця сплачував 25 грн. Компанія запропонувала абонентові розширений пакет телевізійних каналів із щомісячною платою 60 грн. На скільки відсотків більше платитиме абонент щомісяця, якщо він погодиться з цією пропозицією компанії? (ЗНО, 2011 р., додаткова сесія).

А	Б	В	Г	Д
на 240%	на 140%	на 60%	на 35%	на $58\frac{1}{3}\%$

4. За переказ грошей клієнт повинен сплатити банку винагороду в розмірі 2% від суми переказу. Скільки всього грошей (у гривнях) йому потрібно сплатити в касу банку, якщо сума переказу становить 30000 грн? (ЗНО, 2009 р.).

А	Б	В	Г	Д
36000 грн	30600 грн	30060 грн	30030 грн	30006 грн

Відповіді. 1 – Б; 2 – Г; 3 – Б; 4 – Б.

Як я вирішую певну проблему?

Задача 1. Яке найбільше число можна записати за допомогою трьох цифр без використання знаків дій?

Задача 2. Обчисліть товщину газети, якщо її скласти 50 разів.

III. Означення степеня з натуральним показником (3–4 хв)

Як зручно записати добуток багатьох рівних множників?

Відповідь. У вигляді степеня.

Наприклад.

$$1) 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^6; \quad 2) \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4; \quad 3) b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b = b^7.$$

У загальному вигляді: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$, де n належить множині натуральних чисел.

a — основа степеня;

n — показник степеня.

Основа степеня визначає, яке число, буква, вираз множаться самі на себе.

Показник степеня визначає, скільки разів число, буква, вираз множаться самі на себе.

Вираз a^n називають «степенем» і дію піднесення до степеня також називають «степенем».

Наприклад. Шість у десятому степені: 6^{10} .

Зауваження. В українській мові слово «ступінь» — чоловічого роду.

Ілюстративні приклади (2 хв)

5. Запишіть у вигляді степеня $ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab$.

Розв'язання. Оскільки маємо 5 однакових множників, то:

$$ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab = (ab)^5.$$

Відповідь. $(ab)^5$.

6. Запишіть у вигляді добутку: $(2 - a)^4$.

Розв'язання. Показник степеня визначає, що вираз $(2 - a)$ потрібно чотири рази помножити самого на себе:

$$(2 - a)^4 = (2 - a) (2 - a) (2 - a) (2 - a).$$

Відповідь. $(2 - a) (2 - a) (2 - a) (2 - a)$.

IV. Властивості степенів (6 хв)

Як зручно виконувати дії з виразами, що мають багато рівних множників?

Наприклад, як обчислити значення виразу $7^{10} \cdot 7^6 : 7^{12}$?

Відповідь. Використовувати властивості степенів.

Властивості степенів із натуральними показниками

Нехай, a, b — дійсні числа, m, n — натуральні числа. Тоді виконуються рівності 1–5.

1. Правило множення степенів з однаковими основами.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

$$a^m \cdot a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_m \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{m+n}.$$

2. Правило піднесення добутку чисел до степеня.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \text{ або } (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n.$$

3. Правило ділення степенів з однаковими основами.

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}, a \neq 0.$$

$$\frac{a^n}{a^m} = \frac{\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n}{\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_m} = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n-m}.$$

4. Правило піднесення дробу (дробового виразу) до степеня.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, b \neq 0.$$

5. Правило піднесення степеня до степеня.

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

Ілюстративні приклади (3–4 хв)

7. Спростіть вираз $\frac{x^2 \cdot x^5}{x^3}$.

Розв'язання. $\frac{x^2 \cdot x^5}{x^3} = \frac{x^{2+5}}{x^3} = \frac{x^7}{x^3} = x^{7-3} = x^4$.

Відповідь. x^4 .

8. Спростіть вираз $(a^2b^4)^3$.

Розв'язання. $(a^2b^4)^3 = (a^2)^3 \cdot (b^4)^3 = a^{2 \cdot 3} \cdot b^{4 \cdot 3} = a^6b^{12}$.

Відповідь. a^6b^{12} .

9. Піднесіть добуток до степеня: $(5a^2b^3)^4$.

Розв'язання. $(5a^2b^3)^4 = 5^4 \cdot (a^2)^4 \cdot (b^3)^4 = 625a^8b^{12}$.

Відповідь. $625a^8b^{12}$.

10. Знайдіть значення виразу $(3x^2y)^3 \cdot y^3$, якщо $x = 2$, $y = 0,5$.

Розв'язання. Спростимо вираз: $(3x^2y)^3 \cdot y^3 = 27x^6y^3 \cdot y^3 = 27x^6y^6 = 27(xy)^6$.

Спільний показник степеня, при обчисленні значень виразів, треба виносити за дужки, оскільки $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$. Тоді простіше знаходити значення виразу.

Якщо $x = 2$, $y = 0,5$, то $27(xy)^6 = 27(2 \cdot 0,5)^6 = 27 \cdot 1^6 = 27$.

Відповідь. 27.

11. Спростіть вираз $3(ab^2)^2(p^3q^2)^4$.

Розв'язання. $3(ab^2)^2(p^3q^2)^4 = 3a^2b^4p^{12}q^8$.

Відповідь. $3a^2b^4p^{12}q^8$.

V. Степінь з цілим показником (5 хв)

Як записувати «великі» числа, наприклад, відстані між планетами, зорями?
Як записувати «малі» числа, наприклад, масу електрона або молекули певної речовини?

Відповідь. Використати степінь числа 10 та застосувати означення степеня з цілим показником.

Наприклад.

1) Відстань від Землі до Полярної зірки приблизно дорівнює 4470000000000000 км, яку можна записати як $4,47 \cdot 10^{15}$ км.

2) Радіус атома Оксигену дорівнює 0,0000000066 см.

Якщо десятковий дріб перетворити в звичайний, то $0,0000000066 = \frac{66}{10^{10}}$ см.

Такі вирази можна записувати так: $66 \cdot 10^{-10} = 6,6 \cdot 10^{-9}$.

Наприклад. $\frac{1,6}{10^{20}} = 1,6 \cdot 10^{-20}$.

Тобто, якщо степінь «втягувати» зі знаменника, то пишуть від'ємний показник степеня: $\frac{1}{3^2} = 3^{-2}$, $\frac{1}{6^{-5}} = 6^5$ тощо.

Для будь-якого числа a , яке не дорівнює 0, і натурального показника степеня:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Наприклад. $2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$, $3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$.

Розглянемо рівність $\frac{a^n}{a^n} = 1$.

При діленні степенів з однаковою основою виконується правило $a^n : a^m = a^{n-m}$.

Тоді $\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0 = 1$. Отже, $a^0 = 1$.

Наприклад. $13^0 = 1$, $(-234)^0 = 1$, $(23,56)^0 = 1$.

Якщо звичайний дріб підносити до цілого від'ємного степеня, то

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n.$$

Наприклад. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$.

Ілюстративні приклади (5 хв)

12. Обчисліть: $3^{-2} + 2^{-2}$.

Розв'язання. $3^{-2} + 2^{-2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{4} = \frac{4+9}{36} = \frac{13}{36}$.

Відповідь. $\frac{13}{36}$.

13. Спростіть вираз $(a^{-3})^{-4} : a^{-3}$.

Розв'язання. $(a^{-3})^{-4} : a^{-3} = a^{12} : a^{-3} = a^{12-(-3)} = a^{12+3} = a^{15}$.

Відповідь. a^{15} .

14. Обчисліть вираз $9^{-4} \cdot 27^2$.

Розв'язання. Подамо степені за основою 3.

Тоді $(3^2)^{-4} \cdot (3^3)^2 = 3^{-8} \cdot 3^6 = 3^{-8+6} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$.

Відповідь. $\frac{1}{9}$.

15*. Спростіть вираз $\left(\frac{4x^{-5}}{3y^{-2}}\right)^{-3} \cdot (16x^{-6}y^4)^2$.

Розв'язання. Оскільки $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$, то $\left(\frac{4x^{-5}}{3y^{-2}}\right)^{-3} = \left(\frac{3y^{-2}}{4x^{-5}}\right)^3$. Тоді

$$\begin{aligned}\left(\frac{4x^{-5}}{3y^{-2}}\right)^{-3} \cdot (16x^{-6}y^4)^2 &= \left(\frac{3y^{-2}}{4x^{-5}}\right)^3 \cdot 16^2 x^{-12} y^8 = \frac{3^3 y^{-6} \cdot 16^2 x^{-12} y^8}{4^3 x^{-15}} = \frac{27 y^2 \cdot 4^4 x^{-12+15}}{4^3} = \\ &= 27 \cdot 4 x^3 y^2 = 108 x^3 y^2.\end{aligned}$$

Відповідь. $108x^3y^2$.

VI. Одночлени. Стандартний вигляд одночлена. Дії над одночленами (7–8 хв)

Алгебричні вирази поділяють на:

- **числові вирази;**
- **виразами зі змінними.**

Вирази зі змінними утворюють зі змінних (букв), чисел, знаків дій і дужок. Виразом зі змінною вважають й окремо взятую букву.

Алгебричні вирази зі змінними поділяють на:

- **цілі вирази;**
- **дробові вирази.**

Означення. Цілими називають вирази, що не містять дії ділення на буквені вирази.

Наприклад, $x + y$, $3a^2b - 4$, $\frac{2}{3}mn^3$, $\frac{a+b}{3}$ тощо.

Порада учням/ученицям. Дробовий вираз, у знаменнику якого деяке число, можна записати у вигляді дії множення.

Наприклад, $\frac{a+b}{3} = \frac{1}{3}(a+b)$.

Узагалі, якщо в знаменнику будь-яке число, крім нуля, то такий дріб можна записати як добуток: $\frac{x}{2} = \frac{1}{2}x$, $-\frac{b}{8} = -\frac{1}{8}b$ тощо.

Означення. Вирази, що містять дію ділення на вираз зі змінною, називають *дробовими виразами*.

Наприклад, $\frac{2}{b}$, $\frac{x}{y}$, $\frac{a+b}{c^2}$, $a - \frac{b+c}{d}$ тощо.

Цілі вирази поділяють на:

- **одночлени;**
- **многочлени.**

Означення. Одночленом називається алгебричний вираз, у якому числа і букви з'єднані лише двома діями — множенням і піднесенням до натурального степеня.

Наприклад. 10 ; $7a^2$; dc ; $-0,5p^2q^5r$; $35m^3n^4c^{10}$.

Отже, над одночленами можна виконувати лише дві дії: *множення та піднесення до натурального степеня*.

Стандартний вигляд одночлена

Якщо в одночлені добуток усіх його чисел записати перед буквами, а добуток кожної його букви і її степенів подати в натуральному степені цієї букви, то після такого перетворення одночлен вважають записаним у *стандартному вигляді*, а його числовий множник називають *коефіцієнтом одночлена*.

Приклад одночленів, записаних у стандартному вигляді:

$$\begin{aligned} -2a^2b^3 \cdot (-3ab^4) &= \mathbf{6}a^3b^7 \\ m^2n \cdot 0,6mn^3 &= \mathbf{0,6}m^3n^4 \end{aligned}$$

коефіцієнти

Степінь одночлена визначають як суму показників степенів усіх букв, з яких складається одночлен.

Наприклад. Степінь одночлена $15a^2b^3c^2d$ дорівнює 8, оскільки сума показників степенів букв $(2 + 3 + 2 + 1)$ становить 8.

Примітка. Степінь одночлена з однією буквою — це степінь цієї букви. Степінь одночлена, який є числом, дорівнює 0.

Ілюстративні приклади (3–4 хв)

- 16.** Виконайте множення $(5xy) \cdot (-2x^2yb)$.

Розв'язання. $(5xy) \cdot (-2x^2yb) = 5 \cdot (-2)xx^2yub = -10x^3y^2b$.

Відповідь. $-10x^3y^2b$.

- 17.** Спростіть вираз $\left(-\frac{4}{5}ab^2\right)(-20a^4b)$.

Розв'язання. $\left(-\frac{4}{5}ab^2\right)(-20a^4b) = -\frac{4}{5} \cdot (-20) \cdot aa^4b^2b = 16a^5b^3$.

Відповідь. $16a^5b^3$.

- 18*.** Подайте одночлен $4,4(a^2bc)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}b^2c\right)^2 \cdot ac^2$ у стандартному вигляді та знайдіть його значення, якщо $a = 2$, $b = 0,5$, $c = 1$.

Розв'язання. Спочатку виконаємо піднесення до степенів виразів, що в дужках:

$$\begin{aligned} 4,4(a^2bc)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}b^2c\right)^2 \cdot ac^2 &= 4,4a^6b^3c^3 \cdot \frac{1}{4}b^4c^2 \cdot ac^2 = 4\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}a^6b^3c^3b^4c^2 \cdot ac^2 = \\ &= \frac{22}{5} \cdot \frac{1}{4}a^7b^7c^7 = \frac{11}{10}a^7b^7c^7 = 1,1a^7b^7c^7. \end{aligned}$$

Якщо $a = 2$, $b = 0,5$, $c = 1$, то $1,1a^7b^7c^7 = 1,1(abc)^7 = 1,1(2 \cdot 0,5 \cdot 1)^7 = 1,1 \cdot 1^7 = 1,1$.

Відповідь. $1,1a^7b^7c^7$; 1,1.

VII. Розв'язування дослідницьких задач. Групова активність (8 хв)

Як я вирішую певну проблему?

Задача 1. Яке найбільше число можна записати за допомогою трьох цифр, без використання знаків дій?

Розв'язання. Оскільки найбільшою цифрою є 9, то найбільшим числом, яке можна записати за допомогою трьох цифр, є число, записане трьома дев'ятками.

Можна запропонувати варіанти: 999 , 99^9 , 9^{99} .

Однак, найбільше число отримаємо, якщо запишемо так: 9^{9^9} .

Таке число містить 370 000 000 цифр. Якщо цифри записати щільно на паперовій стрічці в ряд, то отримаємо стрічку завдовжки від Львова до Донецька.

Відповідь. 9^{9^9} .

Задача 2. Обчисліть товщину газети, якщо її скласти 50 разів.

Розв'язання. Якщо скласти газету навпіл, то вона стане удвічі товстіша.

Якщо скласти газету двічі, то вона стане у чотири рази товстіша, тобто 2^2 .

Складаємо газету тричі, тоді її товщина збільшиться у вісім разів, тобто 2^3 .

Зрозуміло, що якщо скласти газету десять разів, то її товщина становитиме $2^{10} = 1022$.

А якщо скласти газету 50 разів, то товщина газети становитиме 2^{50} або $2^{50} = (2^{10})^5 = 1024^5$.

Порівняємо знайдене значення зі степенем числа 10.

Оскільки $1000 = 10^3 < 1024$, то $10^3 < 2^{10}$.

Тоді $(10^3)^5 < (2^{10})^5$.

Оскільки, товщина газети становить 0,1 мм, то в наших обчисленнях маємо:

10^{14} мм = 10^{11} м = 10^8 км, тобто 100 000 000 км.

А число $2^{50} > 10^{15}$, тому товщина газети більша за 10^8 км.

Така відстань наближено дорівнює відстані від Землі до Венери.

Відповідь. Приблизно 100 000 000 км.

Чи можливо газету скласти 50 разів?

VIII. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С

Рівень А

1. Запишіть у вигляді степеня:

1) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$;

3) $(xy) \cdot (xy) \cdot (xy) \cdot (xy)$;

5) $(2 + n) \cdot (2 + n)$;

2) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$;

4) $(abc) \cdot (abc) \cdot (abc) \cdot (abc)$;

6) $(3a - 1) \cdot (3a - 1) \cdot (3a - 1)$.

2. Обчисліть:

1) 3^3 ;

4) $(-2)^4$;

7) 10^3 ;

10) -6^2 ;

2) 2^5 ;

5) $(-4)^2$;

8) $(-10)^4$;

11) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$;

3) $(-3)^4$;

6) $(-5)^2$;

9) -4^2 ;

12) $\left(\frac{2}{5}\right)^2$;

13) $\left(2\frac{2}{3}\right)^2$;

14) $\left(1\frac{2}{3}\right)^2$;

15) $\left(-\frac{1}{4}\right)^3$;

16) $\left(-2\frac{1}{3}\right)^2$;

17) $(-3+4)^5$;

18) $2^6 + (-3)^3$.

3. Виконайте дії зі степенями:

1) $(3a^3)^2$;

2) $(6b^4)^2$;

3) $(a^7)^4 : a^{14}$;

4) $(b^4)^8 : b^{16}$;

5) $(a^2)^6 \cdot a^3$;

6) $(b^3)^4 \cdot b^2$;

7) $a^5 \cdot a^{12} : a^{15}$;

8) $b^7 \cdot b^8 : b^{14}$;

9) $a^{12} \cdot (a^3)^3 : a^{18}$;

10) $a^{14} \cdot (a^2)^3 : a^{17}$;

11) $(m^3)^8 : m^6$;

12) $(a^2)^9 : a^3$;

13) $(-9x^5y^6)^2$;

14) $(10a^4b^6)^2$;

15) $(-8m^3n^6)^2$;

16) $(-4m^4n^7)^2$;

17) $(0,5x^3y^6)^2$;

18) $(-0,3a^7b^5)^2$;

19) $(6^4)^3 : 6^{10}$;

20) $(4^3)^5 : 4^{12}$;

21) $(0,6^4)^3 : 0,6^{10}$;

22) $(0,4^5)^4 : 0,4^{18}$.

4. Задача з єгипетського папіруса. У семи осіб по сім кішок, кожна кішка з'їдає по сім мишей, кожна миша з'їдає по сім колосків ячменю, із кожного колоска ячменю дозріває по сім мір зерна. Скільки мір зерна буде збережено, завдячуючи цим кішкам?**5.** Обчисліть:

1) $128^0 + (0,2)^{-3}$;

2) $(3a^2)^3 : 9a^5$, якщо $a = -2$;

3) $\frac{a^5 \cdot a^{-7}}{a^{-2}}$, якщо $a = 0,82$.

6. Спростіть вираз:

1) $a^{-2}b \cdot ab^{-2}$;

2) $x^{-3}y : y^{-2}x$;

3) $\frac{5c^{-1}d^3}{3} \cdot \frac{9c^6}{d^{-2}}$;

4) $\frac{7b^{-4}}{a^{-6}} \cdot \frac{a}{21b^5}$.

7. До кожного виразу (1–4) при $a > 0$ доберіть тотожно йому рівний вираз (А–Д). (ЗНО, 2012 р.).

Вираз

1) $\frac{2a^5}{a^6}$

2) $(2a)^5 \cdot a^6$

3) $(2a^6)^5$

4) $\frac{(a^5 \cdot a^4)^2}{2a^5}$

Тотожний йому вираз

А $32a^{30}$

Б $32a^{11}$

В $2a^{-1}$

Г $\frac{1}{2}a^{13}$

Д $2a^{13}$

А Б В Г Д

1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

4 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

8. До кожного виразу (1–3) доберіть тотожно рівний йому вираз (А–Д), якщо $y > 0$.

Вираз

1 $(y^2)^{-1}$

2 $(y^{-2})^{-1} \cdot y^{-5}$

3 $y^2 \cdot y^{-3}$

Тотожний йому вираз

А y

Б $\frac{1}{y}$

В $\frac{1}{y^3}$

Г y^2

Д $\frac{1}{y^2}$

А Б В Г Д

1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Рівень В

1. Обчисліть:

1) $(0,3 - 0,5)^2$;

3) $0,6^2 : 0,4 - 1$;

5) $2 \cdot 6^2 - 3 \cdot (-2)^2$;

7) $-3^4 + 3^2 \cdot (-2^2 + 1)$;

9) $(3 - 7)^2 + (10 - 5)^2$;

2) $(0,4 - 0,7)^2$;

4) $0,4^2 : 0,2 - 1$;

6) $3^4 - 3^2 \cdot (2^2 - 1)$;

8) $2 \cdot (-4)^2 - (2^3 - 1)$;

10) $(2 \cdot 3)^2 + (4 - 1)^3$.

2. Виконайте дії над одночленами:

1) $\left(-\frac{1}{3}a^2\right)^3$;

3) $-2,2a^2 \cdot \frac{25}{44}a^3b$;

5) $-0,2x^3 \cdot \frac{5}{4}x^4y^2$;

7) $\frac{1}{3}a^4b \cdot 0,6a^2b^5$;

9) $0,7a^4b^6 \cdot \frac{1}{7}ab^2$;

2) $\left(-\frac{1}{4}a^7\right)^2$;

4) $(-2x^3y^2)^4$;

6) $(-6m^3nk^2)^2$;

8) $\frac{1}{6}b^3c \cdot 1,8b^4c^6$;

10) $0,4a^3b^5 \cdot \frac{1}{4}ab^2$.

3. Обчисліть значення виразу:

1) $\left(1\frac{2}{3}\right)^{10} : \left(1\frac{2}{3}\right)^7 \cdot 27$;

3) $\frac{4^{-7} \cdot (4^{-5})^3}{(4^{-3})^7}$;

5) $\frac{3^{-1} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2}$;

2) $\frac{2^6 + (-3)^3}{(-9)^2 - 7}$;

4) $\left(2\frac{7}{9}\right)^{-7} \cdot \left(\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}\right)^5$;

6) $\frac{6^{-10}}{81^{-2} \cdot 16^{-3}}$.

4. Спростіть вираз:

1) $0,8a^{-6}b^8 \cdot 5a^{10}b^{-6}$;

3) $\left(-\frac{1}{6}a^{-3}b^{-6}\right)^{-3} \cdot (-6a^2b^9)^{-2}$.

2) $\frac{7b^{-4}}{a^{-6}} \cdot \frac{a}{21b^5}$;

5. Подайте одночлен $4,4(a^2bc)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}b^2c\right)^2 \cdot ac^2$ у стандартному вигляді.
6. Обчисліть: $\frac{2^6 \cdot 5^6}{10^4}$. (ЗНО, 2013 р.).
7. Установіть відповідність між виразом (1–3) та його значенням (А–Д).

Вираз

1 $8^3 \cdot 2^{-7}$

2 $(15,58)^0 - (0,3)^{-1}$

3 $\left(1\frac{2}{3}\right)^{-6} : 0,6^4$

Значення виразу

А $-\frac{7}{3}$

Б $-\frac{3}{7}$

В $\frac{3}{5}$

Г 4

Д $\frac{9}{25}$

А Б В Г Д

1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Рівень С

1. Маса Землі дорівнює $6 \cdot 10^{24}$ кг, а Місяця — $7,4 \cdot 10^{22}$ кг. У скільки разів маса Місяця менша від маси Землі? Відповідь округліть до одиниць.
2. Середня відстань від Землі до Сонця дорівнює $1,5 \cdot 10^8$ км, а швидкість світла — $3 \cdot 10^8$ м/с. За скільки хвилин світло від Сонця дійде до Землі? Відповідь округліть до одиниць.
3. Спростіть вираз $\left(\frac{1}{3}mn^2\right)^4 \cdot (3m^3)^2 \cdot (-4,5)$.
4. За допомогою трьох двійок запишіть найбільше можливе число.
5. Подайте добуток одночленів $a^2b^3 \left(-\frac{21b}{4}\right) \left(\frac{8m^2ab}{7}\right) \left(-1\frac{1}{3}mb^2\right)$ у вигляді одночлена стандартного вигляду. Знайдіть степінь та коефіцієнт цього одночлена.
6. Подайте добуток одночленів $(0,2xy^2) \left(2\frac{1}{2}yax^2\right) \left(-\frac{3y^2ax^3}{4}\right) (2a)^3$ у вигляді одночлена стандартного вигляду. Знайдіть степінь та коефіцієнт цього одночлена.
7. Подайте одночлен у стандартному вигляді:
- 1) $(-4m^2n^5)^3 \cdot (-2mn^3)^2$; 2) $-2,2a^2b^3 \cdot \frac{25}{44}a^3b$;
- 3) $\left(2\frac{1}{4}x^3y\right) \cdot \left(\frac{2}{3}xy^2\right)^2$.
8. Розташуйте числа 2^{15} , 4^{10} , 10^5 у порядку зростання. (ЗНО, 2012 р.).
9. Розташуйте числа у порядку зростання: 2^{30} , 3^{20} , 7^{10} . (ЗНО, 2012 р.).
10. Обчисліть: $\frac{5^{-3} : 5^{-4} + 3^5 \cdot 3^{-4}}{2^{-3} + (0,28)^0 : 2}$.

- 11.** Установіть відповідність між виразом (1–3) та його значенням (А–Д).

Вираз

1 $(2a^2b)^2 \cdot ab^3$, якщо $a = 2$, $b = 0,5$.

2 $(mn^2)^3 \cdot 10nm^4$, якщо $m = 4$, $n = 0,25$.

3 $(xy^2z)^3 \cdot xzy^8$, якщо $x = \frac{1}{7}$, $y = -1$, $z = 7$.

Значення виразу

А 4

Б -1

В 250

Г 10

Д 1

А Б В Г Д

1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

- 12.** Установіть відповідність між одночленом (1–3) та його степенем (А–Д).

Одночлен

1 $-5c^3d \cdot 0,8c^2d$.

2 $-ab \cdot (-5a^2b^3)^2$.

3 $\left(\frac{1}{3}mn^2\right)^4 \cdot (3m^3)^2$.

Степінь одночлена

А 18

Б 16

В 12

Г 9

Д 7

А Б В Г Д

1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

ІХ. Рефлексія (2 хв)

Мої враження від уроку

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Жахливі Чудові

Поради собі для наступного уроку

.....

Можливі теми учнівських проєктів

1. Історичні задачі, розв'язання яких потребує розуміння степеня та його властивостей.
2. Застосування степенів та їхніх властивостей у фізиці. Стандартний запис чисел.
3. Обчислення значень складних степеневих виразів. Спрощення обчислень за допомогою степенів.
4. Дій над одночленами. Застосування степенів та їхніх властивостей.
5. Застосування степенів та їхніх властивостей у предметах природничого циклу.