10 Тема 5. Трикутники

Урок 1. Трикутники. Рівність трикутників

План уроку

1. Трикутники. Види трикутників.
2. Ознаки рівності трикутників.
3. Бісектриси, медіани та висоти трикутника.
4. Середня лінія трикутника.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

добирає дані, потрібні для розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 1.2.3-1];

визначає межі даних у комплексних проблемних ситуаціях [12 МАО 1.2.3-2];

планує дії та співпрацює у групі для розв'язання комплексних проблемних ситуацій [12 МАО 2.2.3-1];

визначає компоненти математичної моделі комплексної проблемної ситуації, взаємозв'язки між ними [12 МАО 2.3.1-1];

самостійно або у співпраці з іншими обирає математичну модель розв'язання проблемної ситуації з урахуванням різних умов, зокрема бажаної точності результату і ресурсів, необхідних для застосування цієї моделі, на засадах ощадливості та поміркованості [12 МАО 3.2.2-1];

за потреби, виправляє помилки і вносить зміни в математичну модель та/або спосіб розв'язання [12 МАО 3.2.3-1]

визначає можливості застосування відомих математичних фактів і послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 МАО 4.2.1-1];

використовує приладдя та інформаційно-комунікаційні технології для представлення результату [12 МАО 4.2.3-1].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

1) Запропонуйте учням мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку. Запитання можна лише сформулювати, а відповіді на них давати поступово у процесі викладення матеріалу.

2) Запропонуйте учням/ученицям кілька задач на повторення вивченого матеріалу попередніх тем.

3) Сформулюйте практичну задачу, яку можна розв'язати за допомогою ознак рівності трикутників. Розв'язання задачі пропонуємо учням/ученицям у вигляді групової роботи упродовж уроку.

4) Пригадайте з учнями/ученицями необхідний теоретичний матеріал та розв'яжіть деякі ілюстративні задачі.

5) При розв'язанні ілюстративних задач акцентуйте увагу учнів/учениць на взаємозв'язку з теоретичним матеріалом відповідної теми.

6) Запропонуйте учням/ученицям для перегляду відеоуроки як частину домашнього завдання.

7) З історичними відомостями учні/учениці можуть ознайомитися дома.

8) Наголошуйте на типових помилках учнів/учениць та вказуйте шляхи їхнього уникнення.

9) Матеріал до уроку поданий з надлишком, тому вибирайте окремі задачі на власний розсуд відповідно до часових можливостей.

10) Розв'яжіть з учнями/ученицями задачу, сформульовану на початку уроку. При розв'язанні задачі пригадайте формулу для знаходження площі круга, $S = \pi r^2$. Організуйте роботу в парах або групах.

12) Пропонуйте учням/ученицям розв'язувати тренувальні вправи за трьома рівнями складності (на вибір учнів/учениць).

13) Заохочуйте учнів/учениць до проєктної діяльності. Можливі теми проєктів запропоновані. Захисти індивідуальних або групових проєктів можуть бути альтернативою тематичних контрольних робіт.

I. Організаційна частина (3–4 хв)

Мотиваційні запитання

1) Чи є трикутник однією з найважливіших фігур у геометрії?

2) Чи використовують інженери та архітектори трикутники в будівництві та у дизайні?

3) Чи допомагають властивості трикутників у розрахунках та побудовах практичних об'єктів?

4) Чи можуть знання про трикутники допомогти у створенні промислових конструкцій, наприклад, мостів чи дахів будинків?

5) Чи можливо застосувати поняття рівності трикутників у реальному житті, наприклад, у картографії чи мистецтві?

6) Чи можна побудувати трикутник лише за трьома його сторонами?

II. Повторення (5–7 хв)

1. Бісектриса даного кута утворює з його стороною кут, який дорівнює куту, суміжному з даним. Знайдіть даний кут.

Відповідь. 120°.

2. Два рівних тупих кути мають спільну сторону, а дві інші сторони – взаємно перпендикулярні. Знайдіть тупий кут.

Відповідь. 135°.

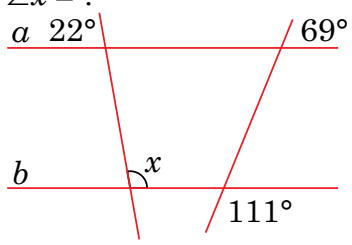
3. Один із суміжних кутів утричі більший за різницю між цими кутами. Обчисліть менший із двох суміжних кутів.

Відповідь. 72°.

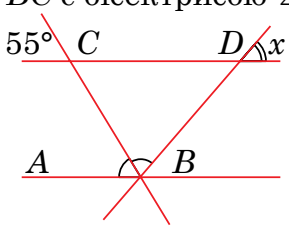
4. Установіть відповідність між кутом (1– 3), утвореним взаємним розміщенням прямих, та його значенням (А–Д).

Кут

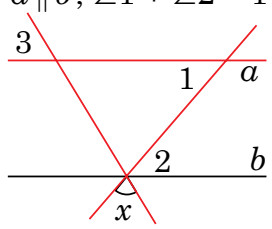
1 $\angle x = ?$



2 BC є бісектрисою $\angle ABD$, $AB \parallel CD$, $\angle x = ?$



3 $a \parallel b$, $\angle 1 + \angle 2 = 110°$, $\angle 3 = 65°$, $\angle x = ?$



Значення кута

А 60°
Б 70°
В 80°
Г 158°
Д 148°

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Відповідь. 1 – Г; 2 – Б; 3 – А.

5. Установіть відповідність між початком речення (1–3) та його закінченням (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

1 Кут між бісектрисами двох суміжних кутів дорівнює …

2 Кут між бісектрисами двох вертикальних кутів дорівнює …

3 Якщо суміжні кути відносяться як 5 : 13, то більший кут дорівнює …

Закінчення речення

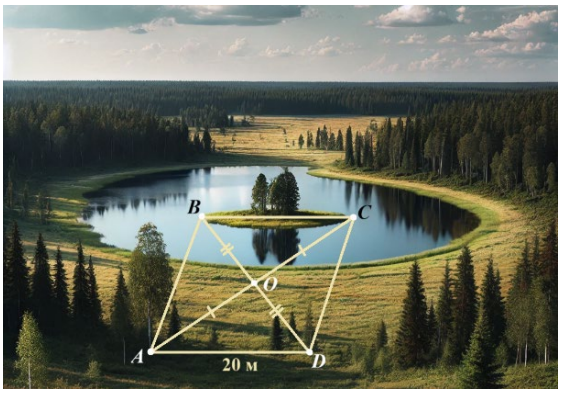
А 180°
Б 130°
В 45°
Г 90°
Д 75°

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Відповідь. 1 – Г; 2 – А; 3 – Б.

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Для того, щоб визначити площу круглого острова (див. рисунок), на його берегах зафіксували точки B та C, а на березі озера точки A, D та O таким чином, що $AO = OC$, $BO = OD$. Знайдіть площу острова, зображеного на рисунку, якщо $AD = 20$ м. Для обчислення площі вважайте, що $\pi = 3{,}14$.



Відеоуроки з теми: «Трикутники. Ознаки рівності трикутників. Неосновні елементи трикутника»

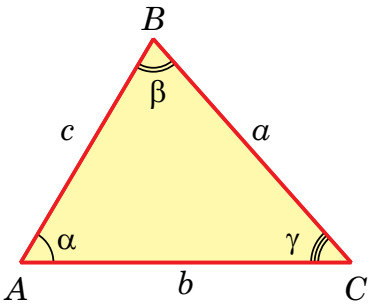
https://youtu.be/c84yR5As0kI?si=zUTCTmATLlvZWCFv _____

https://youtu.be/UJZyZUTrdjI?si=uRp8Y_XR5mqtY2Zt _____

III. Трикутники. Види трикутників

Означення. Трикутник — це геометрична фігура, яка складається з трьох точок, які не лежать на одній прямій, та трьох відрізків, що їх сполучають.

На рисунку зображено трикутник ABC.
Точки A, B, C – вершини трикутника ABC.
Відрізки $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$ — сторони трикутника ABC.
$\angle BAC = \alpha$, $\angle ABC = \beta$, $\angle ACB = \gamma$ — кути трикутника ABC.



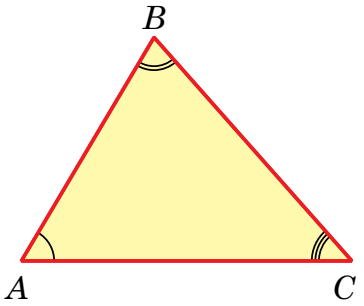
Означення. Периметр трикутника — це сума довжин усіх його сторін.

1) Периметр трикутника: $P = a + b + c$.

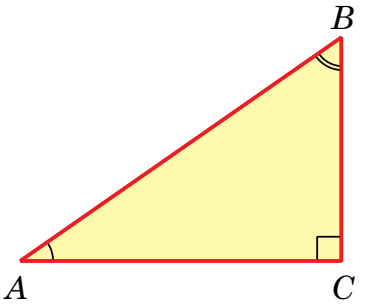
2) Півпериметр трикутника: $p = \dfrac{P}{2} = \dfrac{a+b+c}{2}$.

Види трикутників (за кутами):

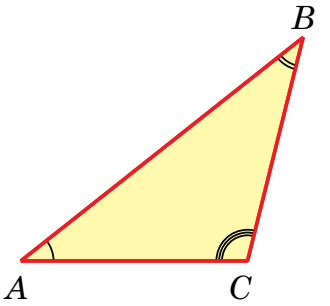
- *гострокутний трикутник* (усі кути трикутника гострі);
- *прямокутний трикутник* (один із кутів трикутника є прямим);
- *тупокутний трикутник* (один із кутів трикутника є тупим).



Гострокутний трикутник



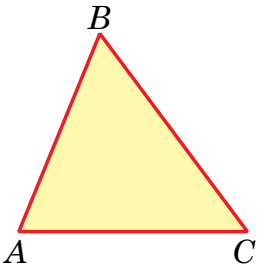
Прямокутний трикутник



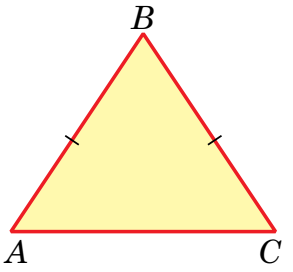
Тупокутний трикутник

Види трикутників (за сторонами):

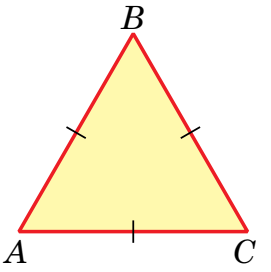
- *різносторонній трикутник* (усі сторони різної довжини);
- *рівнобедрений трикутник* (дві сторони трикутника рівні);
- *рівносторонній трикутник* (усі сторони трикутника рівні).



Різносторонній трикутник



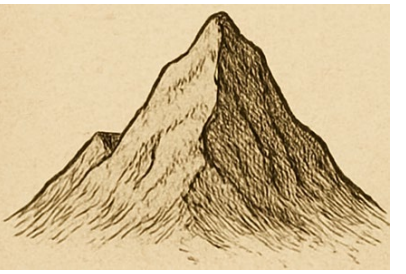
Рівнобедрений трикутник



Рівносторонній трикутник

Історична довідка.

1. Трикутник як інтуїтивна форма стабільності



Трикутник — фігура, створена самою природою.

Наприклад:

- гори мають трикутні контури;
- кристали й камені часто мають трикутні грані.

Людина сприймала трикутник як знакову форму, яка поєднує рівновагу й спрямованість.

Наприклад: роги тварин, вершини гір, стріли блискавок — усе це вказувало на силу, напрямок та точність.

2. Використання трикутників в архітектурі неоліту

У період неоліту (бл. 10 000 – 2000 рр. до н.е.) люди будували:

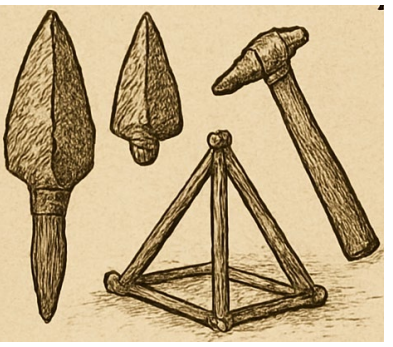
- хатини з трикутними дахами (на основі дерев'яних стержнів, що сходились у пірамідальній формі),
- намети та тенти — найпростіші форми житла, в яких використовувались три точки опори, оскільки 3 – це найменше число, за допомогою якого утворюється стабільна площина.

Трикутник зберігає незмінну форму, якщо з'єднати три точки. На відміну від квадрата або прямокутника, які можуть «скластися», оскільки не мають жорсткого кріплення. Вершини кутів чотирикутників виконують роль своєрідних шарнірних механізмів. Особливо це актуально для паралелограма.

3. Інструменти та зброя

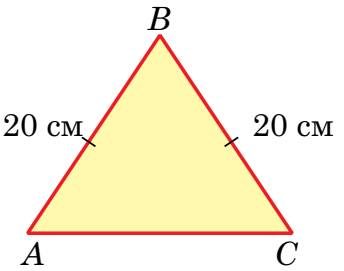
Списи, наконечники стріл, сокири зазвичай мали трикутну або клиноподібну форму. Це не лише зручно для пробивання отворів або рубання дерева, але й геометрично обґрунтовано, оскільки центр маси спрямований уперед.

Навіть ловильні пастки робились із використанням трикутних рамок. Так доцільніше утримувати рівновагу й розподіляти навантаження.



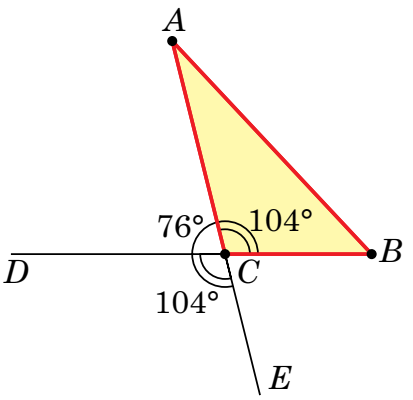
Ілюстративні задачі (7–8 хв)

6. Обчисліть основу рівнобедреного трикутника, якщо його периметр дорівнює 75 см, а бічна сторона становить 20 см.



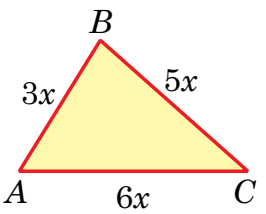
Розв'язання. 1) Виконаємо побудову (див. рисунок).
2) $AB = BC = 20$ см – бічні сторони рівнобедреного трикутника.
3) $AC = P_{ABC} - (AB + BC) = 75 - (20 + 20) = 35$ см – основа рівнобедреного трикутника.
Відповідь. 35 см.

7. Кут, суміжний із найбільшим кутом тупокутного трикутника, дорівнює 76°. Знайдіть кут, вертикальний до тупого кута цього трикутника.



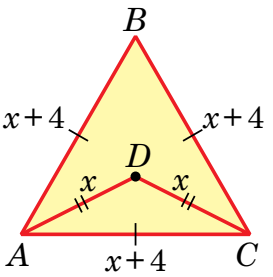
Розв'язання. 1) Виконаємо побудову (див. рисунок).
2) Оскільки $\angle ACB$ і $\angle ACD$ — суміжні кути, то:
$\angle ACB = 180° - \angle ACD = 180° - 76° = 104°$.
3) Тоді $\angle DCE = \angle ACB = 104°$ як вертикальні кути.
Відповідь. 104°.

8. Сторони трикутника відносяться, як 3 : 5 : 6, а найбільша сторона дорівнює 30 см. Обчисліть периметр трикутника.



Розв'язання. 1) Виконаємо побудову (див. рисунок).
2) Розглянемо ΔABC. Нехай x – коефіцієнт пропорційності (або одна частина від усього периметра трикутника).
Позначимо $AB = 3x$ см, $BC = 5x$ см, $AC = 6x$ см.
3) Оскільки найбільша сторона дорівнює $6x$ см, то розв'яжемо рівняння:
$6x = 30$, $x = 30 : 6$, $x = 5$.
4) Отже, $P_{\Delta ABC} = 3x + 5x + 6x = 14x = 14 \cdot 5 = 70$ (см).
Відповідь. 70 см.

9. Основа рівнобедреного трикутника є стороною рівностороннього трикутника. Бічна сторона рівнобедреного трикутника на 4 см менша від сторони рівностороннього трикутника. Знайдіть периметр рівнобедреного трикутника, якщо сума периметрів даних трикутників становить 52 см.

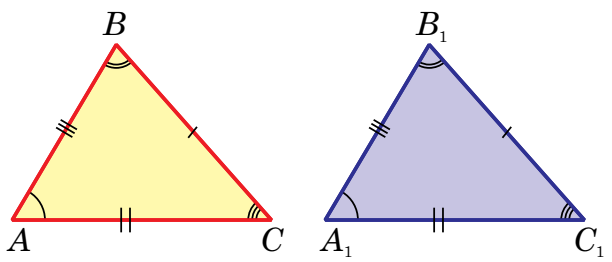


Розв'язання. 1) Виконаємо побудову (див. рисунок).
2) Розглянемо рівносторонній ΔABC та рівнобедрений ΔADC.

Нехай бічні сторони рівнобедреного трикутника: $AD = DC = x$ см, а сторони рівностороннього трикутника: $AB = BC = CD = (x + 4)$ см.
3) Оскільки $P_{\Delta ABC} + P_{\Delta ADC} = 52$ (см), то складемо та розв'яжемо рівняння:
$3(x + 4) + (2x + x + 4) = 52$, $3x + 12 + 3x + 4 = 52$, $6x = 36$, $x = 6$.
4) Отже, $P_{\Delta ADC} = 3x + 4 = 3 \cdot 6 + 4 = 22$ (см).
Відповідь. 22 см.

IV. Ознаки рівності трикутників

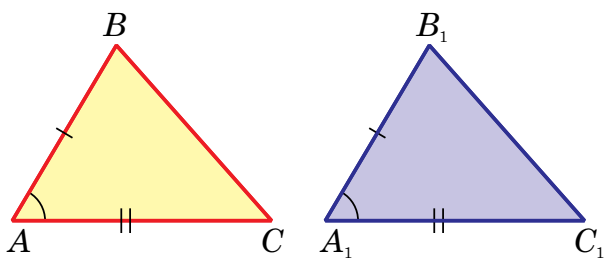
Означення. Трикутники, що суміщаються при накладанні один на одний, називають ***рівними трикутниками***.



На рисунку: $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.
Якщо $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$, то $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $CA = C_1A_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$.

Перша ознака рівності трикутників. За двома сторонами і кутом між ними

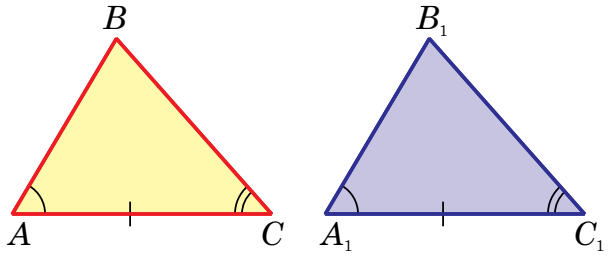
Якщо дві сторони і кут між ними одного трикутника (див. рисунок) відповідно дорівнюють двом сторонам і куту між ними іншого трикутника, то такі трикутники —рівні.



Оскільки $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, то $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

Друга ознака рівності трикутників. За стороною і двома прилеглими кутами

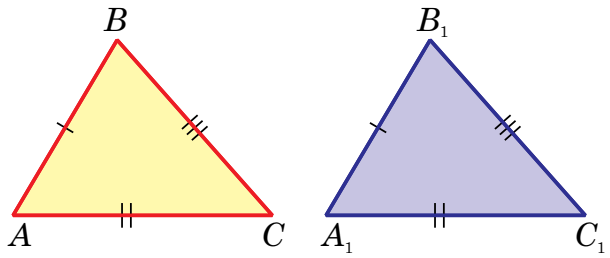
Якщо сторона і два прилеглі до неї кути одного трикутника (див. рисунок) відповідно дорівнюють стороні і двом прилеглим до неї кутам іншого трикутника, то такі трикутники — рівні.



Оскільки $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle C = \angle C_1$, то $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

Третя ознака рівності трикутників. За трьома сторонами

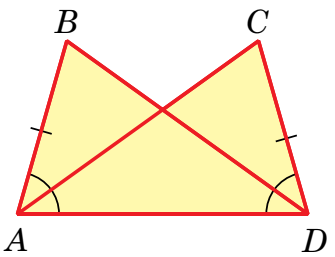
Якщо три сторони одного трикутника (див. рисунок) відповідно дорівнюють трьом сторонам іншого трикутника, то такі трикутники — рівні.



Оскільки $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $CA = C_1A_1$, то $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

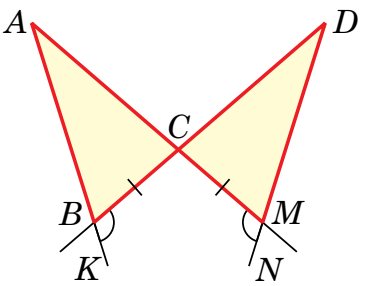
Ілюстративні задачі (7–8 хв)

10. На рисунку $AB = CD$, $\angle BAD = \angle CDA$. Доведіть рівність трикутників ABD і DCA.



Доведення.
Оскільки $AB = CD$, за умовою, AD — спільна сторона, $\angle BAD = \angle CDA$, то $\Delta ABC = \Delta DCA$, за першою ознакою.

11. На рисунку $CB = CM$, $\angle CBK = \angle CMN$, $\angle BAC = 36°$. Визначте градусну міру $\angle MDC$.



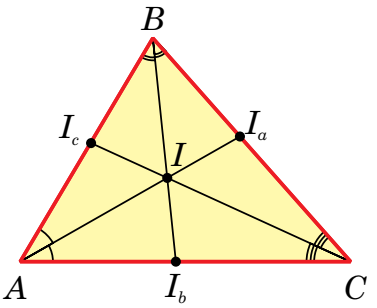
Розв'язання. Оскільки $BC = CM$ — за умовою, $\angle ACB = \angle DCM$, як вертикальні кути, $\angle ABC = \angle DMC$ — суміжні кути з рівними кутами, то $\Delta ABC = \Delta DMC$, за другою ознакою.
Отже, $\angle MDC = \angle BAC = 36°$.
Відповідь. 36°.

V. Бісектриси, медіани та висоти трикутника

1. Бісектриси трикутника

Означення. Бісектриса трикутника — це відрізок бісектриси кута трикутника, що з'єднує вершину трикутника з точкою протилежної сторони.

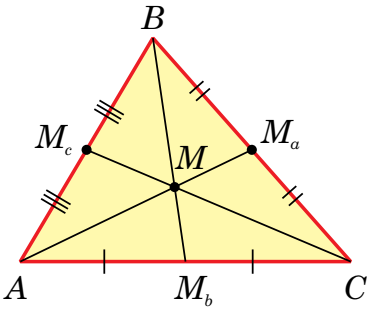
На рисунку зображено ΔABC, в якому проведено бісектриси AI_a, BI_b, CI_c трикутника ABC, які перетинаються в точці I.
Точку перетину бісектрис трикутника називають ***інцентром*** цього трикутника.



2. Медіани трикутника

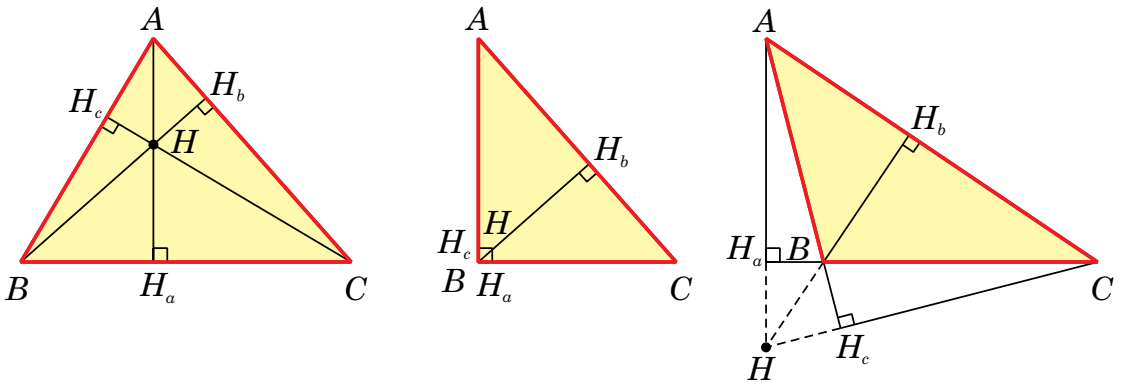
Означення. Медіана трикутника — це відрізок, що з'єднує вершину трикутника із серединою протилежної сторони.

На рисунку зображено ΔABC, в якому проведено медіани AM_a, BM_b, CM_c трикутника ABC, які перетинаються в точці M.
Точку перетину медіан трикутника називають ***центром мас*** або ***центроїдом трикутника***.



3. Висоти трикутника

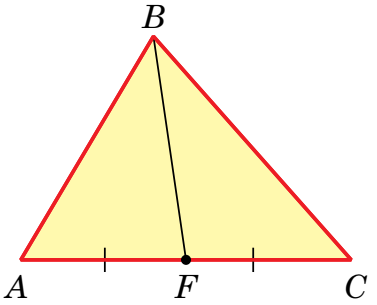
Означення. Висота трикутника — це перпендикуляр, опущений із вершини трикутника на пряму, яка містить його протилежну сторону.



На рисунку зображено гострокутний, прямокутний та тупокутний трикутники, в яких проведено всі висоти AH_a, BH_b, CH_c. Прямі, які містять висоти трикутника перетинаються в одній точці H.
Точку перетину прямих, які містять висоти трикутника, називають ***ортоцентром*** трикутника.

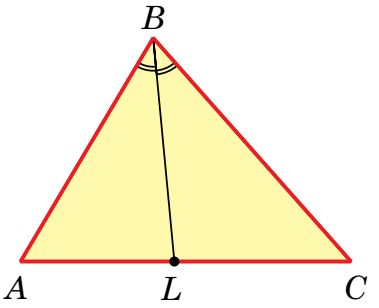
Ілюстративні задачі (5–7 хв)

12. У трикутнику ABC відрізок BF — медіана, $AC = 36$ см. Знайдіть довжини відрізків AF і FC.



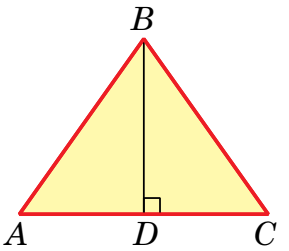
Розв'язання. 1) Виконаємо побудову (див. рисунок).
2) Нехай ABC — даний трикутник, BF — його медіана.
3) За означенням медіани, $AF = FC$, тому: $AF = FC = 0{,}5AC = 36 : 2 = 18$ (см).
Відповідь. 18 см.

13. У трикутнику ABC відрізок BL — бісектриса, $\angle ABL = 34°$. Знайдіть градусну міру $\angle ABC$.



Розв'язання. 1) Виконаємо побудову (див. рисунок).
2) Нехай ABC – даний трикутник, BL – його бісектриса.
3) За означенням бісектриси, $\angle ABL = \angle CBL = 34°$, тому: $\angle ABC = 2\angle ABL = 2 \cdot 34° = 68°$.
Відповідь. 68°.

14. Периметр рівнобедреного трикутника ABC дорівнює 14 см, AC — основа, BD — висота трикутника (див. рисунок). Периметри трикутників ABD і BCD дорівнюють по 9 см. Знайдіть висоту BD.



Розв'язання. Оскільки $P_{\Delta ABD} = AB + BD + AD$, $P_{\Delta BCD} = BC + CD + BD$, то:
$P_{\Delta ABD} + P_{\Delta BCD} = 2BD + (AB + BC + AD + CD) = 2BD + P_{\Delta ABC}$.

Звідси: $BD = \dfrac{P_{\Delta ABD} + P_{\Delta BCD} - P_{\Delta ABC}}{2}$.

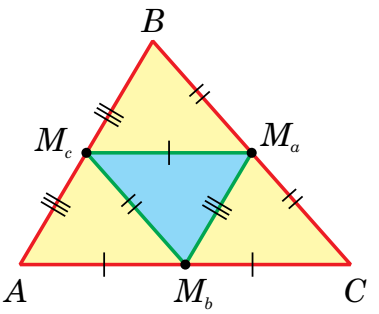
Отже, $BD = \dfrac{9 + 9 - 14}{2} = 2$ (см).

Відповідь. 2 см.

VI. Середня лінія трикутника

Означення. Середня лінія трикутника — це відрізок, що з'єднує середини двох сторін цього трикутника.

На рисунку зображено трикутник ABC та побудовані усі середні лінії трикутника.
M_a, M_b, M_c — середини сторін BC, AC і AB трикутника відповідно.
Тому відрізки M_aM_b, M_bM_c, M_cM_a — середні лінії цього трикутника.



Властивості середньої лінії трикутника

1. *Середня лінія трикутника паралельна стороні, яку не перетинає.*

Наприклад, $M_aM_b \parallel AB$.

2. *Середня лінія трикутника вдвічі менша від довжини сторони, яку вона не перетинає.*

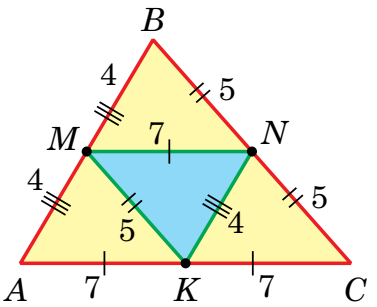
Наприклад, $M_aM_b = 0{,}5AB$.

3. Усі три середні лінії трикутника поділяють трикутник на чотири рівні трикутники.

Примітка. **За потреби, запропонуйте учням/ученицям доведення властивостей середньої лінії трикутника.**

Ілюстративна задача (3–5 хв)

15. Сторони трикутника дорівнюють 8 см, 10 см і 14 см. Знайдіть периметр трикутника, який утворюють його середні лінії.



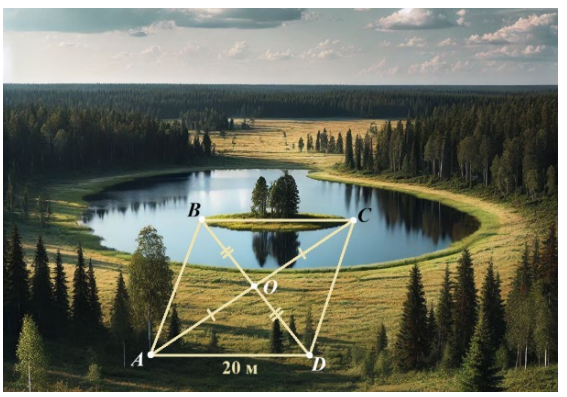
Розв'язання. 1) Виконаємо побудову (див. рисунок).
2) Розглянемо трикутник ABC, сторони якого дорівнюють $AB = 8$ см, $BC = 10$ см, $CA = 14$ см. Точки M, N, K — середини сторін AB, BC і CA відповідно.
3) За означенням середніх ліній трикутника:
$NK = 0{,}5AB = 4$ см, $MK = 0{,}5BC = 5$ см, $MN = 0{,}5AC = 7$ см.
4) Тоді $P_{\Delta MNK} = NK + MK + MN = 4 + 5 + 7 = 16$ (см).
Відповідь. 16 см.

Примітка. **За результатами розв'язання задачі можна сформулювати твердження, що периметр трикутника, утвореного середніми лініями, вдвічі менший від периметра початкового трикутника.**

VII. Розв'язання практичної задачі. Групова активність (8–10 хв)

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Для того, щоб визначити площу круглого острова (див. рисунок), на його берегах зафіксували точки B та C, а на березі озера точки A, D та O таким чином, що $AO = OC$, $BO = OD$. Знайдіть площу острова, зображеного на рисунку, якщо $AD = 20$ м. Для обчислення площі вважайте, що $\pi = 3{,}14$.



Розв'язання. 1) Оскільки $AO = OC$, $BO = OD$, $\angle AOD = \angle BOC$, як вертикальні кути, то: $\Delta AOD = \Delta COB$, за першою ознакою рівності трикутників.
2) Тоді $BC = AD = 20$ (м) – діаметр острова.
3) $r = 20 : 2 = 10$ (см) — радіус острова.
4) Отже, площа острова: $S = \pi r^2 \approx 3{,}14 \cdot 10^2 = 314$ (м^2).
Відповідь. 314 м^2.

VIII. Тренувальні вправи. Три рівні складності: A, B, C

Рівень A

1. Побудуйте довільний трикутник MNK. Запишіть сторони, вершини та кути цього трикутника. Укажіть:

1) кут, протилежний стороні MK;
2) кути, прилеглі до сторони MN;
3) сторону, протилежну до $\angle N$;
4) сторони, прилеглі до $\angle K$.

2. Знайдіть периметр трикутника зі сторонами 27 мм; 2,3 см і 0,4 дм.

3. У трикутнику ABC відрізок AL — бісектриса, $\angle BAL = 52°$. Знайдіть градусну міру кута BAC.

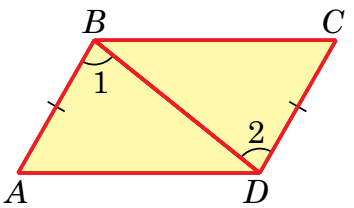
4. У трикутнику ABC відрізок AM — медіана, $BC = 36$ см. Знайдіть довжини відрізків BM і MC.

5. У тупокутному трикутнику ABC відрізок AH — висота, проведена з вершини гострого кута. Знайдіть градусну міру кута AHC.

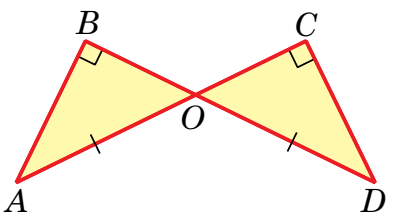
6. Трикутники APK і CME рівні, кути $\angle A$ і $\angle C$ — відповідні, $PK = 10$ см. Знайдіть сторону ME.

7. Трикутники ABC і DEF рівні, а сторони AB і DE, BC і EF — відповідні, $\angle B = 32°$. Знайдіть $\angle E$.

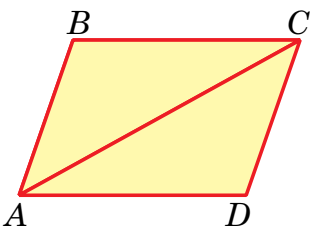
8. На рисунку $AB = CD$, $\angle 1 = \angle 2$, $AD = 7$ см, $\angle C = 34°$. Знайдіть відрізок BC і $\angle A$.



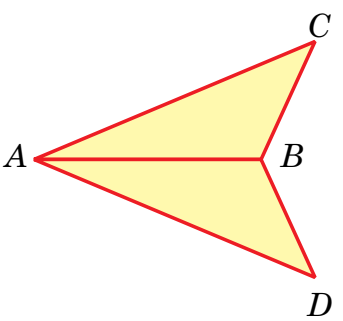
9. На рисунку $AO = OD$, $BO = OC$. Знайдіть сторону CD і $\angle OCD$ трикутника OCD, якщо $AB = 8$ см, $\angle OBA = 90°$.



10. На рисунку $AB = CD$, $BC = AD$. Доведіть що $\angle B = \angle D$.



11. На рисунку $AC = AD$, $BC = BD$. Знайдіть $\angle BAC$, якщо $\angle BAD = 25°$.



12. Сторони трикутника дорівнюють 5 см, 6 см і 8 см.
1) Знайдіть середні лінії трикутника.
2) Знайдіть периметр трикутника, утвореного середніми лініями початкового трикутника.

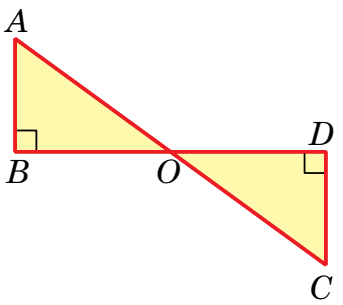
Рівень В

1. Одна зі сторін трикутника в 5 разів менша від другої та на 25 см менша від третьої. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 74 см.

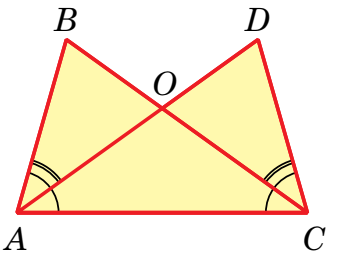
2. Сторони трикутника відносяться, як 5 : 7 : 11, а сума найбільшої і найменшої сторін дорівнює 80 см. Обчисліть периметр трикутника.

3. Відрізки AD і BC перетинаються в точці O та діляться цією точкою навпіл. Знайдіть $\angle ACD$, якщо $\angle ABC = 64°$, $\angle ACO = 56°$.

4. На рисунку $AB \perp BD$ і $CD \perp BD$. Доведіть, що $\Delta ABO = \Delta CDO$.



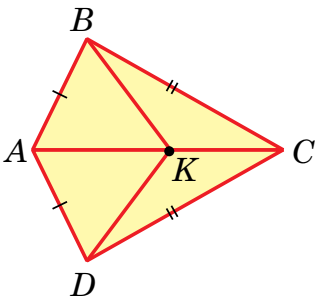
5. На рисунку $\angle BAO = \angle DCO$, $\angle BAC = \angle DCA$. Доведіть, що $\Delta ABC = \Delta CDA$.



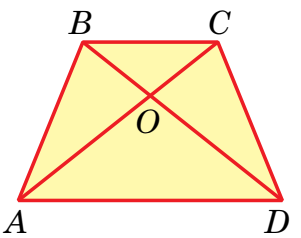
6. У трикутнику ABC проведено медіану AD. З точки D проведено перпендикуляри DM та DN до прямих, які містять сторони AB та AC трикутника відповідно. Доведіть, що $DM = DN$.

7. Через точку M, що належить бісектрисі кута з вершиною в точці O, проведено пряму, яка перпендикулярна до цієї бісектриси. Ця пряма перетинає сторони даного кута в точках A і B. Доведіть що $AM = MB$.

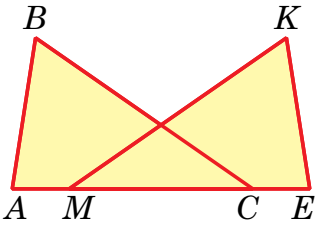
8. На рисунку $\Delta ABC = \Delta ADC$. Доведіть що $\Delta ABK = \Delta ADK$.



9. На рисунку $\Delta ABC = \Delta DCB$, $AB = CD$. Доведіть, що $\Delta ABD = \Delta DCA$.



10. На рисунку $AB = KE$, $BC = KM$, $AM = EC$. Доведіть, що $\angle AMK = \angle BCE$.



11. Точки M і K — середини сторін AB і AC трикутника ABC відповідно. Знайдіть периметр ΔABC, якщо периметр ΔMAK дорівнює 17 см.

12. Точки E і F — відповідно середини сторін AB і BC трикутника ABC. Знайдіть сторону AC, якщо вона на 7 см більша за відрізок EF.

Рівень С

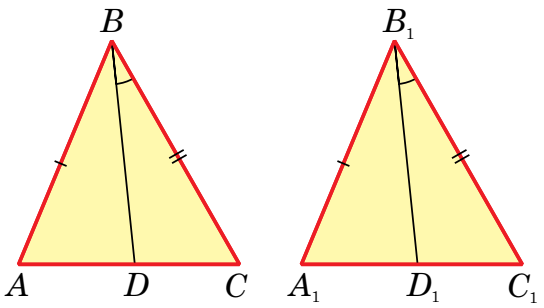
1. Сума першої та другої сторін трикутника дорівнює 11 см, сума другої і третьої сторін — 14 см, а сума першої та третьої сторін — 13 см. Знайдіть периметр трикутника.

2. У рівнобедреному трикутнику ABC з основою AC проведено висоту BD. Знайдіть периметр трикутника ABC, якщо $BD = 10$ см, а периметр трикутника ABD дорівнює 40 см.

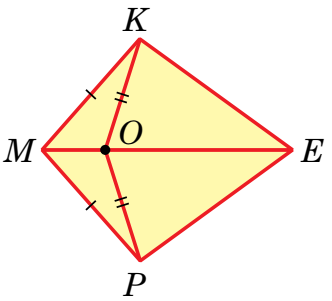
3. Медіана трикутника, периметр якого дорівнює 60 см, розбиває його на два трикутники, периметри яких дорівнюють 36 см і 50 см. Чому дорівнює довжина цієї медіани?

4. Доведіть, що в рівнобедреному трикутнику медіани, проведені до бічних сторін, рівні.

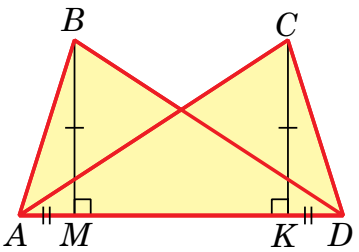
5. На рисунку $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$, $\angle DBC = \angle D_1B_1C_1$. Доведіть, що $\Delta DBC = \Delta D_1B_1C_1$.



6. На рисунку $\Delta MKO = \Delta MPO$. Доведіть, що $\Delta KOE = \Delta POE$.



7. На рисунку $BM \perp AD$ і $CK \perp AD$, $BM = CK$, $AM = KD$. Доведіть, що $\Delta BAD = \Delta CDA$.



8. На продовженні медіани AM трикутника ABC за точку M відкладено відрізок MK, який дорівнює AM. Знайдіть відстань від точки K до вершини C, якщо $AB = 6$ см.

9. Відрізки AB і CD перетинаються в точці O та діляться цією точкою навпіл. Доведіть, що $\Delta ABC = \Delta BAD$.

10. Рівні відрізки AB і CD перетинаються в точці O так, що $AO = OD$. Доведіть, що $\Delta ABC = \Delta DCB$.

11. Знайдіть кути трикутника, дві середні лінії якого рівні та перпендикулярні.

12. Вершинами чотирикутника є середини сторін ромба, діагоналі якого дорівнюють 8 см і 14 см. Визначте вид чотирикутника та знайдіть його сторони.

VIII. Рефлексія (2–3 хв)

1. Чи знаю я означення трикутника?

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

2. Чи можу я навести класифікацію трикутників за сторонами та за кутами?

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

3. Чи знаю я ознаки рівності трикутників і чи можу навести приклади?

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

4. Чи можу я визначити, за якою ознакою трикутники рівні в конкретній задачі?

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

5. Чи я розумію, що таке медіана трикутника і як її провести?

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

6. Чи знаю я означення бісектриси кута трикутника?

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

7. Чи можу я провести висоту трикутника і знаю її особливості у різновидах трикутників?

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

8. Чи знаю я означення середньої лінії трикутника?

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

9. Чи знаю я властивості середньої лінії трикутника?

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

10. Чи можу я використовувати властивості елементів трикутника для розв’язування задач?

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

Можливі теми для учнівських проєктів

1. Конструювання трикутників: побудова різновидів трикутників за допомогою циркуля та лінійки.
2. Дослідження властивостей медіан, бісектрис та висот за допомогою креслень та експериментів.
3. Трикутники в мистецтві та у дизайні: створення малюнків, орнаментів або 3D-моделей із використанням трикутників.
4. Трикутники в задачах на рівність: створення та розв'язання задач на ознаки рівності трикутників.
5. Висоти трикутника та ортоцентр: особливості й застосування для різних видів трикутників.

Список використаної літератури

1) Істер О. С. Геометрія: підруч. для 7-го кл. закл. заг. серед. освіти / О. С. Істер. – Київ: Генеза, 2024.
2) Клочко І. Я. Математика. Геометрія ЗНО. Завдання рівня стандарту: Комплексне видання для підготовки до ДПА у форматі ЗНО. Ч.ІІ. / І. Я. Клочко. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2024.
3) Мерзляк А. Г. Геометрія: підруч. для 7 кл. закладів заг. серед. освіти / А. Г. Мерзляк, М. С. Якір. — Х. : Гімназія, 2024. — 272 с. : іл
4) Мерзляк А. Г. Геометрія : підруч. для 8 кл. закладів заг. серед. освіти / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. — 2-ге видання, переробл. — Х.: Гімназія, 2021.