10 Тема 5. Трикутники

Урок 8. Підсумковий урок з теми: «Трикутники»

РОБОЧИЙ АРКУШ

(моє ім'я)

I. Очікувані результати навчальних досягнень

На уроці ви навчитеся:

застосовувати властивості бісектрис та медіан трикутника;

обчислювати висоти, медіани, бісектриси за відповідними формулами;

обґрунтовувати вибір обчислювальної формули в задачі;

оцінювати власний рівень розуміння теми та застосовувати знання в практичних або проєктних завданнях.

II. Повторення

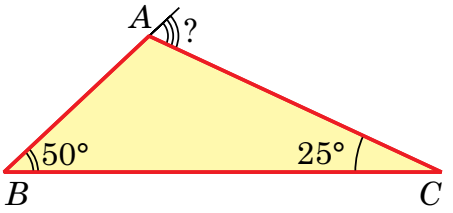
1. Які з наведених тверджень є правильними?
I. Сума будь-яких двох сторін трикутника менша від третьої сторони.
II. Сума двох будь-яких кутів трикутника більша за 90°.
III. Навпроти найбільшої сторони трикутника знаходиться найбільший кут. **(НМТ, 2025 р.).**

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише II	лише III	I та III	II та III

2. Задано довільний трикутник ABC, у якому AM — медіана. Які з наведених тверджень є правильними?
I. Точка M є серединою BC.
II. Промінь AM є бісектрисою $\angle A$.
III. Площа трикутника ABM дорівнює площі трикутника AMC. **(НМТ, 2025 р.).**

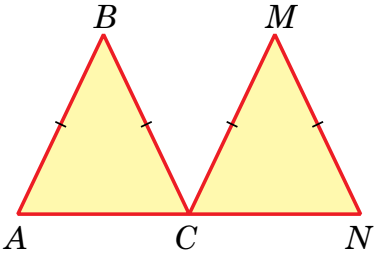
А	Б	В	Г	Д
лише I	I та II	II та III	I та III	I, II та III

3. Визначте зовнішній кут при вершині A трикутника ABC, якщо $\angle B = 50°$, $\angle C = 25°$ (див. рисунок). **(НМТ, 2025 р.).**



А	Б	В	Г	Д
15°	75°	95°	105°	130°

4. На рисунку зображено два рівні рівнобедрені трикутники ABC ($AB = BC$) і CMN ($CM = MN$), що лежать в одній площині. $AN = 8$ см, $AB = 2\sqrt{17}$ см. Установіть відповідність між відрізком (1–3) та його довжиною (А–Д). **(НМТ, 2025 р.).**



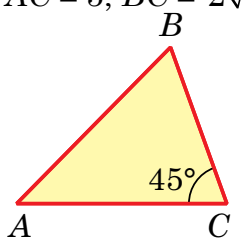
Відрізок	*Довжина відрізка*
1 Відстань від B до сторони AC	А 4 см
2 BM	**Б** 6 см
3 Відстань між серединами сторін AB і MN	**В** 7 см
	Г 8 см
	Д 10 см

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

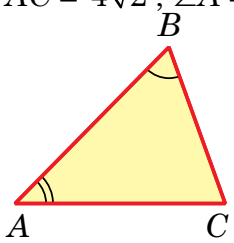
5. Установіть відповідність між елементом трикутника (1–3) та його значенням (А–Д).

Елемент трикутника

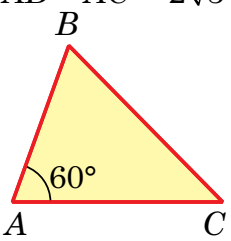
1 $AC = 5$, $BC = 2\sqrt{2}$, $\angle C = 45°$, $AB = ?$



2 $AC = 4\sqrt{2}$, $\angle A = 60°$, $\angle B = 45°$, $BC = ?$



3 $AB = AC = 2\sqrt{3}$, $\angle A = 60°$, $BC = ?$



Значення елемента трикутника

А $2\sqrt{3}$

Б $3\sqrt{3}$

В $4\sqrt{3}$

Г $\sqrt{13}$

Д $2\sqrt{13}$

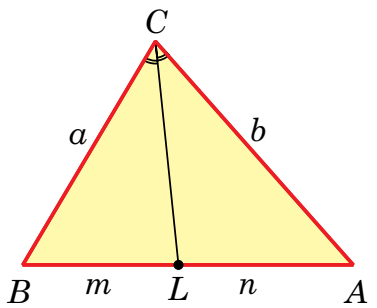
	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

III. Формули для обчислення елементів трикутника

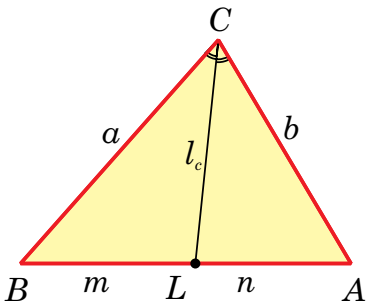
1. Бісектриса трикутника

1. Бісектриса трикутника ділить його сторону на відрізки, пропорційні двом іншим сторонам трикутника.

Тобто $\frac{m}{n} = \frac{a}{b}$ (див. рисунок).



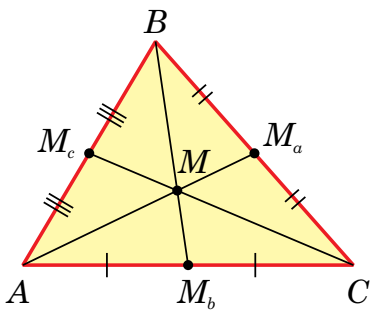
2. Довжина бісектриси трикутника обчислюється за формулою $l_c = \sqrt{ab - mn}$ (див. рисунок).



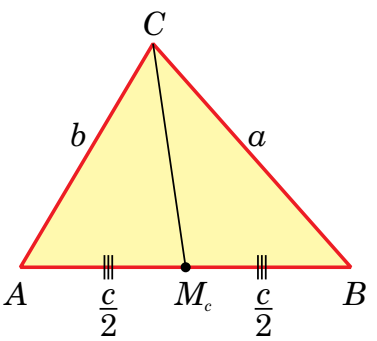
2. Медіани трикутника

3. Усі медіани трикутника перетинаються в одній точці так, що точкою перетину діляться у відношенні 2 : 1, рахуючи від вершин трикутника.

Тобто $\frac{AM}{MM_a} = \frac{BM}{MM_b} = \frac{CM}{MM_c} = \frac{2}{1}$ (див. рисунок).



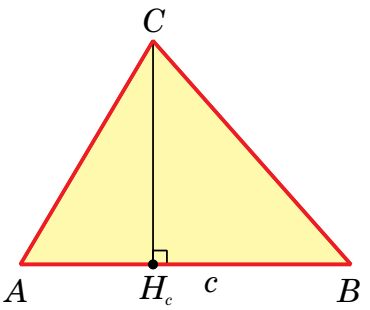
4. Довжина медіани трикутника обчислюється за формулою $m_c = \frac{\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}}{2}$ (див. рисунок).



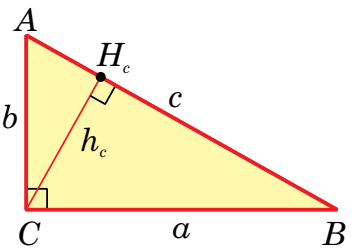
Наслідок. **Довжина медіани прямокутного трикутника, яка проведена до гіпотенузи, дорівнює половині гіпотенузи.**

3. Висота трикутника

5. Довжина висоти трикутника обчислюється за формулою $h_c = \frac{2S}{c}$, де S — площа трикутника, а c — сторона, до якої проведена висота.



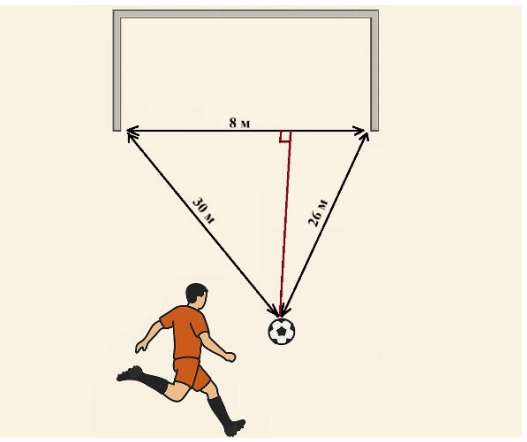
Наслідок. **Довжина висоти прямокутного трикутника, яка проведена до гіпотенузи, обчислюється за формулою $h_c = \frac{ab}{c}$, де a, b — катети трикутника, а c — гіпотенуза.**



IV. Розв'язування практичної задачі

Як я вирішую певну проблему?

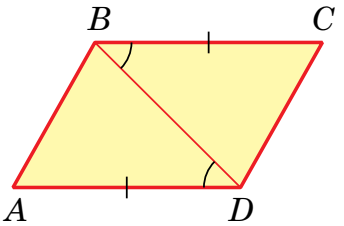
Задача. Футболіст наносить удар по м'ячу, що розташований на відстані 30 м від лівого кута воріт та 26 м від правого. Яку відстань має подолати футбольний м'яч до лінії воріт, якщо напрямок руху м'яча перпендикулярний до цієї лінії, а ширина воріт дорівнює 8 м?



V. Самостійна робота (30–35 хв)

Варіант 1

1. На рисунку $BC = AD = 5$ см, $\angle CBD = \angle ADB = 76°$, $\angle BAD = 65°$. Знайдіть $\angle BCD$.



А	Б	В	Г	Д
60°	65°	76°	115°	120°

2. Внутрішні кути трикутника ABC відносяться, як 3 : 4 : 5. Визначте вид трикутника.

А	Б	В	Г	Д
рівносторонній	прямокутний	тупокутний	гострокутний	рівнобедрений

3. З'ясуйте, з яких трійок відрізків не можна побудувати трикутник.

А	Б	В	Г	Д
6 см, 5 см, 8 см	4 см, 8 см, 6 см	7 см, 9 см, 11 см	9 см, 5 см, 4 см	2 см, 2 см, 3 см

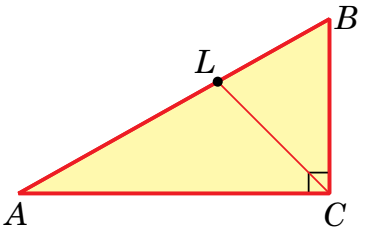
4. Знайдіть довжину катета рівнобедреного прямокутного трикутника, якщо його гіпотенуза дорівнює $3\sqrt{2}$ см.

А	Б	В	Г	Д
1 см	2 см	3 см	5 см	6 см

5. Медіани трикутника дорівнюють 12 см, 15 см і 18 см. Знайдіть довжину найбільшого з відрізків, на які медіани діляться точкою їхнього перетину.

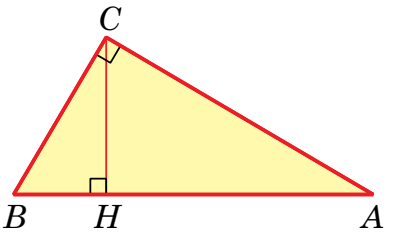
А	Б	В	Г	Д
6 см	8 см	10 см	12 см	14 см

6. У прямокутному трикутнику ABC ($\angle C = 90°$) проведено бісектрису CL (див. рисунок). Відомо, що $AL = 10$ см, $BL = 5$ см. Знайдіть $\text{tg}\angle B$.



А	Б	В	Г	Д
2	0,5	1,5	3	0,2

7. Знайдіть висоту прямокутного трикутника, проведену до гіпотенузи, якщо $AH = 8$ см, $BH = 4$ см (див. рисунок).

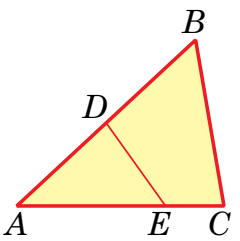


А	Б	В	Г	Д
32 см	12 см	$3\sqrt{2}$ см	$4\sqrt{2}$ см	$4\sqrt{3}$ см

8. Обчисліть радіус кола, описаного навколо трикутника ABC, якщо $BC = 10$ см, $\angle A = 30°$.

А	Б	В	Г	Д
5 см	10 см	15 см	20 см	25 см

9. На сторонах AB і AC трикутника ABC (див. рисунок) позначили відповідно точки D і E так, що $AD = \frac{4}{7}AC$, $AE = \frac{4}{7}AB$. Знайдіть відрізок DE, якщо $BC = 21$ см.



А	Б	В	Г	Д
3 см	4 см	7 см	12 см	14 см

10. Знайдіть висоту прямокутного трикутника, проведену до гіпотенузи, якщо його катети дорівнюють 10 см і 24 см.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{50}{13}$ см	$\frac{60}{13}$ см	$\frac{120}{13}$ см	26 см	інша відповідь

11. Установіть відповідність між сторонами трикутника ABC (1–3) і твердженням (А–Д) про вид трикутника.

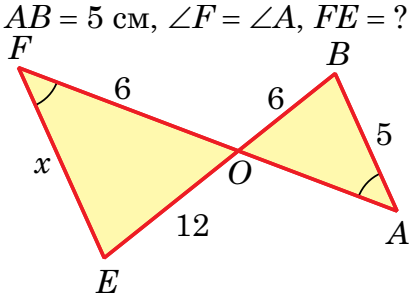
Сторони трикутника	*Вид трикутника*
1 $AB = 7$ см, $BC = 24$ см, $AC = 25$ см	**А** гострокутний нерівнобедрений трикутник
2 $AB = 14$ см, $BC = 15$ см, $AC = 16$ см	**Б** тупокутний рівнобедрений трикутник
3 $AB = 12$ см, $BC = 15$ см, $AC = 24$ см	**В** прямокутний трикутник
	Г тупокутний нерівнобедрений трикутник
	Д рівносторонній трикутник

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

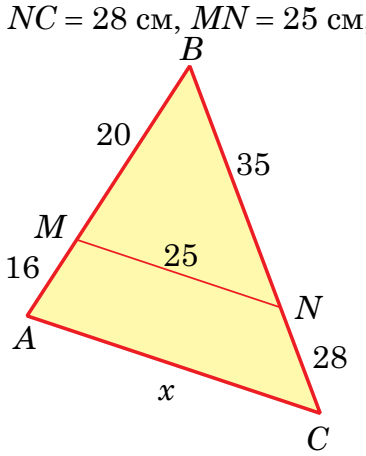
12. Установіть відповідність між елементами подібних трикутників (1–3) та довжиною (А–Д) невідомої сторони трикутника.

Елементи подібних трикутників

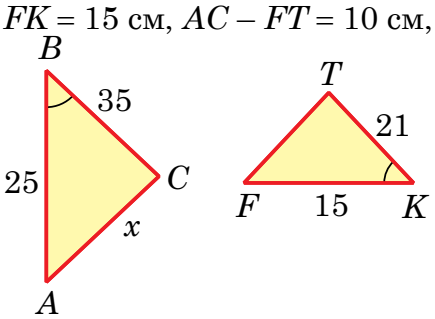
1 $FO = 6$ см, $EO = 12$ см, $OB = 6$ см, $AB = 5$ см, $\angle F = \angle A$, $FE = ?$



2 $AM = 16$ см, $MB = 20$ см, $BN = 35$ см, $NC = 28$ см, $MN = 25$ см, $AC = ?$



3 $\angle B = \angle K$, $BC = 35$ см, $AB = 25$ см, $TK = 21$ см, $FK = 15$ см, $AC - FT = 10$ см, $AC = ?$



Довжина сторони трикутника

А 25 см
Б 15 см
В 10 см
Г 35 см
Д 45 см

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

13. Сторони трикутника, одна з яких удвічі більша за другу, утворюють кут 120°, а довжина третьої сторони дорівнює $3\sqrt{7}$ см. Знайдіть довжину найменшої сторони трикутника.

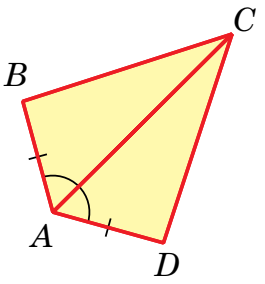
Відповідь.

14. Знайдіть різницю довжин радіусів описаного і вписаного кіл трикутника зі сторонами 25 см, 29 см 36 см.

Відповідь.

Варіант 2

1. На рисунку $AB = AD$, $\angle BAC = \angle DAC = 45°$, $\angle ABC = 115°$. Знайдіть $\angle ADC$.



А	Б	В	Г	Д
60°	65°	105°	115°	120°

2. Внутрішні кути трикутника ABC відносяться, як 2 : 3 : 5. Визначте вид трикутника.

А	Б	В	Г	Д
рівносторонній	прямокутний	тупокутний	гострокутний	рівнобедрений

3. З'ясуйте, з яких трійок відрізків можна побудувати трикутник.

А	Б	В	Г	Д
2 см, 5 см, 8 см	4 см, 10 см, 6 см	6 см, 9 см, 12 см	10 см, 5 см, 4 см	1 см, 2 см, 3 см

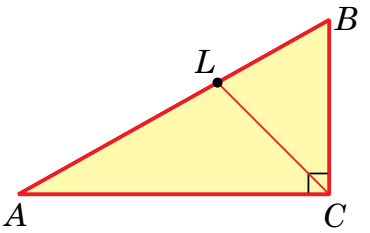
4. Знайдіть довжину гіпотенузи рівнобедреного прямокутного трикутника, якщо його катет дорівнює 5 см.

А	Б	В	Г	Д
10 см	25 см	$5\sqrt{2}$ см	$2\sqrt{5}$ см	$\sqrt{10}$ см

5. Відстані від точки перетину медіан трикутника до його вершин дорівнюють 26 см, 14 см, 18 см. Знайдіть довжину найбільшої медіани трикутника.

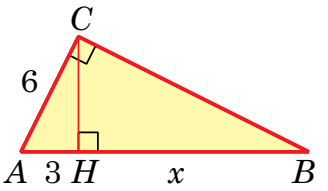
А	Б	В	Г	Д
32 см	33 см	36 см	39 см	42 см

6. У прямокутному трикутнику ABC $(\angle C = 90°)$ проведено бісектрису CL (див. рисунок). Відомо, що $AL = 5$ см, $BL = 2$ см. Знайдіть $\operatorname{tg}\angle A$.



А	Б	В	Г	Д
$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{5}$

7. У прямокутному трикутнику ACB $AC = 6$ см, $AH = 3$ см, $CH \perp AB$ (див. рисунок). Знайдіть HB.

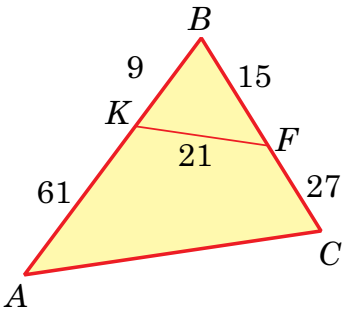


А	Б	В	Г	Д
3 см	6 см	$3\sqrt{3}$ см	9 см	12 см

8. У трикутнику ABC відомо, що $AB = 4\sqrt{2}$ см, $\angle C = 135°$. Знайдіть діаметр кола, описаного навколо трикутника.

А	Б	В	Г	Д
2 см	4 см	8 см	16 см	32 см

9. Знайдіть довжину відрізка AC (див. рисунок).



А	Б	В	Г	Д
63 см	37,8 см	98 см	147 см	інша відповідь

10. У трикутнику ABC проведено дві висоти AP та BK. Знайдіть довжину сторони AC, якщо $BC = 6$ см, $AP = 2$ см, $BK = 3$ см.

А	Б	В	Г	Д
4 см	8 см	2 см	5 см	інша відповідь

11. Установіть відповідність сторонами трикутника ABC (1–3) і твердженням (А–Д) про вид трикутника.

Сторони трикутника

1 $AB = 7$ см, $BC = 24$ см, $AC = 25$ см

2 $AB = 14$ см, $BC = 15$ см, $AC = 16$ см

3 $AB = 12$ см, $BC = 15$ см, $AC = 24$ см

Вид трикутника

А гострокутний нерівнобедрений трикутник

Б тупокутний рівнобедрений трикутник

В прямокутний трикутник

Г тупокутний нерівнобедрений трикутник

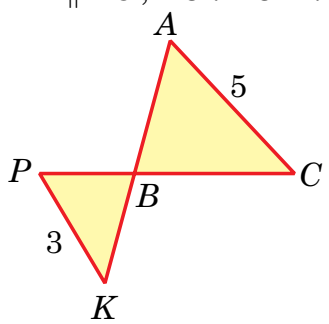
Д рівносторонній трикутник

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

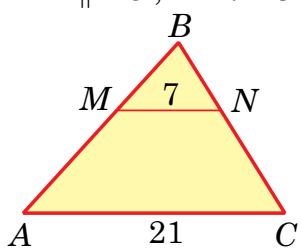
12. Установіть відповідність між трикутником (1–3) та відношенням відрізків (А–Д) трикутника.

Трикутник

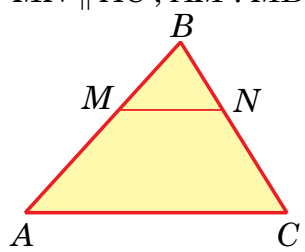
1 $KP \parallel AC$, $PC : BC = ?$



2 $MN \parallel AC$, $BN : BC = ?$



3 $MN \parallel AC$, $AM : MB = 3 : 2$, $AC : MN = ?$



Відношення відрізків

А 1 : 3

Б 1 : 2

В 8 : 5

Г 5 : 3

Д 5 : 2

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

13. Кут між двома сторонами трикутника, одна з яких на 10 см більша за другу, дорівнює 60°, а третя сторона дорівнює 14 см. Яка довжина найбільшої сторони трикутника?

Відповідь.

14. Знайдіть суму радіусів вписаного та описаного кіл трикутника зі сторонами 25 см, 33 см і 52 см.

Відповідь.

Рефлексія

1. Я знаю, які існують види трикутників за сторонами і кутами.

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

2. Я вмію перевірити, чи можуть три відрізки утворити трикутник.

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

3. Я можу назвати і показати елементи трикутника: вершини, сторони, кути.

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

4. Я вмію розрізняти медіани, бісектриси та висоти трикутника.

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

5. Я розумію, як застосовується теорема Піфагора.

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

6. Я знаю, що таке синус, косинус, тангенс і котангенс гострого кута прямокутного трикутника.

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

7. Я вмію використовувати тригонометричні функції для знаходження сторін і кутів у прямокутному трикутнику.

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

8. Я можу застосувати теорему косинусів та теорему синусів для розв'язування довільного трикутника.

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

9. Я знаю властивості рівнобедреного та рівностороннього трикутників.

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

10. Я знаю формули для обчислення площ трикутників.

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

Можливі теми проєктів

1. Геометрія трикутника навколо нас.
2. Трикутник і мистецтво.
3. Практичний зміст застосування властивостей прямокутного трикутника.
4. Побудова особливих точок трикутника (інцентра, ортоцентра та центра мас).
5. Подібні трикутники: дослідження і застосування.