

10

Тема 1. Корені n -го степеня

Урок 5. Означення степеня з раціональним показником. Властивості степенів із раціональними показниками

План уроку

1. Означення степеня з раціональним показником.
2. Доведення властивостей степенів із раціональними показниками.
3. Розв'язування практичних задач.
4. Розв'язування тренувальних вправ.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

вирізняє комплексні проблемні ситуації, які можуть бути розв'язані математичними методами [12 MAO 1.1.1-1];

розпізнає неповну і надлишкову інформацію, маніпулювання даними, визначає надійність джерел [12 MAO 1.2.1-2];

обирає серед кількох різних стратегій розв'язання комплексних проблемних ситуацій таку, що задовольняє певні умови, використовуючи статистичні дані, зокрема економічного характеру [12 MAO 2.2.2-1];

визначає компоненти математичної моделі комплексної проблемної ситуації, взаємозв'язки між ними [12 MAO 2.3.1-1];

самостійно чи у співпраці з іншими визначає суттєві дані в комплексній проблемній ситуації та їхню вірогідність [12 MAO 3.1.1-1];

за потреби, виправляє помилки та вносить зміни в математичну модель та/або спосіб розв'язання [12 MAO 3.2.3-1];

самостійно та у співпраці з іншими добирає доцільні математичні поняття, факти та послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 MAO 4.2.1-2];

застосовує визначену послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 MAO 4.2.1-3].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Сформулюйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку. Запитання можна лише сформулювати, а відповіді на них давати поступово впродовж викладення матеріалу.
- 2) Запропонуйте учням/ученицям завдання на повторення вивченого матеріалу, на свій вибір.
- 3) Сформулюйте практичну задачу (без розв'язання). Розв'язання пропонуємо у вигляді групової роботи наприкінці уроку.
- 4) Доведення властивостей степенів з раціональними показниками можна розглянути як ілюстративні приклади. Пропонуйте доведення властивостей, за потреби. Доведіть одну або кілька властивостей.
- 5) До теоретичних тверджень наведено ілюстративні приклади. Обирайте ілюстративні приклади на ваш розсуд.
- 6) Увесь запропонований матеріал неможливо подати в часових вимірах одного уроку, тому обирайте кількість матеріалу на ваш розсуд.
- 7) Обов'язково пропонуйте розв'язання практичної задачі. Об'єднайте учнів/учениць у кілька груп. Під час розв'язання задачі групами важливо формувати комунікаційні навички, знаходити математичного партнера, з яким під силу розв'язати задачу, інтегрувати здобуті знання у розв'язання практичних задач.
- 8) Обов'язково пропонуйте учням/ученицям самотужки або в групах розв'язувати тренувальні завдання за трьома рівнями складності, на вибір учня/учениці.
- 9) Формуйте навички розв'язання прикладів і задач та навчайте учнів/учениць самостійної роботи над завданнями.
- 10) Запропонуйте учням/ученицям заповнити лист рефлексії.

I. Організаційна частина (3–4 хв)

Мотиваційні запитання

- 1) Як можна розрахувати суму повернення кредиту, якщо повернення буде через 1,5 року?
- 2) Чи відбувається поділ клітин або ріст бактерій цілими «кроками», наприклад, годинами?
- 3) Чи можливо процес поділу клітин описати з використанням лише цілого показника степеня?
- 4) Чи можливо записати вираз $\sqrt[3]{6^5}$ по-іншому?
- 5) Чи може показник степеня бути правильним або неправильним дробом?

II. Повторення (3–4 хв)

1. Знайдіть область допустимих значень виразу $\sqrt[5]{x+3}$.
Відповідь. $(-\infty; +\infty)$.
2. Обчисліть значення виразу $\frac{3}{4} \cdot \sqrt[5]{32}$.
Відповідь. 1,5.
3. Обчисліть: $\sqrt{2\frac{1}{4}}$.
Відповідь. 1,5.
4. Обчисліть: $\sqrt[6]{(-3)^6}$.
Відповідь. 3.
5. Спростіть вираз $(\sqrt[4]{a} + 1)(\sqrt[4]{a} - 1)$.
Відповідь. $\sqrt{a} - 1$.
6. Звільніться від ірраціональності в знаменнику $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$.
Відповідь. $\frac{5+\sqrt{5}}{4}$.

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Лісовий масив має форму круга. Вчені-екологи спостерігають за збільшенням площі насаджень. Збільшення площі насаджень можна описати формулою $S_0 \cdot (1+k)^{\frac{t}{n}}$, де S_0 — початкова площа насаджень, k — щорічний відсоток приросту радіуса круга насаджень, n — коефіцієнт, що враховує нелінійність збільшення радіуса круга з часом. Обчисліть площу лісу через 3 роки, якщо $S_0 = 500$ га, а щорічний приріст радіуса круга становить в середньому 21%, тобто $k = 0,21$, коефіцієнт $n = 2$.

III. Означення степеня з раціональним показником (5 хв)

1. Степінь із цілим показником $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, якщо n — ціле від'ємне число.
2. $a^0 = 1$, якщо $a \neq 0$.
3. Якщо a — додатне число, m — ціле число, а n — натуральне число ($n > 1$), то степенем числа a з раціональним показником $\frac{m}{n}$ називається корінь n -го степеня з числа a^m .
 $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$, де m — ціле число, n — натуральне, $n \geq 2$, $a > 0$.

Наприклад:

$$1) 8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2,$$

$$2) a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}, \text{ якщо } a > 0,$$

$$3) b^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{b}, \text{ якщо } b > 0,$$

$$4) \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}, \text{ якщо } x > 0,$$

$$5) \sqrt[5]{x^4} = x^{\frac{4}{5}}, \text{ якщо } x > 0.$$

Примітка. Основа степеня $a^{\frac{m}{n}}$ (число a) має бути додатним числом, оскільки, в іншому випадку, можуть виникати математичні невизначеності.

Наприклад, $(-4)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-4}$, що неможливо.

При виконанні дій зі степенями з раціональними показниками використовують формули скороченого множення:

$$1) a - b = \left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 - \left(b^{\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right);$$

$$2) a - b = \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^3 - \left(b^{\frac{1}{3}}\right)^3 = \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right);$$

$$3) a + b = \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^3 + \left(b^{\frac{1}{3}}\right)^3 = \left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right).$$

Ілюстративні приклади

7. Обчисліть значення виразу $8^{\frac{2}{3}}$.

Розв'язання. $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{(2^3)^2} = \sqrt[3]{2^{2 \cdot 3}} = 2^2 = 4.$

Відповідь. 4.

8. Знайдіть значення виразу $27^{\frac{1}{3}} + 16^{\frac{3}{4}}$.

Розв'язання. $27^{\frac{1}{3}} + 16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[3]{27} + \sqrt[4]{16^3} = 3 + (\sqrt[4]{16})^3 = 3 + 2^3 = 11.$

Відповідь. 11.

9. Спростіть дробовий вираз $\frac{x-y}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}.$

Розв'язання. Розкладемо чисельник на множники за формулою різниці квадратів:

$$\frac{x-y}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}} = \frac{\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 - \left(y^{\frac{1}{2}}\right)^2}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}} = \frac{\left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)\left(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}\right)}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}.$$

Відповідь. $x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}.$

10. Спростіть: $\frac{a+b}{a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}}.$

Розв'язання. Розкладемо чисельник на множники за формулою суми кубів:

$$a+b = \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^3 + \left(b^{\frac{1}{3}}\right)^3 = \left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right) \left(a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right).$$

$$\text{Тоді: } \frac{a+b}{a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}} = \frac{\left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right) \left(a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}} = a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}.$$

Відповідь. $a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}.$

Властивості степенів із раціональними показниками аналогічні властивостям степенів із натуральними показниками.

IV. Доведення властивостей степенів із раціональними показниками

1. *Добуток степенів з однаковою основою.* Нехай $a > 0$, а числа p і q — раціональні. Тоді: $a^p \cdot a^q = a^{p+q}.$

Доведення. Нехай $p = \frac{m}{n}, q = \frac{k}{s}.$

$$\text{Тоді } a^p \cdot a^q = a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{k}{s}} = a^{\frac{ms}{ns}} \cdot a^{\frac{kn}{ns}}$$

За означенням степеня з раціональним показником:

$$a^{\frac{ms}{ns}} \cdot a^{\frac{kn}{ns}} = \sqrt[n]{a^{ms}} \cdot \sqrt[n]{a^{kn}} = \sqrt[n]{a^{ms} \cdot a^{kn}} = \sqrt[n]{a^{ms+kn}} = a^{\frac{ms+kn}{ns}} = a^{\frac{ms}{ns} + \frac{kn}{ns}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{k}{s}} = a^{p+q}.$$

Отже, $a^p \cdot a^q = a^{p+q},$ де $p = \frac{m}{n}, q = \frac{k}{s}.$

2. *Частка степенів з однаковою основою.* Нехай $a > 0$, а числа p і q — раціональні.

$$\text{Тоді: } a^p : a^q = a^{p-q}, \text{ де } p = \frac{m}{n}, q = \frac{k}{s}.$$

3. *Піднесення степеня до степеня.* Нехай $a > 0$, а числа p і q — раціональні. Тоді: $(a^p)^q = a^{pq}.$

Доведення. Нехай $p = \frac{m}{n}, q = \frac{k}{s}.$ За означенням, $(\sqrt[n]{a^m})^{\frac{k}{s}} = \sqrt[s]{(\sqrt[n]{a^m})^k}.$

Використаємо властивість: $(\sqrt[n]{x})^k = \sqrt[n]{x^k}.$

$$\sqrt[s]{(\sqrt[n]{a^m})^k} = \sqrt[s]{\sqrt[n]{(a^m)^k}} = \sqrt[s]{\sqrt[n]{a^{mk}}} = a^{\frac{mk}{sn}} = a^{pq}.$$

Отже, $(a^p)^q = a^{pq}.$

4. *Степінь добутку.* Якщо $a > 0, b > 0$ і число p — раціональне, то: $(ab)^p = a^p \cdot b^p.$

Доведення. Нехай $p = \frac{m}{n}.$ Тоді $(ab)^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{(ab)^m} = \sqrt[n]{a^m b^m} = \sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{b^m} = a^{\frac{m}{n}} \cdot b^{\frac{m}{n}} = a^p \cdot b^p.$

Отже, $(ab)^p = a^p \cdot b^p$.

5. Степінь частки. Якщо $a > 0$, $b > 0$ і число p — раціональне, то: $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$.

Доведення. Нехай $p = \frac{m}{n}$. Тоді $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{\left(\frac{a}{b}\right)^m} = \sqrt[n]{\frac{a^m}{b^m}} = \frac{\sqrt[n]{a^m}}{\sqrt[n]{b^m}} = \frac{a^{\frac{m}{n}}}{b^{\frac{m}{n}}} = \frac{a^p}{b^p}$.

Отже, $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$.

Ілюстративні приклади (5–6 хв)

11. Спростіть вираз $\left(a^{\frac{3}{4}}\right)^2 \cdot \sqrt[3]{a^2}$.

Розв'язання. $\left(a^{\frac{3}{4}}\right)^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{3}{2} + \frac{2}{3}} = a^{\frac{13}{6}}$.

Відповідь. $a^{\frac{13}{6}}$.

12. Який показник степеня має вираз $\frac{x^{-\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{x^5}}{\sqrt[4]{x}}$?

Розв'язання. $\frac{x^{-\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{x^5}}{\sqrt[4]{x}} = \frac{x^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{3}}}{x^{\frac{1}{4}}} = \frac{x}{x^{\frac{1}{4}}} = x^{\frac{3}{4}}$.

Відповідь. $\frac{3}{4}$.

13*. Спростіть: $\frac{a-1}{a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{a}}{\sqrt{a} + 1} \cdot a^{\frac{1}{4}} + 1$.

Розв'язання. $\frac{a-1}{a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{a}}{\sqrt{a} + 1} \cdot a^{\frac{1}{4}} + 1 = \frac{\left(a^{\frac{1}{2}} - 1\right)\left(a^{\frac{1}{2}} + 1\right)}{a^{\frac{1}{2}}\left(a^{\frac{1}{4}} + 1\right)} \cdot \frac{\sqrt[4]{a}\left(\sqrt[4]{a} + 1\right) \cdot \sqrt[4]{a}}{\sqrt{a} + 1} + 1 =$
 $= \frac{a^{\frac{1}{2}}\left(a^{\frac{1}{2}} - 1\right) \cdot \left(\sqrt[4]{a} + 1\right)}{a^{\frac{1}{2}}\left(\sqrt[4]{a} + 1\right)} + 1 = a^{\frac{1}{2}} - 1 + 1 = \sqrt{a}$.

Відповідь. $\sqrt{a}$.

V. Розв'язування практичної задачі. Групова активність (8–10 хв)

Задача. Лісовий масив має форму круга. Вчені-екологи спостерігають за збільшенням площі насаджень. Збільшення площі насаджень можна описати формулою $S_0 \cdot (1+k)^{\frac{t}{n}}$, де S_0 — початкова площа насаджень, k — щорічний відсоток приросту радіуса круга насаджень, n — коефіцієнт, що враховує нелінійність збільшення радіуса круга з часом. Обчисліть площу лісу через 3 роки, якщо $S_0 = 500$ га, а щорічний приріст радіуса круга становить в середньому 21%, тобто $k = 0,21$, коефіцієнт $n = 2$.

Розв'язання. Оскільки $S_0 = 500$ га, $k = 0,21$, $n = 2$, за умовою, то:

$$\begin{aligned} S &= S_0 \cdot (1+k)^{\frac{t}{n}} = 500 \cdot (1+0,21)^{\frac{3}{2}} = 500 \cdot \sqrt{1,21^3} = 500 \cdot \left(\sqrt{\frac{121}{100}} \right)^3 = \\ &= 500 \cdot \frac{11^3}{10^3} = 500 \cdot \frac{1331}{1000} = \frac{1331}{2} = 665,5 \text{ (га)}. \end{aligned}$$

Отже, через 3 роки площа лісу становитиме 665,5 га.

Відповідь. 665,5 га.

VI. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

Рівень А

1. Подайте числовий вираз у вигляді кореня:

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|------------------|
| 1) $64^{\frac{3}{2}}$; | 2) $18^{\frac{2}{3}}$; | 3) $100^{1,5}$; |
| 4) $6^{\frac{4}{5}}$; | 5) $12^{\frac{1}{2}}$; | 6) $7^{-2,75}$. |

2. Подайте числовий вираз у вигляді степеня з дробовим показником:

- | | | |
|----------------------|--------------------------------|---------------------------|
| 1) $\sqrt[3]{5^4}$; | 2) $\sqrt[6]{7}$; | 3) $\sqrt[15]{2^{119}}$; |
| 4) $\sqrt[8]{a^7}$; | 5) $\frac{1}{\sqrt[8]{a^7}}$; | 6) $\sqrt[4]{b^{-3}}$. |

3. Застосуйте властивості степенів та подайте вираз у вигляді степеня:

- | | | | |
|--|--------------------------------------|--|---|
| 1) $2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{2}{3}}$; | 2) $3^{1,5} \cdot 3^{\frac{2}{3}}$; | 3) $5 \cdot 5^{\frac{2}{5}} \cdot 5^{-2,5}$; | 4) $\frac{1}{7^3} \cdot 7^{\frac{1}{6}}$. |
| 5) $\frac{7^{\frac{3}{4}}}{7^{\frac{1}{4}}}$; | 6) $\frac{5^{1,5}}{5^{-3}}$; | 7) $\left(\frac{11^5}{11^{\frac{4}{5}}} \right)^{-1}$; | 8) $\left(\frac{1}{45} \right)^{-\frac{2}{3}}$. |

4. Установіть відповідність між числовим виразом (1–4) та його значенням (А–Д).
(Пробне ЗНО, 2015 р.).

Числовий вираз

- 1 $16^{\frac{1}{2}}$
2 $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$
3 $(2^3)^2$
4 $2^{3,5} \cdot 2^{1,5}$

Значення числового виразу

- А 4
Б 8
В 16
Г 32
Д 64

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐

5. За властивостями степенів, спростіть вираз:

1) $16^{-0,75} \cdot 8^{-\frac{5}{12}} \cdot 4^{\frac{5}{8}}$; 2) $\frac{\left(x^{\frac{5}{8}}\right)^4}{\sqrt[3]{x^4}}$.

6. Розкрийте дужки та зведіть подібні доданки:

1) $3a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}} - 2) + 6a^{\frac{1}{2}}$; 2) $(5a^{\frac{4}{3}} + 2b^{\frac{1}{2}})(5a^{\frac{4}{3}} - 2b^{\frac{1}{2}})$;
3) $(x^{0,5} - y^{0,5})^2$; 4) $(m^{\frac{1}{8}} - 4)(m^{\frac{1}{4}} - 2)(m^{\frac{1}{4}} + 2)$.

7. Обчисліть значення виразу $\frac{(3a^2b)^3}{ab^4} : \frac{(81b^2 \cdot a^{10})^{\frac{1}{2}}}{5ab}$, якщо $a = 2$, $b = 8$.

(ЗНО, 2011 р., додаткова сесія).

Рівень В

1. Обчисліть значення виразу:

1) $\left(\frac{1}{9}\right)^{0,5} \cdot 3^{2,5} \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}$; 2) $32^{0,6} - 0,125^{-\frac{2}{3}} + 0,008^{\frac{1}{3}}$;
3) $\left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{49}\right)^{-0,5} \cdot 36^{\frac{3}{2}}$; 4) $\frac{100^{\frac{3}{4}} \cdot 10^{\frac{1}{2}}}{1000^{\frac{1}{6}}}$.

2. Обчисліть:

1) $3^{2,5} \cdot 9^{-0,5} \cdot 27^{-\frac{1}{3}}$; 2) $5^{-0,8} : 5^{1,2} \cdot 125^{2,5}$;
3) $\left(\frac{1}{81}\right)^{-0,75}$; 4) $\frac{64^{\frac{2}{3}}}{4^{\frac{1}{2}}}$.

3. Скоротіть дробовий вираз:

1) $\frac{p-16}{p^{0,5}-4}$; 2) $\frac{x^{\frac{3}{2}} + y^{\frac{3}{2}}}{x - x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} + y}$;
3) $\frac{a^{2,5} - a^{0,5}}{a^{1,5} - a^{0,5}}$; 4) $\frac{x^{-1} - y^{-1}}{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}(-x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})}$.

4. Скільки раціональних чисел записано в ряду: $\frac{\sqrt[3]{125}}{3}$, $\sqrt[6]{64}$, $\left(27^{\frac{2}{3}}\right)^{-1}$, $\frac{\sqrt[3]{3}}{3}$, $\sqrt{\sqrt{16}}$?

5. Розташуйте числа в порядку зростання: $a = (-1,2)^0$, $b = \sqrt[5]{-32}$, $c = 4^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{-2}$, $d = (\sqrt[4]{16})^{-1}$.

6. Порівняйте числа:

1) $7^{\frac{1}{4}}$ та $3^{\frac{1}{2}}$;

2) $4^{-\frac{1}{3}}$ та $2^{-\frac{1}{2}}$.

7. Установіть відповідність між виразом (1–4) та показником степеня (А–Д) виразу.

Вираз

1 $a^{\frac{2}{3}} : \sqrt[5]{a^2}$

2 $\left(a^{\frac{7}{6}} a^{\frac{14}{27}}\right)^{\frac{3}{7}}$

3 $\frac{\sqrt[9]{a^8}}{\sqrt[6]{a^5}}$

4 $\sqrt[3]{a^5 \sqrt{a}} \cdot \sqrt[5]{a}$

Показник степеня виразу

А $\frac{1}{18}$

Б $\frac{4}{15}$

В $\frac{3}{5}$

Г $\frac{13}{18}$

Д $\frac{8}{15}$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐

8. Установіть відповідність між виразом (1–4) та виразом (А–Д), що йому тотожно дорівнює.

Вираз

1 $\sqrt[6]{a^{20} b^{19}}$, якщо $a < 0$

2 $\sqrt[6]{5ab} \cdot \sqrt[3]{a^2 b}$

3 $\frac{\sqrt[6]{a^3 b^2} \sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt{ab}}$

4 $ab \cdot \sqrt[8]{\frac{1}{a^4 b^5}}$, якщо $a < 0$

Тотожно рівний вираз

А $-a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{3}{8}}$

Б $\sqrt[18]{\frac{a}{b}}$

В $-a^3 b^3 \cdot \left(a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{6}}\right)$

Г $a^{\frac{21}{30}} \cdot b^{\frac{11}{30}}$

Д $a^3 b^3 \cdot \sqrt[6]{a^2 b}$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐

9. У фармацевтичній лабораторії виготовляють ліки, де одну з речовин стерилізують нагріванням. При цьому маса речовини змінюється за формулою $m = m_0 \cdot t^{\frac{3}{4}}$, де m_0 — початкова маса речовини (у грамах), t — температура стерилізації (у градусах $^{\circ}\text{C}$). Визначте масу речовини після стерилізації при температурі 80°C , якщо початкова маса речовини становить 10 г.

10. Знайдіть область визначення функції:

1) $y = x^{\frac{5}{8}}$;

2) $y = (x + 3)^{\frac{1}{6}}$;

3) $y = (2x - 5)^{-0,75}$;

4) $y = (x^2 - 4x + 4)^{\frac{1}{3}}$.

Рівень С

1. Подайте вираз у вигляді степеня:

$$1) (\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2})^{-6}; \quad 2) (\sqrt[5]{a^4} : \sqrt[10]{a^3})^{20}; \quad 3) (m^{-1} \cdot \sqrt[4]{m^3})^{-4}; \quad 4) \left(\sqrt[3]{\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}}} \right)^{-9}.$$

2. Обчисліть значення виразу:

$$1) \left(\frac{1}{4} \right)^{1,5} \cdot 8^{0,5} \cdot 16^{0,25}; \quad 2) \frac{27^{0,6} \cdot 9^{-0,5}}{3^{0,2}}; \quad 3) (4^{\frac{1}{4}})^{-2} \cdot 0,5^{-0,5}; \quad 4) \left(\frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[6]{27}} \right)^{-3}.$$

3. Спростіть вираз:

$$1) (16x^4)^{\frac{3}{4}}; \quad 2) (64y^{-6})^{-\frac{1}{3}}; \quad 3) (0,09b^{-8})^{\frac{1}{2}}; \quad 4) (27c^{-12})^{-\frac{2}{3}}.$$

4. Спростіть вираз $(x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{2}{3}} + (xy)^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}}) - (x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})$ та знайдіть його значення, якщо $x = 8$, $y = 100$.

5. Спростіть вираз $\left(a^{-1} \cdot b^{\frac{5}{4}} \left(a^{3,5} \cdot b^{-\frac{1}{8}} \right)^2 \right)^{-1}$.

6. Побудуйте графік функції:

$$1) y = (x^{-\frac{1}{6}})^{12}; \quad 2) y = ((x-1)^2)^{\frac{1}{2}}; \quad 3) y = (x+2)^{-1}; \quad 4) y = ((x+3)^3)^{\frac{1}{3}}.$$

7. Обчисліть $64^{-\frac{5}{6}} - (0,125)^{-\frac{1}{3}} - 32 \cdot 2^{-4} \cdot 16^{-1\frac{1}{2}} + 12^0 \cdot 4$.

8. Спростіть вираз $\frac{2x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} - 3x^{-\frac{1}{3}}} - \frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{5}{3}} - x^{\frac{2}{3}}} - \frac{x+1}{x^2 - 4x + 3}$.

9*. Обчисліть значення виразу $\frac{n^{\frac{4}{3}} - 27n^{\frac{1}{3}}m}{n^{\frac{2}{3}} + 3\sqrt[3]{mn}} : \left(1 - 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{m}{n}} \right) - \sqrt[3]{n^2}$, якщо $n = 5$.

VII. Рефлексія. Запропонуйте учням/ученицям відповісти на запитання (1–2 хв)

Я ...

- вмію пояснити, що таке степінь з раціональним показником;
- можу сформулювати означення степеня з раціональним показником;
- вмію обчислювати значення виразів, що містять степені з раціональними, в тому числі з від'ємними, показниками;
- вмію застосовувати властивості степенів з раціональними показниками для спрощення виразів;
- вмію порівнювати числа, подані у вигляді степенів з раціональними показниками;
- відчуваю себе впевнено у розв'язанні завдань цієї теми.