10 Тема 15. Моніторинг навчальних досягнень учнів/учениць

Урок 1–2. Систематизація та узагальнення знань. Захист проєктів/Контрольна робота

План уроку

1. Повторення матеріалу з алгебри.
2. Повторення матеріалу з геометрії.
3. Захист індивідуальних або групових проєктів.
3. Підсумкове оцінювання.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

інтерпретує, аналізує, систематизує дані та зв'язки між ними [12 МАО 1.2.2-1];

упорядковує інформацію математичного змісту [12 МАО 2.1.3-1];

за потреби, виправляє помилки і вносить зміни в математичну модель та/або у спосіб розв'язання [12 МАО 3.2.3-1];

класифікує і структурує математичні поняття і факти [12 МАО 4.1.2-1].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

1) Урок розрахований на дві академічні години. Можливі кілька варіантів проведення уроків.
Варіант 1. Обидва уроки — презентація та захист індивідуальних/групових проєктів.
Варіант 2. Перший урок — повторення та актуалізація знань, Другий урок — проведення тематичної контрольної роботи.
Варіант 3. Перший урок — проведення тематичної контрольної роботи. Другий урок — робота над помилками та аналіз завдань.
Варіант 4. Альтернативний формат уроку: частина учнів захищають і презентують проєкти; інша частина — виконують тематичну контрольну роботу.

2) Для захисту проєктів забезпечте учнів/учениць технічними та навчальними засобами, а саме: ноутбуками, проєкторами тощо.

3) Якщо ви проводите захист учнівських проєктів, то мотивуйте учнів/учениць до активного обговорення запропонованих проєктів.

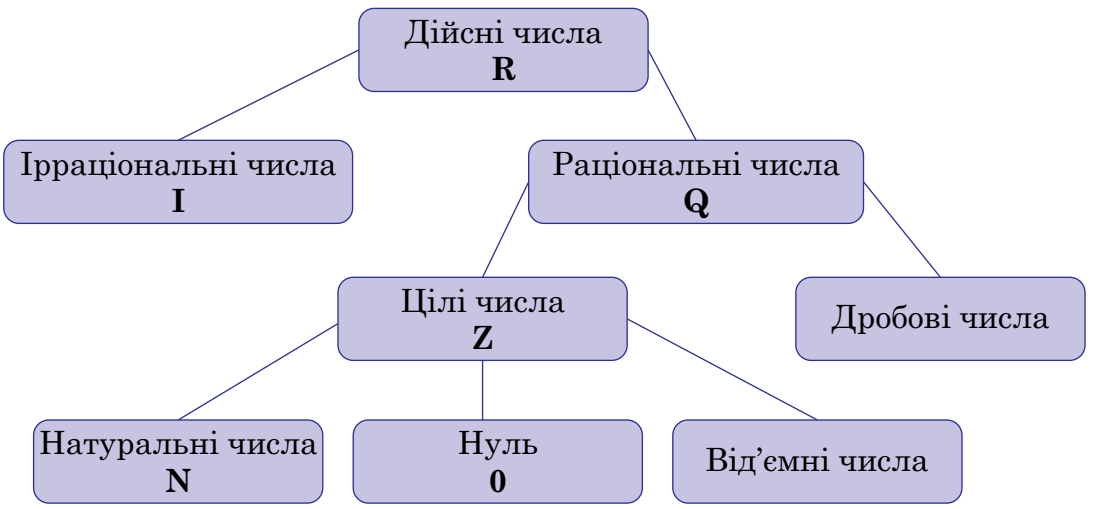
4) За умови проведення тестування, завчасно забезпечте учнів/учениць тестовими завданнями.

5) Для проведення тестування використовуйте завдання підсумкового тесту у двох варіантах, який надається. Відповіді до тестових завдань наведено. Критерії оцінювання подані після відповідей до тестових завдань.

6) Подана у конспекті уроку схема систематизації знань має умовний характер. Ви можете змінювати, доповнювати чи деталізувати її залежно від рівня підготовленості класу.

I. Числові множини

На наведеній схемі структуровано числові множини.



Означення числових множин подано в таблиці (див. таблицю).

Натуральні числа	Числа, які виникають природним чином при лічбі предметів. Наприклад:1, 2, 3, 4, …,999,…
Цілі числа	Множина чисел, що складається з множини натуральних чисел, нуля та від'ємних чисел (протилежних до натуральних). Наприклад: –55; –10; –2; 0; 5; 99.
Раціональні числа	Множина нескоротних дробів вигляду $\frac{m}{n}$ із цілим чисельником m та натуральним знаменником n. Наприклад: $\frac{6}{7}$; 0,15; $9\frac{1}{2}$.
Ірраціональні числа	Числа, що не є раціональними (не можуть бути виражені відношенням цілого та натурального чисел). Мають вигляд нескінченних десяткових дробів. Наприклад: $\sqrt{2}$, $\sqrt{125}$, π.
Дійсні числа	Множина, що складається з раціональних та ірраціональних чисел. Наприклад: 1; –2; 0; $\frac{6}{7}$; $\sqrt{125}$, π; …

II. Модуль числа

Модулем числа називають відстань від початку відліку до точки, що відповідає цьому числу на числовій осі.

Практична формула розкривання модуля:

$$|x| = \left[\begin{array}{l} x,\ x > 0, \\ 0,\ x = 0, \\ -x,\ x < 0; \end{array}\right. = \left[\begin{array}{l} x,\ x \geq 0 \\ -x,\ x < 0. \end{array}\right.$$

Щоб розкрити модуль, потрібно відповісти на запитання:
які знаки мають число, буква або вираз, що знаходяться під модулем?

- Якщо додатні, то модуль відкидаємо, а число, букву або вираз переписуємо без змін (перший рядок формули).
- Якщо від'ємні, то модуль також відкидаємо, однак, перед числом, буквою або виразом ставимо знак мінус (другий рядок формули). Таким чином, від'ємні числа (букви, вирази) перетворюємо в додатні. При цьому число або вираз беремо в дужки.

III. Відсотки

У задачах на відсотки потрібно відсотки перетворювати у звичайні або десяткові дроби.

$$1\% = \frac{1}{100} = 0{,}01.$$

Три типи задач на відсотки

Розрізняють три типи задач на відсотки:
1) знаходження відсотків (p%) від даного числа a;
2) знаходження числа, p% якого дорівнюють числу a;
3) знаходження відсоткового відношення числа a до числа b.

Знаходження відсотків від даного числа *a*	$\frac{a}{100} \cdot p$	**Приклад.** Знайдемо 40% від числа 130. *I спосіб.* Знаходження дробу від числа. $0{,}4 \cdot 130 = 52$. *II спосіб.* Метод пропорцій. $\frac{130}{100} \cdot 40 = 52$.
Знаходження числа за його відсотком	$\frac{100}{p} \cdot a$	**Приклад.** Знайдемо число, 20% якого становлять 60. *I спосіб.* Знаходження числа за його дробом. $60 : 0{,}2 = 300$. *II спосіб.* Метод пропорцій. $\frac{100}{20} \cdot 60 = 300$.
Знаходження відсоткового відношення числа *a* до числа *b*	$\frac{a}{b} \cdot 100\%$	**Приклад.** Знайдемо відсоткове відношення числа 2 до 5. $\frac{2}{5} \cdot 100\% = 40\%$. Отже, число 2 становить 40% від 5.

IV. Рівняння

1. Лінійні рівняння

Означення. Рівняння виду $ax = b$, де a та b — деякі числа, називається ***лінійним***.

Алгоритм розв'язування лінійних рівнянь

1) якщо $a \neq 0$, то $x = \frac{b}{a}$;
2) якщо $a = 0$ і $b = 0$, то будь-яке число є коренем рівняння;
3) якщо $a = 0$ і $b \neq 0$, то рівняння коренів не має.

2. Квадратні рівняння

Означення. Рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$, де a, b, c — деякі числа, причому $a \neq 0$, називається ***квадратним***.
Числа a, b, c мають назви:
число a — ***старший коефіцієнт***, число b — ***другий коефіцієнт***, число c – ***вільний член***.

- Якщо старший коефіцієнт дорівнює 1, то рівняння називають ***зведеним***.
- Якщо другий коефіцієнт або вільний член дорівнює 0, то рівняння називають ***неповним квадратним рівнянням***.

Наведемо алгоритм та приклади розв'язування неповних квадратних рівнянь.

Коефіцієнт або вільний член	**Рівняння**	**Розв'язання**	**Приклад**
$c = 0$	$ax^2 + bx = 0$	$x(ax + b) = 0$, $x = 0$ або $ax + b = 0$, $x = 0,\ x = -\frac{b}{a}$.	$3x^2 + 8x = 0$, $x(3x + 8) = 0$, $x = 0$ або $3x + 8 = 0$, $x = 0,\ x = -\frac{8}{3}$.
$b = 0$	$ax^2 + c = 0$	$ax^2 = -c$, $x^2 = -\frac{c}{a}$. 1) Якщо $-\frac{c}{a} < 0$, то рівняння коренів не має. 2) Якщо $-\frac{c}{a} > 0$, то $x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$, $x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$.	1) $3x^2 + 8 = 0$, $x^2 = -\frac{8}{3}$. Рівняння коренів не має. 2) $3x^2 - 8 = 0$, $x^2 = \frac{8}{3}$, $x_1 = -\sqrt{\frac{8}{3}}$, $x_2 = \sqrt{\frac{8}{3}}$.
$b = c = 0$	$ax^2 = 0$	$x = 0$	$3x^2 = 0$, $x = 0$

Алгоритм розв'язування квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$

1) Знаходимо дискримінант $D = b^2 - 4ac$.

2) Якщо $D > 0$, то:

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a},\ x_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}.$$

3) Якщо $D = 0$, то $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$.

4) Якщо $D < 0$, то рівняння коренів не має.

3. Теорема Вієта

Теорема Вієта. **Якщо x_1 та x_2 — корені зведеного квадратного рівняння $x^2 + px + q = 0$, то $x_1 + x_2 = -p$ та $x_1 \cdot x_2 = q$.**

Доведення. Знайдемо дискримінант: $D = p^2 - 4q$.

$$x_1 = \frac{-p+\sqrt{D}}{2},\ x_2 = \frac{-p-\sqrt{D}}{2}.$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-p-\sqrt{D}-p+\sqrt{D}}{2} = \frac{-2p}{2} = -p.$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{\left(-p-\sqrt{D}\right)\left(-p+\sqrt{D}\right)}{4} = \frac{p^2-D}{4} = \frac{p^2-p^2+4q}{4} = \frac{4q}{4} = q.$$

Наслідок. **Якщо квадратне рівняння не є зведеним, тобто $ax^2 + bx + c = 0$ з коренями x_1 та x_2, то $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1x_2 = \frac{c}{a}$.**

4. Дробово-раціональні рівняння

Оскільки будь-який раціональний вираз можна подати у вигляді дробу, то будь-яке раціональне рівняння можна звести до вигляду $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$, де $P(x)$ та $Q(x)$ – многочлени.

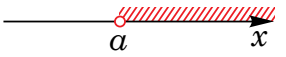
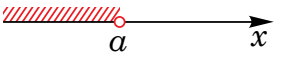
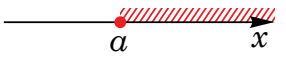
Коли дріб (дробовий вираз) дорівнює 0?

Відповідь. Дріб або дробовий вираз дорівнює нулю, якщо його чисельник дорівнює нулю, а знаменник не дорівнює нулю.

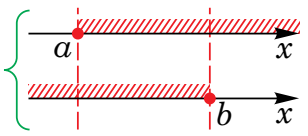
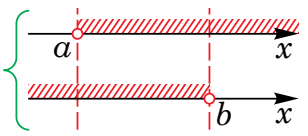
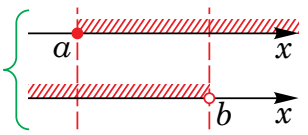
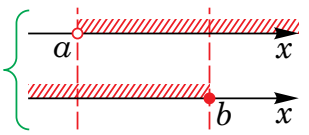
Отже, рівняння $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$ рівносильне системі: $\begin{cases} P(x) = 0, \\ Q(x) \neq 0. \end{cases}$

V. Нерівності

1. Числові нерівності. Лінійні нерівності

Нерівність	Запис проміжку	Назва проміжку	Зображення проміжку
$x > a$	$(a; +\infty)$	Відкритий числовий промінь	
$x < a$	$(-\infty; a)$	Відкритий числовий промінь	
$x \geq a$	$[a; +\infty)$	Числовий промінь	
$x \leq a$	$(-\infty; a]$	Числовий промінь	

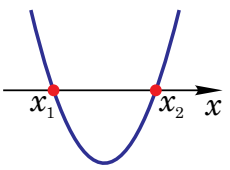
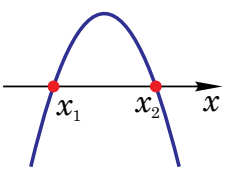
2. Подвійні лінійні нерівності

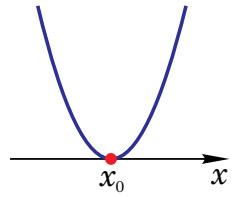
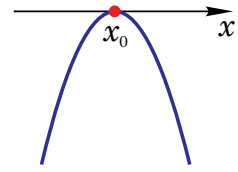
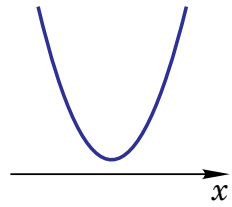
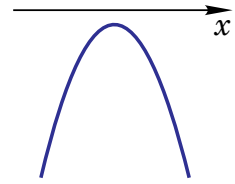
Система нерівностей	Графічне зображення розв'язків системи нерівностей	Подвійна нерівність
$\begin{cases} x \geq a, \\ x \leq b. \end{cases}$		$a \leq x \leq b$
$\begin{cases} x > a, \\ x < b. \end{cases}$		$a < x < b$
$\begin{cases} x \geq a, \\ x < b. \end{cases}$		$a \leq x < b$
$\begin{cases} x > a, \\ x \leq b. \end{cases}$		$a < x \leq b$

3. Квадратні нерівності

Основний метод розв'язування квадратних нерівностей – графічний. Тобто, виконуємо схематичну побудову параболи, яка є графіком квадратичної функції $y(x) = ax^2 + bx + c$, та визначаємо проміжки знакосталості функції.

Таким чином, щоб розв'язати квадратну нерівність, треба побудувати схематичний графік квадратичної функції. При цьому можливий один із шести випадків (див. таблицю).

	$a > 0$	$a < 0$
$D > 0$		

	$a > 0$	$a < 0$
$D = 0$		
$D < 0$		

VI. Функції

Величина y називається функцією змінної величини x, якщо кожному значенню x із даної числової множини відповідає за деяким законом певне значення величини y. Позначається $y = f(x)$.

Види функцій

- лінійна функція: $y = kx + b$;
- обернена пропорційність: $y = \frac{k}{x}$;
- особливі випадки степеневої функції: $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$;
- квадратична функція: $y = ax^2 + bx + c$.

Основні властивості функцій та їхня графічна ілюстрація наведені в поданій нижче таблиці.

№ п/п	Аналітичні властивості функції	Графічна ілюстрація властивостей функції
1	*Область визначення*, тобто множина значень аргументу, при яких задана функція	Проекція графіка на вісь Ox
2	*Нулі функції* — точки, в яких функція перетворюється в 0, або корені рівняння $f(x) = 0$	Точки перетину графіка з віссю Ox
3	*Проміжки сталого знака*, тобто проміжки, на яких функція додатна (від'ємна), або, інакше —розв'язки нерівності $f(x) > 0$ ($f(x) < 0$)	Проміжки осі Ox, що відповідають точкам графіка, які лежать вище (нижче) від осі Ox
4	*Парність або непарність функції,* тобто виконання рівності $f(-x) = f(x)$ для парної функції та виконання рівності $f(-x) = -f(x)$ для непарної функції	Графік парної функції симетричний відносно осі Oy; графік непарної функції симетричний відносно початку координат
5	*Проміжки монотонності,* тобто проміжки, на яких функція зростає або спадає	Проміжки осі Ox, на яких графік прямує вгору або вниз
6	*Область значень функції* — множина чисел, які складаються з усіх значень функції	Проекція графіка на вісь Oy

Ілюстративні приклади

1. Маємо два водно-сольових розчини. Концентрація солі в першому розчині становить 0,25, а в другому — 0,4. На скільки більше треба взяти кілограмів одного розчину, ніж другого, щоб отримати розчин із масою 50 кілограмів, концентрація солі в якому становить 0,34. **(ЗНО, 2008 р.)**.

Розв'язання. Нехай перший розчин становить x кг, а другий — y кг. Тоді у першому розчині міститься $0{,}25x$ кг солі, а в другому розчині — $0{,}4y$ кг солі. У розчині з масою 50 кг міститься: $0{,}34 \cdot 50 = 17$ (кг) солі.

Складемо й розв'яжемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} x + y = 50, \\ 0{,}25x + 0{,}4y = 17; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 50 - y, \\ 0{,}25 \cdot (50 - y) + 0{,}4y = 17. \end{cases}$$

Тоді: $12{,}5 - 0{,}25y + 0{,}4y = 17$, $y = 30$.

Отже, розчин із масою 50 кг і концентрацією солі 0,34 має містити 20 кг першого розчину та 30 кг другого. Тоді другого розчину потрібно взяти на 10 кг більше.

Відповідь. На 10 кг.

2. Знайдіть найбільше значення функції $y = -x^2 + 3x - 4$. **(ЗНО, 2011 р.)**.

Розв'язання. Дана функція є квадратичною функцією вигляду $y = ax^2 + bx + c$, де $a = -1$, $b = 3$, $c = -4$. Оскільки коефіцієнт $a = -1 < 0$, то графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вниз. Це означає, що функція має найбільше значення у вершині параболи.

Координати вершини параболи $(x_0; y_0)$ знаходимо за формулами:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}, \; y_0 = f(x_0).$$

Тоді: $x_0 = -\dfrac{3}{2 \cdot (-1)} = 1{,}5.$

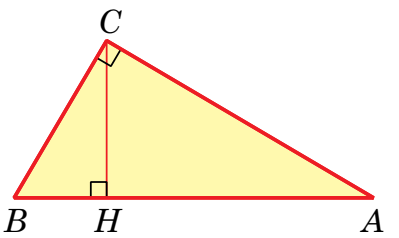
Підставимо знайдене значення x_0 у формулу функції, щоб знайти y_0:

$y_0 = -(1{,}5)^2 + 3 \cdot 1{,}5 - 4 = -2{,}25 + 4{,}5 - 4 = -1{,}75.$

Відповідь. $-1{,}75$.

VII. Метричні співвідношення у прямокутному трикутнику

Розглянемо ΔABC, $\angle ACB = 90°$ з висотою CH (див. рисунок).



Теорема. **Квадрат висоти прямокутного трикутника, проведеної до гіпотенузи, дорівнює добутку проєкцій катетів на гіпотенузу.**

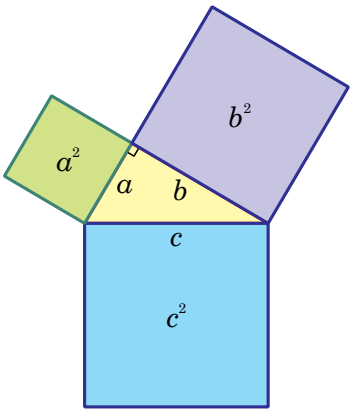
$$CH^2 = AH \cdot HB.$$

Теорема. **Квадрат катета дорівнює добутку гіпотенузи та проєкції цього катета на гіпотенузу.**

$$AC^2 = AB \cdot AH,$$
$$BC^2 = AB \cdot BH.$$

VIII. Теорема Піфагора

Теорема. **Квадрат гіпотенузи прямокутного трикутника дорівнює сумі квадратів катетів цього трикутника.**

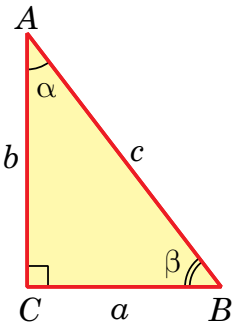


Тобто $c^2 = a^2 + b^2$ (див. рисунок), а також
$a^2 = c^2 - b^2$, $b^2 = c^2 - a^2$.

Отже, теорема Піфагора дає змогу за двома сторонами прямокутного трикутника обчислювати його третю сторону:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}\,,\ a = \sqrt{c^2 - b^2}\,,\ b = \sqrt{c^2 - a^2}\,.$$

IX. Тригонометричні функції гострих кутів



Розглянемо прямокутний ΔABC (див. рисунок).

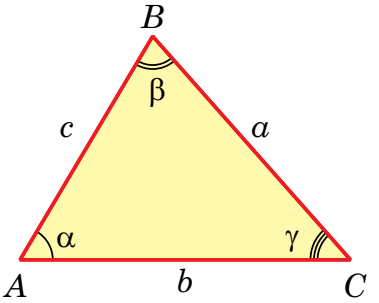
1) $\sin\alpha = \dfrac{a}{c}$, $\sin\beta = \dfrac{b}{c}$;

2) $\cos\alpha = \dfrac{b}{c}$, $\cos\beta = \dfrac{a}{c}$;

3) $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a}{b}$, $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{b}{a}$;

4) $\operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{b}{a}$, $\operatorname{ctg}\beta = \dfrac{a}{b}$.

X. Теорема косинусів



У трикутнику ABC (див. рисунок):

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$,

$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cdot \cos\beta$,

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$.

Нехай a, b і c — довжини сторін трикутника, причому c – довжина його найбільшої сторони.

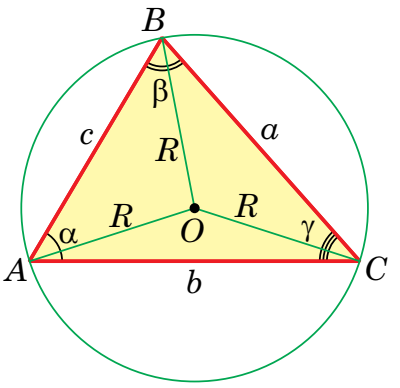
1) Якщо $c^2 < a^2 + b^2$, то трикутник є гострокутним.
2) Якщо $c^2 > a^2 + b^2$, то трикутник є тупокутним.
3) Якщо $c^2 = a^2 + b^2$, то трикутник є прямокутним.

XI. Теорема синусів

У трикутнику ABC (див. рисунок):

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R,$$

де R — радіус описаного навколо трикутника кола.

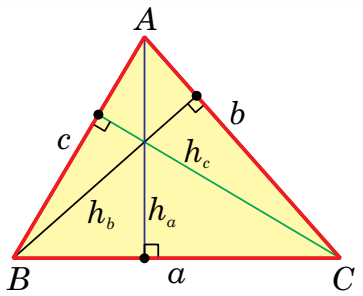


Наслідок теореми синусів. **Радіус кола, описаного навколо трикутника, можна обчислити за формулою $R = \frac{a}{2\sin\alpha}$, де a — довжина сторони трикутника, а α — величина протилежного до цієї сторони кута.**

XII. Формули площі трикутника

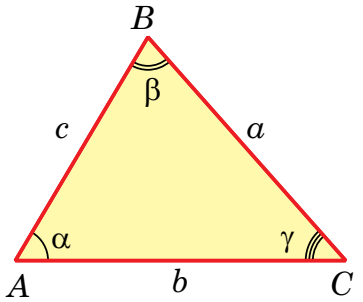
Теорема. **Площа трикутника дорівнює половині добутку його сторони та висоти, проведеної до неї.**

На рисунку: $S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$, $S = \frac{1}{2}bc\sin\alpha$, $S = \frac{1}{2}ca\sin\beta$.

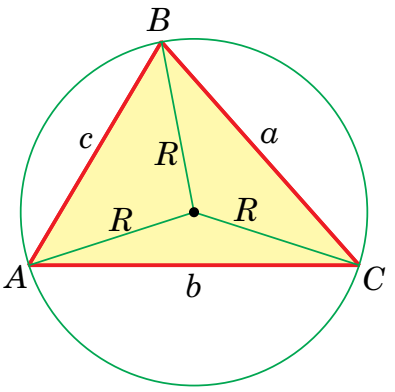


Теорема. **Площа трикутника дорівнює половині добутку його двох сторін і синуса кута між ними.**

На рисунку: $S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$, $S = \frac{1}{2}bc\sin\alpha$, $S = \frac{1}{2}ca\sin\beta$.



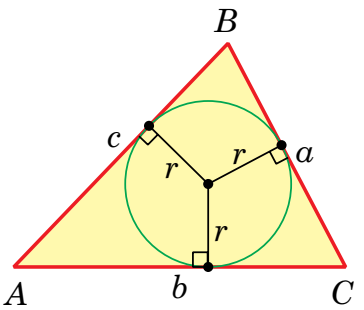
Формула Герона. **Площу S трикутника можна обчислити за формулою: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, де a, b, c — сторони трикутника, а p — його півпериметр.**



Теорема. **Площу S трикутника можна обчислити за формулою: $S = \frac{abc}{4R}$ (див. рисунок), де a, b, c — сторони трикутника, а R — радіус кола, описаного навколо нього.**

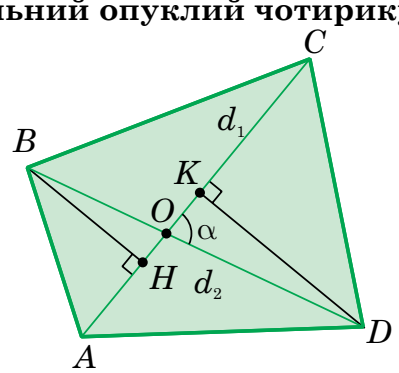
Теорема. **Площа трикутника дорівнює добутку його півпериметра та радіуса вписаного кола.**

На рисунку: $S = pr$; $p = \frac{a+b+c}{2}$.



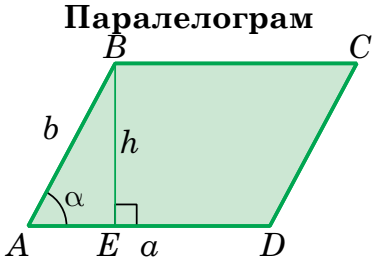
XIII. Формули площ чотирикутників

Довільний опуклий чотирикутник



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\alpha$$

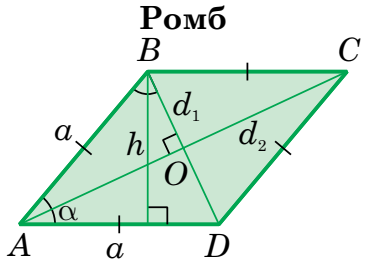
Паралелограм



$S = ah_a$

$S = ab\sin\alpha$

Ромб

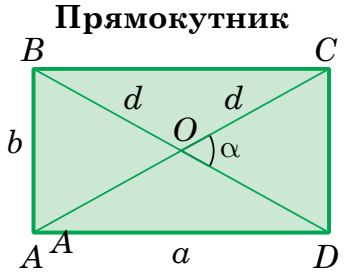


$S = ah$

$S = a^2 \sin\alpha$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

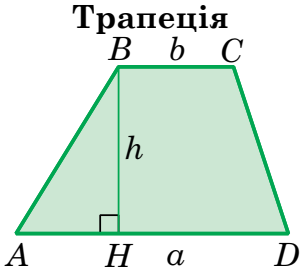
Прямокутник



$S = ab$

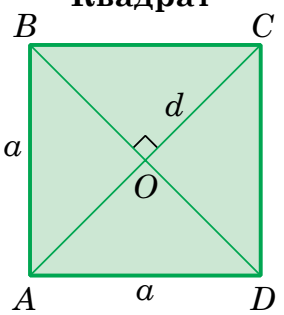
$$S = \frac{1}{2} d^2 \sin\alpha$$

Трапеція



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Квадрат

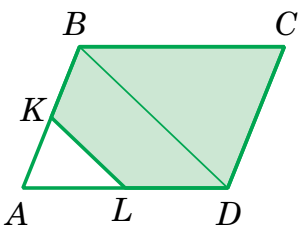


$S = a^2$

$$S = \frac{1}{2} d^2$$

Ілюстративні приклади

3. Точки K і L — середини сторін AB і AD паралелограма $ABCD$ (див. рисунок). Знайдіть площу п'ятикутника $KBCDL$ (у см²), якщо площа паралелограма $ABCD$ дорівнює 24 см². **(ЗНО, 2010 р.)**.



Розв'язання. Площа трикутника ABD дорівнює половині площі паралелограма $ABCD$ і дорівнює 12 см². Оскільки KL — середня лінія трикутника ABD, то площа трикутника AKL у чотири рази менша від площі трикутника ABD і дорівнює 3 см². Отже, площа п'ятикутника $KBCDL$: 24 – 3 = 21 (см²).

Відповідь. 21 см².

4. Сторона рівностороннього трикутника ABC дорівнює 5 см. Знайдіть скалярний добуток $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. **(ЗНО, 2007 р.)**.

Розв'язання. На сторонах трикутника ABC побудуємо вектори $\overrightarrow{AB}$ і $\overrightarrow{AC}$. Оскільки, за умовою, трикутник — рівносторонній, то кут між векторами $\overrightarrow{AB}$ і $\overrightarrow{AC}$ дорівнює 60°.

За означенням скалярного добутку векторів:

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AC}\right| \cos 60^{\circ} = 5^2 \cdot 0{,}5 = 12{,}5.$

Відповідь. 12,5.

Підсумкова контрольна робота

Варіант 1

1. Спростіть вираз $\frac{a^2 - a}{1 - a}$. **(Пробне ЗНО, 2012 р.).**

А	Б	В	Г	Д
a	$-a$	$1 + a$	$a - 1$	a^2

2. Знайдіть x, якщо $AB = 34$ см (див. рисунок).

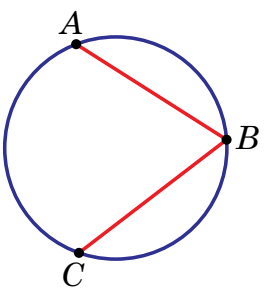
А	Б	В	Г	Д
24 см	12 см	10 см	22 см	17 см

3. Обчисліть: $8\frac{3}{8} - \left(2\frac{5}{16} - 1\frac{1}{4}\right)$.

А	Б	В	Г	Д
$7\frac{5}{16}$	$7\frac{1}{4}$	$7\frac{3}{8}$	$6\frac{3}{8}$	інша відповідь

4. Якщо $\cup AC = 140^\circ$ (див. рисунок), то $\angle B = ?$

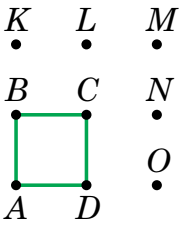
А	Б	В	Г	Д
140°	70°	35°	280°	220°



5. Якщо $m = n - 1$, то $7 - n = \ldots$ **(ЗНО, 2014 р.).**

А	Б	В	Г	Д
$m - 8$	$6 - m$	$8 - m$	$m - 6$	$6 + m$

6. Використовуючи позначені на рисунку точки, вкажіть трикутник, площа якого вдвічі більша за площу прямокутника $ABCD$. **(Пробне ЗНО, 2017 р.).**

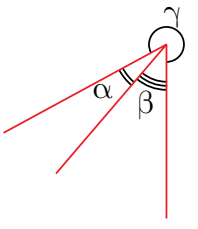


А	Б	В	Г	Д
AKL	ALD	ACN	AOM	ABM

7. Знайдіть значення виразу $\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{5}-3\right)^2}$.

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

8. Три промені зі спільним початком лежать в одній площині (див. рисунок). Визначте градусну міру кута γ, якщо $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 50^\circ$. **(ЗНО, 2013 р.).**



А	Б	В	Г	Д
280°	290°	270°	260°	300°

9. Знайдіть суму коренів рівняння $x^2 - 2016x + 2015 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
2016	–2016	2015	–2015	рівняння не має коренів

10. Висоти паралелограма дорівнюють 4 см і 6 см, а кут між ними дорівнює 30°. Знайдіть площу паралелограма.

А	Б	В	Г	Д
12 см^2	20 см^2	24 см^2	36 см^2	48 см^2

11. Знайдіть корені рівняння $\frac{3}{x-2}+\frac{7}{x+2}=0$.

А	Б	В	Г	Д
1,25	0,8	2	–2; 2	–1,25

12. Знайдіть площу круга, описаного навколо квадрата зі стороною 14 см. **(ЗНО, 2008 р.).**

А	Б	В	Г	Д
49π см^2	98π см^2	169π см^2	196π см^2	228π см^2

13. Знайдіть область визначення функції $y=\sqrt{x+2}-\sqrt{5-x}$.

А	Б	В	Г	Д
[–2; 5]	[–5; + ∞)	(–∞; 5)	[–2; + ∞)	(–5; –2)

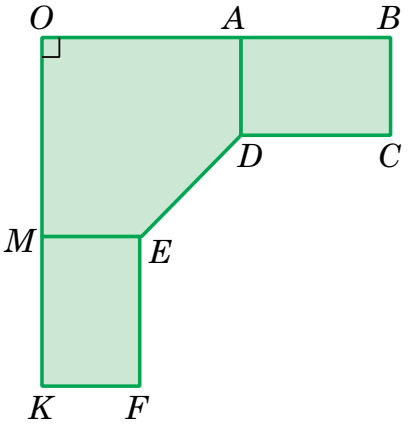
14. Точки P і Q — середини сторін AC і BC трикутника ABC. Знайдіть відношення площ трикутників PQC і ABC. **(Пробне ЗНО, 2004 р.).**

А	Б	В	Г	Д
1 : 2	1 : 3	1 : 4	2 : 3	3 : 4

15. Графіком якої функції є парабола?

А	Б	В	Г	Д
$y=x^3-x$	$y=x+11$	$y=x^2-2x$	$y=-2x^3+1$	$y=x+1$

16. На кресленні кутової шафи (вид зверху) зображено рівні прямокутники $ABCD$ і $KMEF$ та п'ятикутник $EMOAD$ (див. рисунок). Визначити довжину відрізка ED, якщо $OK = OB = 1{,}2$ м, $KM = AB = 0{,}5$ м, $KF = 0{,}3$ м. **(ЗНО, 2019 р.).**



А	Б	В	Г	Д
0,7 м	0,6 м	0,65 м	0,55 м	0,5 м

17. Установіть відповідність між нерівністю (1–3) та рівносильною їй нерівністю (А–Д).

Нерівність

1 $3(2x - 1) + 7 \le 2(3x + 1)$

2 $x^2 > x - 2$

3 $\frac{x-1}{2} + \frac{x}{3} < \frac{1}{6}$

Рівносильна нерівність

А $x^2 \ge 0$

Б $x < 0{,}8$

В $x \le \frac{6}{11}$

Г $x^2 - x + 1 < 0$

Д $x \ge \frac{6}{11}$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

18. Установіть відповідність між числом (1–3) та множиною (А–Д), до якої число належить. **(ЗНО, 2010 р.).**

Число

1 3,4

2 $\sqrt{8}$

3 $\frac{10}{2}$

Множина чисел

А множина натуральних чисел

Б множина складених чисел

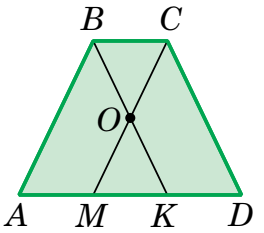
В множина цілих чисел, що не є натуральними числами

Г множина дробових чисел

Д множина ірраціональних чисел

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

19. На більшій основі AD рівнобічної трапеції $ABCD$ вибрано точки K та M так, що $BK \parallel CD$, $MC \parallel AB$. Відрізки BK та CM перетинаються в точці O, $BO : OK = 2 : 3$. Периметр чотирикутника $ABCM$ дорівнює 84, $BC = 12$. Установіть відповідність між відрізком (1–3) та його довжиною (А–Д). **(ЗНО, додаткова сесія, 2020 р.).**



Відрізок	*Довжина відрізка*
1 AB	**А** 21
2 MK	**Б** 30
3 середня лінія трапеції $ABCD$	**В** 18
	Г 27
	Д 54

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

20. Установіть відповідність між геометричною фігурою (1–3) та радіусом кола (А–Д), вписаного в цю фігуру. **(Пробне ЗНО, 2016 р).**

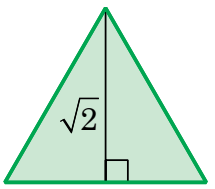


Рис. 1

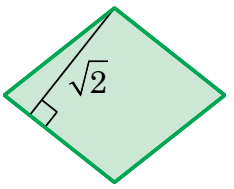


Рис. 2

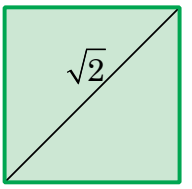


Рис. 3

Геометрична фігура	*Радіус кола, вписаного в геометричну фігуру*
1 правильний трикутник, висота якого дорівнює $\sqrt{2}$ (рис. 1)	**А** $\frac{\sqrt{6}}{2}$
2 ромб, висота якого дорівнює $\sqrt{2}$ (рис. 2)	**Б** 1
3 квадрат, діагональ якого дорівнює $\sqrt{2}$ (рис. 3)	**В** 0,5
	Г $\frac{\sqrt{2}}{2}$
	Д $\frac{\sqrt{2}}{3}$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

21. Маємо два сплави міді й цинку. Перший сплав містить 9%, а другий — 30% цинку. Скільки треба взяти кілограмів першого сплаву і скільки кілограмів другого, щоб отримати сплав із масою 300 кг, що містить 23% цинку?

Відповідь.

22. Задано функції $f(x) = \frac{3}{x}$ і $g(x) = 7 - 2x$.

1. Побудуйте графік функції $f(x)$.
2. Побудуйте графік функції $g(x)$.
3. Знайдіть нуль функції $g(x)$.
4. Позначте на рисунку точку, що є спільною для обох побудованих графіків функцій $f(x)$ і $g(x)$. Запишіть координати точки перетину графіків.

Відповідь.

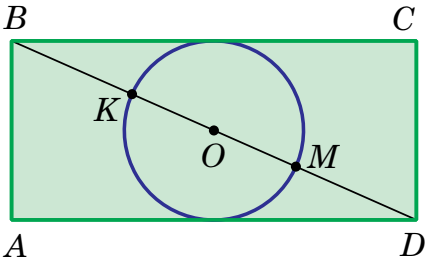
23. У прямокутній системі координат xy на площині задано рівнобедрений трикутник ABC, у якому $AB = BC$. Вершина B лежить на прямій $y = 2x + 9$. Визначте площу трикутника ABC, якщо $A(-6; -8)$, $C(4; -8)$. **(ЗНО, 2020 р.).**

Відповідь.

24. На рисунку зображено прямокутник $ABCD$ та коло із центром у точці O, яка є серединою діагоналі BD. Це коло дотикається сторін BC та AD й перетинає діагональ BD у точках K і M. $BK = 8$ см, $KM = 10$ см.

1. Обчисліть довжину діагоналі AC (у см).

2. Знайдіть периметр прямокутника $ABCD$ (у см). **(ЗНО, 2020 р.).**



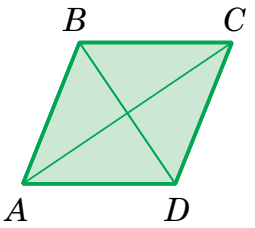
Відповідь.

Варіант 2

1. Виконайте ділення у виразі $\frac{4a^6}{b^8} : \left(8a^3b^2\right)$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2a^9}{b^6}$	$\frac{b^6}{2a^9}$	$\frac{2b^{10}}{a^3}$	$\frac{a^3}{2b^{10}}$	інша відповідь

2. На рисунку зображено довільний паралелограм $ABCD$. Які з наведених тверджень є правильними?



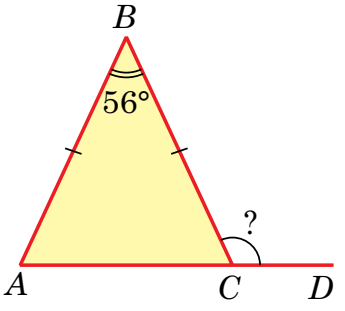
I. $\angle A + \angle D = 180^\circ$.
II. $AC < BD$.
III. $AC \perp BD$.

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише II	лише III	лише I і II	лише II і III

3. Обчисліть: $\left(1{,}2 + \frac{2}{9}\right) \cdot \frac{5}{16}$. **(ЗНО, 2009 р.).**

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{28}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{5}{8}$

4. У рівнобедреному трикутнику ABC (див. рисунок) $\angle B = 56^\circ$. Обчисліть зовнішній кут BCD.



А	Б	В	Г	Д
122°	124°	116°	118°	56°

5. Якщо $x + 2y - 6z = -1$ і $-y + 3z = 5$, то $x = \ldots$ **(ЗНО, 2013 р.).**

А	Б	В	Г	Д
9	11	4	–9	–11

6. Довжина кола дорівнює 16π см. Знайдіть площу круга, обмеженого цим колом.

А	Б	В	Г	Д
128π см^2	64π см^2	32π см^2	116π см^2	8π см^2

7. Знайдіть значення виразу $\dfrac{\sqrt{9+a^2-6a}}{a-3}$, якщо $a = 2{,}5$.

А	Б	В	Г	Д
–0,5	–1	1	0,5	0

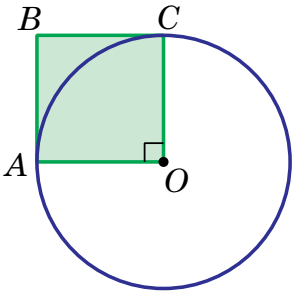
8. Довжина сторони ромба дорівнює 12 см. Визначте довжину більшої діагоналі ромба, якщо його тупий кут дорівнює 120°. **(ЗНО, додаткова сесія, 2017 р.).**

А	Б	В	Г	Д
$6\sqrt{3}$ см	$8\sqrt{3}$ см	$12\sqrt{3}$ см	12 см	24 см

9. Знайдіть добуток коренів рівняння $2016x^2 - x + 2017 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
1	–1	–2017	2017	рівняння не має коренів

10. На рисунку зображено коло з центром у точці O і квадрат $ABCO$ зі стороною 20, точки A і C належать колу. Визначте довжину дуги AC. **(ЗНО, 2011 р.).**



А	Б	В	Г	Д
5π	10π	20π	$20\sqrt{2}\pi$	40π

11. Знайдіть суму коренів рівняння $\frac{x+3}{x-2}+\frac{x-2}{x+3}=2{,}5$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	–1	–2	2

12. Точка C лежить на осі x прямокутної системи координат і знаходиться на відстані 5 від точки $A(-2; 4)$. Відрізок AC перетинає вісь y. Знайдіть координати точки C. **(ЗНО, 2014 р.).**

А	Б	В	Г	Д
(1; 0)	(0; 1)	(–5; 0)	(0; 0)	(3; 4)

13. Знайдіть область визначення функції $y=\frac{\sqrt{x+3}}{x-7}$.

А	Б	В	Г	Д
$[7; +\infty)$	$(-3; 7)\cup(7; +\infty)$	$(7; +\infty)$	$[-3; +\infty)$	$(-\infty; 7)\cup(7; +\infty)$

14. У паралелограмі $ABCD$ на стороні AD вибрано точку K. Діагональ AC і відрізок BK перетинаються в точці O. Визначте довжину сторони BC, якщо $AK = 12$ см, $OK = 2$ см, $OB = 3$ см. **(ЗНО, додаткова сесія, 2018 р.).**

А	Б	В	Г	Д
24 см	18 см	16 см	15 см	8 см

15. Знайдіть найбільше значення функції $y = -x^2 + 8x - 16$.

А	Б	В	Г	Д
0	4	–4	–16	функція найбільшого значення не має

16. Знайдіть скалярний добуток векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$, якщо $\vec{a}(2;-1)$, $\vec{b}(1;-3)$.

А	Б	В	Г	Д
2	3	4	5	6

17. Установіть відповідність між нерівністю (1–3) та кількістю її розв'язків (А–Д).

Нерівність

1 $x^2 - x < 12$

2 $(x-3)(x-2) < x^2$

3 $0 < 1 + \frac{2-3x}{2} < 3$

Кількість розв'язків

А шість

Б сім

В три

Г два

Д безліч

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

18. Установіть відповідність між числом (1 – 3) та множиною (А – Д), до якої воно належить. **(ЗНО, 2010 р.)**.

Число

1 –8

2 $\sqrt{16}$

3 1,7

Множина чисел

А множина парних натуральних чисел

Б множина цілих чисел, що не є натуральними числами

В множина раціональних чисел, що не є цілими числами

Г множина ірраціональних чисел

Д множина простих чисел

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

19. Основи BC й AD рівнобічної трапеції $ABCD$ дорівнюють 7 см і 25 см відповідно. Діагональ BD трапеції перпендикулярна до бічної сторони AB. До кожного початку речення (1–3) доберіть його закінчення (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження. **(ЗНО, додаткова сесія, 2019 р.).**

Початок речення	*Закінчення речення*
1 Середня лінія трапеції дорівнює …	**А** 9 см.
2 Проєкція сторони AB на пряму AD дорівнює …	**Б** 12 см.
3 Висота трапеції дорівнює …	**В** 15 см.
	Г 16 см.
	Д 18 см.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

20. На рисунках (1 – 5) наведено інформацію про п'ять паралелограмів.

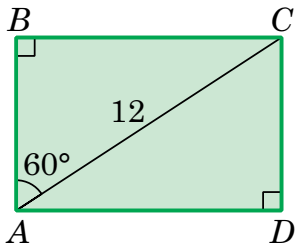


Рис. 1

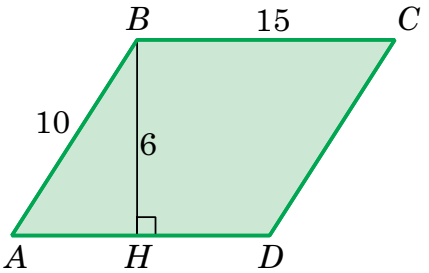


Рис. 2

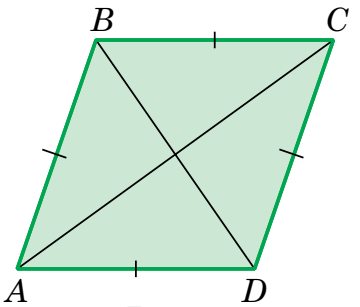


Рис. 3

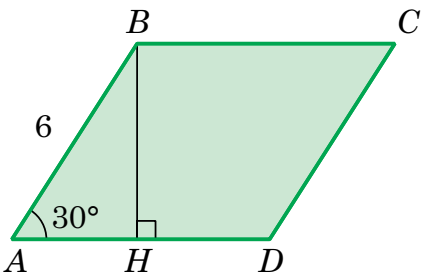


Рис. 4

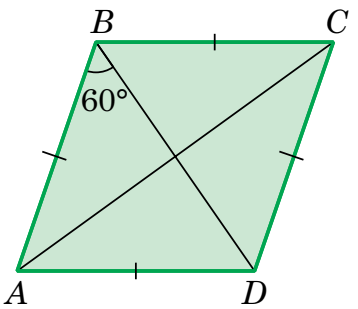


Рис. 5

На рис. 1 $AC = 12$ см, $\angle BAC = 60^\circ$.
На рис. 2 $AB = 10$ см, $BC = 15$ см, $BH = 6$ см.
На рис. 3 $AB = BC = CD = DA$, $BD = 12$ см, $AC = 16$ см.
На рис. 4 $AB = 6$ см, $\angle A = 30^\circ$.
На рис. 5 $AB = BC = CD = DA$, $BD = 6$ см, $\angle ABD = 60^\circ$.
Установіть відповідність між запитанням (1–3) та правильною відповіддю (А–Д) на нього.

Запитання	*Відповідь*
1 На якому рисунку зображено паралелограм, висота якого дорівнює 9 см?	**А** На рис. 1
2 На якому рисунку зображено паралелограм, периметр якого дорівнює 40 см?	**Б** На рис. 2
3 На якому рисунку зображено паралелограм, діагональ якого дорівнює $6\sqrt{3}$ см?	**В** На рис. 3
	Г На рис. 4
	Д На рис. 5

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

21. Із одного поля зібрали по 40 ц жита з гектара, а з другого — по 35 ц з гектара. Усього було зібрано 2600 ц. Наступного року врожайність першого поля збільшилась на 10%, а другого — на 20%, а разом було зібрано 3000 ц жита. Знайдіть площу кожного поля?

Відповідь.

22. Задано функції $f(x) = \frac{2}{x}$ і $g(x) = 10 - 8x$.

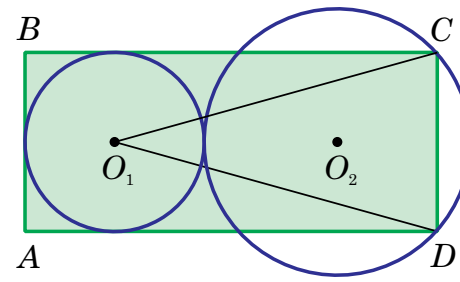
1. Побудуйте графік функції $f(x)$.
2. Побудуйте графік функції $g(x)$.
3. Знайдіть нуль функції $g(x)$.
4. Позначте на рисунку точку, що є спільною для обох побудованих графіків функцій $f(x)$ і $g(x)$. Запишіть координати точки перетину графіків.

Відповідь.

23. У прямокутній системі координат xy на площині коло задано рівнянням $x^2 - 4x + y^2 + 12y = 9$. Центр O цього кола збігається з точкою перетину діагоналей паралелограма $ABCD$. Визначте координати вершини $C(x_C; y_C)$, якщо вектор $\overrightarrow{OA}(-1; 2)$. У відповідь запишіть добуток $x_C \cdot y_C$. **(ЗНО, 2020 р.).**

Відповідь.

24. На рисунку зображено прямокутник $ABCD$ та два кола, що мають зовнішній дотик. Коло із центром у точці O_1 дотикається сторін AB, BC та AD, а коло із центром у точці O_2 проходить через вершини C та D. Відстані від точки O_2 до вершини C та сторони CD дорівнюють 20 см та 12 см відповідно.



1. Визначте радіус меншого кола (у см).

2. Обчисліть площу трикутника DO_1C (у см^2). **(ЗНО, 2020 р.).**

Відповідь.

Відповіді до тестових завдань

Варіант 1

1. Б.
2. Б.
3. А.
4. Б.
5. Б.
6. Г.
7. А.
8. Б.
9. А.
10. Д.
11. Б.
12. Б.
13. А.
14. В.
15. В.
16. Г.
17. 1 – Г, 2 – А, 3 – Б.
18. 1– Г, 2 – Д, 3 – А.
19. 1 – Б, 2 – В, 3 – Г.
20. 1 – Д, 2 – Г, 3 – В.
21. 100 кг, 200 кг.
22. 3,5; (0,5; 6), (3; 1).
23. 75.
24. 26 см, 68 см.

Варіант 2

1. Г.
2. А.
3. В.
4. Г.
5. А.
6. Б.
7. Б.
8. В.
9. Д.
10. Б.
11. В.
12. А.
13. Б.
14. Б.
15. А.
16. Г.
17. 1 – А, 2 – Д, 3 – Г.
18. 1 – Б, 2 – А, 3 – В.
19. 1 – Г, 2 – А, 3 – Б.
20. 1– Б, 2 – В, 3 – Д.
21. 30 га, 40 га.
22. 1,25; (1; 2), (0,25; 8).
23. –24.
24. 16 см; 768 см^2.

Таблиця оцінювання

№ завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Бали	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

№ завдання	17	18	19	20	21	22	23	24	**Сума**
Бали	3	3	3	3	2	2	2	2	**36**

1) Коефіцієнт оцінювання: $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$.

2) Коефіцієнт оцінювання $\frac{1}{3}$ множимо на кількість набраних балів і отримуємо оцінку.

Наприклад, учень/учениця набрав/набрала 24 тестових бали за результатами тестування.

Тоді, оцінка: $24 \cdot \frac{1}{3} = 8$ (балів).

Рефлексія (2 хв)

Дайте відповіді на запитання.

1. Що сьогодні було для мене найпростішим?
2. Що виявилося найскладнішим?
3. Яку тему чи завдання варто повторити додатково?
4. Чи задоволений/задоволена я своїми відповідями та результатом роботи?