

Повторення та підготовка до ЗНО/НМТ.

Стереометрія

Урок 8. Урок–практикум. Конус. Задачі на обчислення площ поверхонь та об'єму конуса

План уроку

1. Задачі на обчислення площ бічної та повної поверхонь конуса.
2. Задачі на обчислення об'єму конуса.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

вирізняє комплексні проблемні ситуації, які можуть бути розв'язані математичними методами [12 МАО 1.1.1-1];

визначає компоненти математичної моделі комплексної проблемної ситуації, взаємозв'язки між ними [12 МАО 2.3.1-1];

самостійно або у співпраці з іншими визначає суттєві дані в комплексній проблемній ситуації, їхню вірогідність [12 МАО 3.1.1-1];

висловлюється математично грамотно, змістовно, точно, лаконічно, структурує власне мовлення [12 МАО 4.3.2-1].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Сформулюйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку. Запитання можна лише сформулювати, а відповіді на них давати поступово впродовж викладення матеріалу.
- 2) Запропонуйте учням/ученицям, на ваш вибір, завдання на повторення вивченого.
- 3) Сформулюйте практичну задачу (без розв'язання). Розв'язання пропонуємо у вигляді групової роботи наприкінці уроку.
- 4) До теоретичних тверджень наведено ілюстративні приклади. Обирайте ілюстративні приклади на ваш розсуд.

- 5) Увесь запропонований матеріал неможливо подати в часових вимірах одного уроку, тому обирайте кількість матеріалу на ваш розсуд.
- 6) Обов'язково пропонуйте розв'язання практичної задачі. Об'єднайте учнів/учениць у кілька груп. Під час розв'язання задачі групами важливо формувати комунікаційні навички, знаходити математичного партнера, з яким під силу розв'язати задачу, інтегрувати здобуті знання у розв'язання практичних задач.
- 7) Обов'язково пропонуйте учням/ученицям самотужки або в групах розв'язувати тренувальні завдання за трьома рівнями складності — на вибір учня/учениці. Формуйте навички розв'язання прикладів та задач і навчайте учнів/учениць самостійної роботи над завданнями.
- 8) Для домашньої роботи запропонуйте розв'язати 8–10 задач із тренувальних завдань, які не були розв'язані на уроці.

I. Організаційна частина (2 хв)

Мотиваційні запитання

- 1) Чому світильники або абажури часто виготовляють у вигляді конуса? Яку перевагу дає така форма при поширенні світла?
- 2) Де в транспорті (деталях машин чи літаків) можна побачити деталі у вигляді конуса?
- 3) Як зміниться об'єм конуса, якщо одночасно зменшити його висоту вдвічі та подвоїти радіус?
- 4) Якщо посудина, виготовлена у формі конуса, заповнена до середини своєї висоти, то на який об'єм, відносно початкового, заповнена ця посудина?

II. Повторення (Усно) (5 хв)

1. Чому дорівнює менший з кутів рівнобічної трапеції, якщо один із них у 5 разів більший за інший?
Відповідь. 30° .
2. Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює 6 см, а висота піраміди — $5\sqrt{3}$ см. Обчисліть об'єм піраміди.
Відповідь. 45 см^3 .
3. Обчисліть площу бічної поверхні правильної восьмикутної піраміди, сторона основи якої дорівнює 6 см, а апофема — 16 см.
Відповідь. 384 см^2 .
4. Радіуси основ циліндра і конуса рівні, висота циліндра дорівнює 8 см, а конуса — 6 см. Знайдіть відношення об'єму циліндра до об'єму конуса.
Відповідь. $4 : 1$.

5. Радіус основи конуса дорівнює 12 см, а кут при вершині осового перерізу — 120° . Знайдіть твірну конуса.

Відповідь. $8\sqrt{3}$ см.

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Цукерка має форму конуса, висота якого дорівнює 3 см, а діаметр основи — 2 см. Маса 1 см^3 шоколаду, з якого виготовлено цукерку, становить 3 г. Визначте масу 100 таких цукерок, якщо кожна цукерка є однорідною й не має всередині порожнин. Відповідь заокругліть до цілих. (ЗНО, 2016 р.).

III. Задачі на обчислення площ бічної та повної поверхонь конуса

Площа бічної поверхні конуса S_6 дорівнює площі розгортки його бічної поверхні:

$$S_6 = \pi l r,$$

де l — твірна конуса, r — радіус його основи.

Площа повної поверхні конуса дорівнює сумі площ бічної поверхні та його основи:

$$S_{\text{п}} = S_6 + S_{\text{осн}}.$$

$$S_{\text{п}} = \pi r l + \pi r^2 = \pi r(l + r).$$

Ілюстративні приклади (5 хв)

6. Знайдіть площу бічної поверхні конуса, твірна якого дорівнює 10 см, а довжина кола основи — 12π см. (ЗНО, 2009 р.).

Розв'язання. За умовою задачі, $l = 10$ см, $C = 2\pi R = 12\pi$ см, де l — твірна, C — довжина кола основи, R — радіус основи конуса. Тоді

$$S_6 = \pi R l = \frac{2\pi R \cdot l}{2} = \frac{C \cdot l}{2} = \frac{12\pi \cdot 10}{2} = 60\pi \text{ (см}^2\text{)}.$$

Відповідь. $60\pi \text{ см}^2$.

7. Прямокутний трикутник із катетами 9 см і 12 см обертається навколо більшого катета (див. рисунок). Визначте площу повної поверхні отриманого тіла обертання. (ЗНО, 2012 р.).

А	Б	В	Г	Д
$324\pi \text{ см}^2$	$216\pi \text{ см}^2$	$180\pi \text{ см}^2$	$135\pi \text{ см}^2$	$81\pi \text{ см}^2$

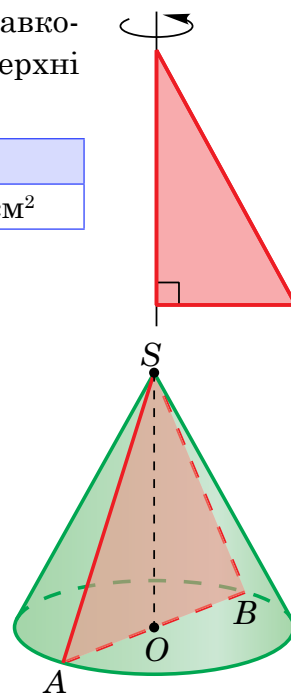
Розв'язання. Унаслідок обертання даного трикутника утвориться конус з радіусом основи $OA = 9$ см та висотою $SO = 12$ см (див. рисунок).

Твірну SA знайдемо за теоремою Піфагора:

$$SA = \sqrt{OA^2 + SO^2} = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ (см)}.$$

$$S_{\text{п}} = \pi r l + \pi r^2 = \pi r(l + r) = \pi \cdot 9 \cdot (15 + 9) = 216\pi \text{ (см}^2\text{)}.$$

Відповідь. Б.



8. Найбільший кут між твірними конуса дорівнює 60° . Знайдіть відношення бічної поверхні до площі основи конуса.

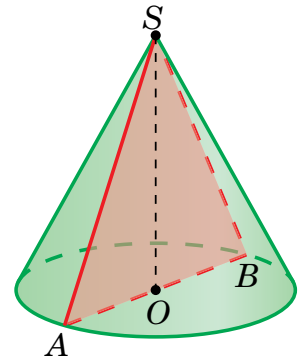
Розв'язання. Нехай задано конус, зображений на рисунку. Найбільший кут між твірними — це кут між сторонами SA і SB осьового перерізу конуса — трикутника ASB , $\angle ASB = 60^\circ$. У рівнобедреному трикутнику ASB один із кутів дорівнює 60° , тому трикутник ASB — рівносторонній, звідки $SA = SB = AB = 2r$.

$$\text{Тоді } S_6 = \pi r l = \pi r \cdot 2r = 2\pi r^2.$$

$$S_{\text{осн}} = \pi r^2.$$

Тому відношення площі бічної поверхні до площі основи дорівнює 2.

Відповідь. 2.



9. Через вершину конуса проведено площину, що перетинає його основу по хорді, яку видно з вершини під кутом α , а з центра основи — під кутом β . Визначити бічну поверхню конуса, якщо відстань від центра його основи до середини твірної дорівнює d .

Розв'язання. Нехай перерізом конуса площиною є трикутник SAB , SO — висота конуса, точка M — середина твірної SA . За умовою, $\angle ASB = \alpha$, $\angle AOB = \beta$, $OM = d$. Бічна поверхня конуса $S_6 = \pi r l$, де $r = OA$ — радіус основи, $l = SA$ — довжина твірної. У прямокутному трикутнику SOA середина гіпотенузи SA , точка M , є центром описаного кола. Тому $MS = MA = MO$, звідки $SA = 2 \cdot OM = 2d$.

З вершини S проведемо перпендикуляр SN до хорди AB . За теоремою про три перпендикуляри, $ON \perp AB$. Оскільки $SA = SB$, то висота SN є бісектрисою і медіаною трикутника ASB .

$$\text{Тому } \angle NSA = \frac{\alpha}{2} \text{ і } AN = NB.$$

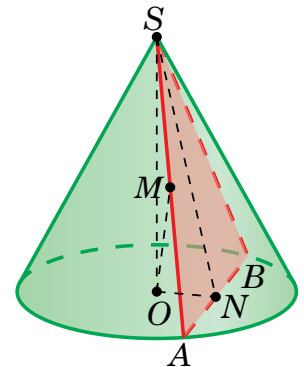
$$\text{Аналогічно } \angle NOA = \frac{\beta}{2}.$$

$$\triangle SNA : NA = SA \cdot \sin \angle NSA = 2d \cdot \sin \frac{\alpha}{2}.$$

$$\triangle ONA : OA = \frac{NA}{\sin \angle NOA} = \frac{2d \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\beta}{2}}.$$

$$\text{Тоді } S_6 = \pi \cdot OA \cdot SA = \pi \cdot \frac{2d \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\beta}{2}} \cdot 2d = \frac{4\pi \cdot d^2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\beta}{2}}.$$

$$\text{Відповідь. } \frac{4\pi d^2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\beta}{2}}.$$



IV. Задачі на обчислення об'єму конуса

Об'єм конуса дорівнює третині добутку площі основи конуса та його висоти:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h.$$

Оскільки $S_{\text{осн}} = \pi r^2$, то $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Ілюстративні приклади (7 хв)

- 10.** Знайдіть об'єм конуса, якщо його радіус дорівнює 6 см, твірна — 10 см. (ЗНО, 2010 р.).

А	Б	В	Г	Д
$48\pi \text{ см}^3$	$60\pi \text{ см}^3$	$96\pi \text{ см}^3$	$120\pi \text{ см}^3$	$288\pi \text{ см}^3$

Розв'язання. Зобразимо на рисунку конус з радіусом основи $r = 6$ см, твірна $l = 10$ см.

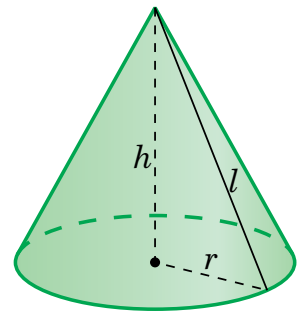
Висоту h знайдемо за теоремою Піфагора:

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8 \text{ (см)}.$$

Об'єм конуса:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi \text{ (см}^3\text{)}.$$

Відповідь. В.



- 11.** Визначте довжину твірної конуса (у см), якщо його об'єм дорівнює $800\pi \text{ см}^3$, а площа основи — $100\pi \text{ см}^2$. (ЗНО, 2020 р.).

Розв'язання. Об'єм конуса: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$, $800\pi = \frac{1}{3} 100\pi \cdot h$, $h = 24$ см.

Площа основи: $S_{\text{осн}} = \pi r^2$. $100\pi = \pi r^2$, $r = 10$ см.

Твірну конуса l знайдемо за теоремою Піфагора: $l^2 = h^2 + r^2$,

$$l = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{576 + 100} = \sqrt{676} = 26 \text{ (см)}.$$

Відповідь. 26 см.

- 12.** Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює a . Бічна грань утворює з площиною основи кут α . Знайдіть об'єм конуса, вписаного в піраміду.

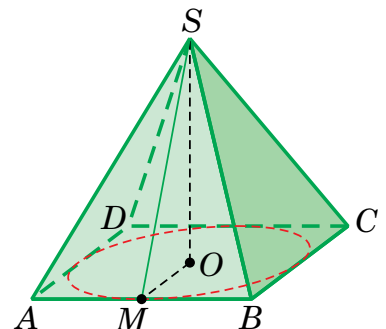
Розв'язання. Нехай $SABCD$ — правильна чотирикутна піраміда ($ABCD$ — квадрат, $AB = a$), у яку вписано конус. Проведемо $OM \perp AB$. Оскільки висота $SO \perp (ABC)$, то вона перпендикулярна до будь-якої прямої цієї площини, тому $SO \perp OM$. Тоді, за теоремою про три перпендикуляри, $SM \perp AB$. Отже, $\angle SMO = \alpha$, $r = OM = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$.

З прямокутного трикутника SOM одержимо:

$$SO = h = OM \operatorname{tg} \angle SMO = \frac{a \operatorname{tg} \alpha}{2}.$$

$$\text{Тоді } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a \operatorname{tg} \alpha}{2} = \frac{\pi a^3 \operatorname{tg} \alpha}{24}.$$

Відповідь. $\frac{\pi a^3 \operatorname{tg} \alpha}{24}$.



- 13.** Знайдіть об'єм конуса, твірну l якого видно із середини висоти конуса під кутом α .

Розв'язання. Нехай $SA = l$ — твірна конуса, SO — його висота, M — середина висоти і $\angle SMA = \alpha$ (див. рисунок). Позначимо $OA = r$. Тоді з прямокутного трикутника AMO знайдемо:

$$MO = r \operatorname{ctg} \angle AMO = r \operatorname{ctg} (180^\circ - \alpha) = -r \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$SO = 2 \cdot MO = -2r \operatorname{ctg} \alpha.$$

З $\triangle SOA$, за теоремою Піфагора, маємо:

$$r^2 + (-2r \operatorname{ctg} \alpha)^2 = l^2, \quad r = \frac{l}{\sqrt{1 + 4 \operatorname{ctg}^2 \alpha}}.$$

Знайдемо висоту h конуса:

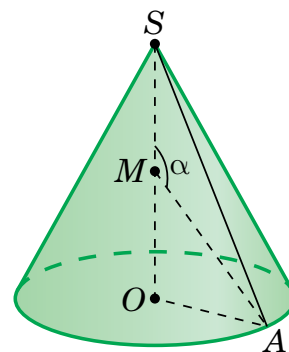
$$h = -2r \operatorname{ctg} \alpha = -\frac{2l \operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{1 + 4 \operatorname{ctg}^2 \alpha}}.$$

Отже, об'єм конуса:

$$V = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{l}{\sqrt{1 + 4 \operatorname{ctg}^2 \alpha}} \right)^2 \cdot \left(-\frac{2l \operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{1 + 4 \operatorname{ctg}^2 \alpha}} \right) = -\frac{2\pi l^3 \operatorname{ctg} \alpha}{3\sqrt{(1 + 4 \operatorname{ctg}^2 \alpha)^3}}.$$

Кут $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, адже $\angle AMO$ — гострий.

$$\text{Відповідь. } -\frac{2\pi l^3 \operatorname{ctg} \alpha}{3\sqrt{(1 + 4 \operatorname{ctg}^2 \alpha)^3}}, \quad 90^\circ < \alpha < 180^\circ.$$



V. Розв'язування нестандартних задач, які пропонувалися на ЗНО/НМТ. Групова активність (5 хв)

Як я вирішую певну проблему?

- Задача.** Цукерка має форму конуса, висота якого дорівнює 3 см, а діаметр основи — 2 см. Маса 1 см^3 шоколаду, з якого виготовлено цукерку, становить 3 г. Визначте масу 100 таких цукерок, якщо кожна цукерка є однорідною й не має всередині порожнин. Відповідь заокругліть до цілих. (ЗНО, 2016 р.).

Розв'язання. Знайдемо об'єм однієї цукерки:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 1^2 \cdot 3 = \pi \text{ (см}^3\text{)} = 3,14 \text{ см}^3.$$

Об'єм 100 цукерок дорівнює 314 см^3 .

1 см^3 цукерок має масу 3 г, тому 100 цукерок — $314 \cdot 3 = 942 \text{ г}$.

Відповідь. 942 г.

VI. Тренувальні вправи для підготовки до ЗНО/НМТ. Три рівні складності: А, В, С (10–15 хв)

Рівень А

1. Укажіть формулу для обчислення V конуса, площа основи якого дорівнює S , а висота — h . (ЗНО, 2019 р.).

А	Б	В	Г	Д
$V = Sh$	$V = \frac{Sh}{2}$	$V = 4Sh$	$V = \frac{4Sh}{3}$	$V = \frac{Sh}{3}$

2. Радіус основи конуса дорівнює 4, його висота — h , а твірна — l . Укажіть серед наведених правильне співвідношення для h і l . (ЗНО, 2019 р.).

А	Б	В	Г	Д
$16 + h^2 = l^2$	$4 + h = l$	$16 - h^2 = l^2$	$h^2 - l^2 = 16$	$8 + h^2 = l^2$

3. Укажіть формулу для визначення радіуса R основи конуса з твірною L , якщо площа бічної поверхні цього конуса дорівнює S . (ЗНО, 2015 р.).

А	Б	В	Г	Д
$R = \frac{\pi L}{S}$	$R = \frac{S}{2\pi L}$	$R = \frac{L}{\pi S}$	$R = \sqrt{\frac{3S}{\pi L}}$	$R = \frac{S}{\pi L}$

4. Визначте об'єм конуса, висота якого дорівнює 4 см, а діаметр основи — 6 см. (ЗНО, 2015 р.).

А	Б	В	Г	Д
$12\pi \text{ см}^3$	$18\pi \text{ см}^3$	$24\pi \text{ см}^3$	$36\pi \text{ см}^3$	$72\pi \text{ см}^3$

5. Об'єм конуса дорівнює 64 см^3 . Через середину висоти цього конуса паралельно його основі проведено площину. Утворений переріз є основою меншого конуса, вершина якого збігається з вершиною заданого. Знайдіть об'єм меншого конуса. (ЗНО, 2014 р.).

А	Б	В	Г	Д
32 см^3	16 см^3	12 см^3	8 см^3	4 см^3

6. Діаметр основи конуса дорівнює 6 см, а площа його бічної поверхні — $24\pi \text{ см}^2$. Знайдіть довжину твірної конуса. (ЗНО, 2013 р.).

А	Б	В	Г	Д
2 см	4 см	6 см	8 см	12 см

7. Об'єм циліндра дорівнює 48 см^3 . Знайдіть об'єм конуса, радіус основи якого дорівнює радіусу основи циліндра, а висота вдвічі менша від висоти циліндра.

А	Б	В	Г	Д
6 см^3	8 см^3	16 см^3	24 см^3	36 см^3

8. Знайдіть, скільки квадратних метрів тканини потрібно, щоб укрити палатку, яка має форму конуса висотою 2 м і з радіусом основи 1,5 м.

А	Б	В	Г	Д
$3\pi \text{ м}^2$	$3,75\pi \text{ м}^2$	$5\pi \text{ м}^2$	$6\pi \text{ м}^2$	$7,5\pi \text{ м}^2$

9. Прямокутний трикутник обертається навколо катета завдовжки 3 см. Гіпотенуза трикутника дорівнює 5 см. Знайдіть об'єм тіла обертання.

А	Б	В	Г	Д
$16\pi \text{ см}^3$	$32\pi \text{ см}^3$	$48\pi \text{ см}^3$	$36\pi \text{ см}^3$	$72\pi \text{ см}^3$

10. Визначте об'єм конуса, твірна якого дорівнює 13 см, а висота — 12 см. (НМТ, 2024 р.).

А	Б	В	Г	Д
$156\pi \text{ см}^3$	$325\pi \text{ см}^3$	$100\pi \text{ см}^3$	$60\pi \text{ см}^3$	$300\pi \text{ см}^3$

Рівень В

1. Об'єм тіла, утвореного обертанням рівнобедреного трикутника навколо висоти, проведеної до його основи, дорівнює $320\pi \text{ см}^3$. Обчисліть довжину бічної сторони цього трикутника (y см), якщо його основа дорівнює 16 см. (ЗНО, 2015 р.).
2. Об'єм конуса дорівнює 64 см^3 . Через середину висоти цього конуса паралельно його основі проведено площину. Утворений переріз є основою меншого конуса, вершина якого збігається з вершиною заданого. Обчисліть об'єм ($y \text{ см}^3$) меншого конуса. (НМТ, 2023 дем.).
3. Радіус основи конуса дорівнює r , а твірна — l . До кожного початку речення (1–4) доберіть його закінчення (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження. (ЗНО, 2017 р.).

Початок речення

- 1 Якщо площа бічної поверхні конуса втричі більша за площу його основи, то
- 2 Якщо висота конуса дорівнює радіусу його основи, то
- 3 Якщо проекція твірної на площину основи конуса вдвічі менша від твірної, то
- 4 Якщо площа повної поверхні конуса дорівнює $5\pi r^2$, то

Закінчення

речення

А $l = 2r$.

Б $l = \sqrt{2}r$.

В $l = 3r$.

Г $l = 4r$.

Д $l = r$.

А Б В Г Д

1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

4 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

4. Установіть відповідність між вимірами конуса (1–3) та правильними щодо нього твердженням (А–Д). (ЗНО, 2020 р.).

Виміри конуса

- 1 Радіус основи дорівнює 6, висота — $3\sqrt{3}$
- 2 Радіус основи дорівнює 3, висота — $3\sqrt{3}$
- 3 Радіус основи дорівнює 4, висота — 3

Твердження

- А Конус утворено обертанням рівностороннього трикутника зі стороною 6 навколо його висоти.
- Б Діаметр основи конуса дорівнює 12.
- В Твірна конуса дорівнює 12.
- Г Площа бічної поверхні конуса дорівнює 20π .
- Д Об'єм конуса дорівнює $108\sqrt{3}\pi$.

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐

5. Циліндр і конус мають рівні об'єми та рівні радіуси основ. Площа основи циліндра дорівнює 25π см², а його об'єм — 100π см³. До кожного початку речення (1–4) доберіть його закінчення (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження. (ЗНО, 2018 р.).

Початок речення

- 1 Висота циліндра дорівнює
- 2 Висота конуса дорівнює
- 3 Радіус основи циліндра дорівнює
- 4 Твірна конуса дорівнює

Закінчення речення

- А 4 см.
- Б 5 см.
- В 8 см.
- Г 12 см.
- Д 13 см.

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐

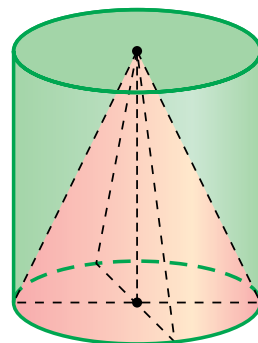
6. У циліндр з радіусом основи 3 см і висотою 4 см вписано конус (див. рисунок). До кожного початку речення (1–4) доберіть його закінчення (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження. (ЗНО, 2018 р.).

Початок речення

- 1 Площа бічної поверхні циліндра дорівнює
- 2 Площа повної поверхні циліндра дорівнює
- 3 Площа основи конуса дорівнює
- 4 Площа бічної поверхні конуса дорівнює

Закінчення речення

- А 9π см².
- Б 12π см².
- В 15π см².
- Г 24π см².
- Д 42π см².



	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐

7. Осьовим перерізом конуса є рівносторонній трикутник, площа якого дорівнює $27\sqrt{3}$ см². Визначте об'єм V (у см³) конуса. У відповідь запишіть значення $\frac{V}{\pi}$.
8. Задано конус з бічною поверхнею 260π . Відстань від центра основи конуса до середини твірної дорівнює 13. Знайдіть об'єм V цього конуса. У відповідь запишіть значення $\frac{V}{\pi}$.
9. Осьовим перерізом конуса з вершиною K є трикутник ABK . На серединах твірних AK і BK відповідно вибрано точки M і P . Знайдіть об'єм (у см³) конуса V , якщо $MK = 25$ см, $MP = 30$ см. У відповідь запишіть значення $\frac{V}{\pi}$.

10. У прямокутній системі координат у просторі задано конус з вершиною $M(-6; -9; 7)$, осевим перерізом якого є прямокутний трикутник AMB , $A(6; -12; 4)$. Обчисліть об'єм V цього конуса. У відповідь запишіть значення $\frac{V}{\pi}$.

Рівень С

1. У чотирикутну піраміду, в основі якої лежить рівнобічна трапеція з бічною стороною 13 см і основами 18 см і 8 см, вписано конус. Знайдіть площу бічної поверхні конуса (у см^2), якщо всі бічні грані піраміди нахилені до площини основи під кутом 60° .
2. У конус вписано піраміду, основою якої є прямокутний трикутник. Бічна грань, що містить один з катетів основи, утворює з площиною основи кут 60° . Знайдіть об'єм піраміди (у см^3), якщо твірна конуса дорівнює 9 см і нахилена до площини основи під кутом 45° . (ЗНО, 2014 р.).
3. Навколо конуса описано трикутну піраміду, площа основи якої дорівнює $50\sqrt{3}$, а периметр основи — 50. Визначте об'єм V цього конуса, якщо довжина його твірної дорівнює 4. У відповіді запишіть значення $\frac{V}{\pi}$. (ЗНО, 2015 р.).
4. Радіус основи конуса R , твірна нахилена до площини основи під кутом α . Через вершину конуса проведено площину під кутом φ до його висоти. Ця площина перетинає основу конуса по хорді. Знайдіть площу утвореного перерізу.
5. У конусі радіус основи дорівнює R , твірна — l . Через вершину конуса й хорду його основи проведено площину β . Ця площина утворює з площиною основи конуса гострий кут α . (ЗНО, 2019 р.).
 1. Зобразіть переріз конуса площиною β та вкажіть його вид.
 2. Обґрунтуйте положення кута α .
 3. Визначте периметр цього перерізу.
6. Знайдіть об'єм V тіла, яке утворюється при обертанні ромба зі стороною 1 і гострим кутом 60° навколо меншої діагоналі. У відповідь запишіть $\frac{V}{\pi}$.
7. Рівнобічну трапецію, основи якої дорівнюють 8 і 18, обертають навколо більшої основи. Знайдіть площу S поверхні тіла обертання, якщо відомо, що в цю трапецію можна вписати коло. У відповідь запишіть $\frac{S}{\pi}$.
8. Бічна поверхня конуса розгортається у чверть круга. Визначте повну поверхню цього конуса, якщо площа його осевого перерізу дорівнює $\frac{\sqrt{15}}{\pi}$.
9. У правильній чотирикутній піраміді плоский кут при вершині піраміди дорівнює 60° . Визначте площу бічної поверхні конуса, описаного навколо піраміди, якщо її висота дорівнює $\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\pi}}$.
10. Знайдіть відношення висоти конуса до діаметра, якщо при заданій площі бічної поверхні він має найбільший об'єм.

VII. Рефлексія (1 хв)

- | | | | | |
|-----------|--|-----|------------------------|----|
| 1. | Я умію розв'язувати задачі на знаходження площ бічної і повної поверхонь конуса. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 2. | Я розумію, як розв'язувати задачі на знаходження об'єму конуса. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 3. | Я розумію, як використовувати вивчену тему для розв'язування задач ЗНО/НМТ. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |