

Тема 1.

**Повторення. Числові множини.
Тотожні перетворення
раціональних, ірраціональних,
тригонометричних
та логарифмічних виразів****Урок 6. Спрощення та перетворення
тригонометричних виразів****РОБОЧИЙ АРКУШ**

(моє ім'я)

I. Очікувані результати навчальних досягнень

На уроці ви пригадаєте:

- 1) як обчислювати значення косинуса кута за значенням його синуса, і навпаки;
- 2) як обчислювати значення косинуса кута за значенням його тангенса;
- 3) як обчислювати значення синуса кута за значенням його котангенса;
- 4) як пов'язані між собою тангенс і котангенс кута;
- 5) як використовувати формули додавання та формули зведення для спрощення та обчислення виразів;
- 6) як використовувати набуті знання для розв'язування практичних задач.

II. Повторення

1. Між якими цілими числами на координатній прямій міститься корінь рівняння $2^x = 2\sqrt[5]{2}$?
2. Знайдіть значення похідної функції $f(x) = -\frac{1}{x^3}$ у точці $x_0 = -1$.
3. Обчисліть значення виразу $\frac{\lg 16}{\lg 2} + 3\log_7 20 \cdot \log_3 7 \cdot \log_5 1$.

4. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції $f(x) = \sin^2 5x - \cos^2 5x$.
5. Знайдіть область визначення функції $f(x) = (x + 4)^{\frac{3}{4}}$.

III. Основна тригонометрична тотожність та її застосування

Означення. Рівність $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ називають **основною тригонометричною тотожністю**.

Правила застосування основної тригонометричної тотожності

1. Якщо $\cos \alpha = a$, то $\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - a^2}$.

Знак «+» чи «-» обираємо залежно від кута α :

- 1) якщо α — кут I або II чверті, то $\sin \alpha > 0$;
- 2) якщо α — кут III або IV чверті, то $\sin \alpha < 0$.

Приклад. Обчисліть $\sin \alpha$, якщо $\cos \alpha = 0,6$ і α — кут IV чверті.

Розв'язання. $\sin \alpha = -\sqrt{1 - (0,6)^2} = -0,8$.

Відповідь. $-0,8$.

2. Якщо $\sin \alpha = a$, то $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - a^2}$.

Знак «+» чи «-» обираємо залежно від кута α :

- 1) якщо α — кут I або IV чверті, то $\cos \alpha > 0$;
- 2) якщо α — кут II або III чверті, то $\cos \alpha < 0$.

Приклад. Обчисліть $\cos \alpha$, якщо $\sin \alpha = -0,3$ і α — кут III чверті.

Розв'язання. $\cos \alpha = -\sqrt{1 - (-0,3)^2} = -\sqrt{0,91}$.

Відповідь. $-\sqrt{0,91}$.

3. Якщо поділити обидві частини основної тригонометричної тотожності на $\cos^2 \alpha$, то отримаємо тотожність $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$, $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Якщо $\operatorname{tg} \alpha = a$, то $\cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + a^2}}$.

Знак «+» чи «-» обираємо в залежності від кута α :

- 1) якщо α — кут I або IV чверті, то $\cos \alpha > 0$;
- 2) якщо α — кут II або III чверті, то $\cos \alpha < 0$.

Приклад. Обчисліть $\cos \alpha$, якщо $\operatorname{tg} \alpha = -0,2$ і α — кут II чверті.

Розв'язання. $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{1 + (-0,2)^2}} = -\frac{1}{\sqrt{1,04}}$.

Відповідь. $-\frac{1}{\sqrt{1,04}}$.

4. Якщо поділити обидві частини основної тригонометричної тотожності на $\sin^2 \alpha$, то отримаємо тотожність $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$, $\alpha \neq \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Якщо $\operatorname{ctg} \alpha = a$, то $\sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$.

Знак «+» чи «-» обираємо в залежності від кута α :

1) якщо α — кут I або II чверті, то $\sin \alpha > 0$;

2) якщо α — кут III або IV чверті, то $\sin \alpha < 0$.

Приклад. Обчисліть $\sin \alpha$, якщо $\operatorname{ctg} \alpha = -0,5$ і α — кут II чверті.

Розв'язання. $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+(-0,5)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1,25}}$.

Відповідь. $\frac{1}{\sqrt{1,25}}$.

5. Тангенсом кута α називають відношення синуса цього кута до його косинуса:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Приклад. Обчисліть $\operatorname{tg} \alpha$, якщо $\sin \alpha = -0,6$ і α — кут IV чверті.

Розв'язання. $\cos \alpha = \sqrt{1 - (-0,6)^2} = 0,8$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{-0,6}{0,8} = -0,75$.

Відповідь. $-0,75$.

6. Котангенсом кута α називають відношення косинуса цього кута до його синуса:

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \quad \alpha \neq \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Приклад. Обчисліть $\operatorname{ctg} \alpha$, якщо $\cos \alpha = -0,8$ і α — кут III чверті.

Розв'язання. $\sin \alpha = -\sqrt{1 - (-0,8)^2} = -0,6$, $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{-0,8}{-0,6} = \frac{4}{3}$.

Відповідь. $\frac{4}{3}$.

7. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$, $\alpha \neq \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$.

Приклад. Чи можуть одночасно виконуватися рівності $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{9}$ і $\operatorname{ctg} \alpha = 1\frac{1}{4}$?

Розв'язання. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{9} \neq 1$.

Відповідь. Ні.

Приклад 1. Обчисліть значення $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, якщо $\operatorname{ctg} \alpha = -2$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

Розв'язання. Оскільки $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$, то $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha} = -\frac{1}{2}$.

За умовою, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, α — кут IV чверті, де $\sin \alpha$ — від'ємний.

Якщо $\operatorname{ctg} \alpha = a$, то $\sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$, тому $\sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{1+(-2)^2}} = -\frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Оскільки $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$, то $\cos \alpha = \operatorname{ctg} \alpha \cdot \sin \alpha$.

$$\text{Тому } \cos \alpha = -2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{5}}{5} \right) = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Відповідь. } -\frac{\sqrt{5}}{5}; \frac{2\sqrt{5}}{5}; -0,5.$$

IV. Формули додавання та їхнє застосування

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta,$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta,$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta,$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta},$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}.$$

Якщо у формулах додавання ввести заміну $\beta = \alpha$, то отримаємо формули подвійного аргументу:

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha,$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1,$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}.$$

Приклад 2. Обчисліть $\cos 105^\circ$.

$$\begin{aligned} \text{Розв'язання. } \cos 105^\circ &= \cos (60^\circ + 45^\circ) = \cos 60^\circ \cos 45^\circ - \sin 60^\circ \sin 45^\circ = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}. \end{aligned}$$

$$\text{Відповідь. } \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}.$$

V. Формули зведення та їхнє застосування

Формули зведення — це формули, за якими можна значення тригонометричних функцій будь-якого кута α , такого, що $0^\circ < \alpha < 360^\circ$, виразити через відповідні значення тригонометричних функцій гострого кута.

У формулах зведення кут α — гострий кут, тобто $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Запам'ятати 32 формули зведення непросто, тому існує мнемонічне правило, яке дозволяє користуватися формулами зведення, не завчаючи їх напам'ять.

1. У правій частині рівності ставлять той знак, який має ліва частина, за умови, що $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.
2. Якщо в лівій частині формули аргумент має вигляд $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ або $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, то синус міняють на косинус, тангенс — на котангенс, і навпаки. Якщо аргумент має вигляд $\pi \pm \alpha$ або $2\pi \pm \alpha$, то зміни функції не відбувається.

Наприклад, $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha$.

Якщо $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, то кут $\frac{3\pi}{2} - \alpha$ — кут III чверті, в якій синус — від'ємний.

Оскільки кут вигляду $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, то синус міняємо на косинус.

Звідки $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha$.

Приклад 3. Обчисліть $\operatorname{ctg} 7^\circ \operatorname{ctg} 83^\circ + \operatorname{tg} 4^\circ \operatorname{tg} 86^\circ$.

Розв'язання. $\operatorname{ctg} 7^\circ \operatorname{ctg} 83^\circ + \operatorname{tg} 4^\circ \operatorname{tg} 86^\circ = \operatorname{ctg} 7^\circ \operatorname{ctg} (90^\circ - 7^\circ) + \operatorname{tg} 4^\circ \operatorname{tg} (90^\circ - 4^\circ) =$
 $= \operatorname{ctg} 7^\circ \operatorname{tg} 7^\circ + \operatorname{tg} 4^\circ \operatorname{ctg} 4^\circ = 1 + 1 = 2$.

Відповідь. 2.

VI. Спрощення та перетворення тригонометричних виразів

Загальні поради

1. Застосуйте основну тригонометричну тотожність $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, якщо це можливо.
2. Якщо вираз містить тангенси або котангенси, то використайте формули $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$,
 $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$.
3. При перетворенні дробових виразів розкладайте чисельники й знаменники виразів на множники.
4. Якщо у виразі є декілька кутів, то використовуйте формули зведення.
5. За наявності тригонометричних функцій від суми або різниці кутів, перетворюйте тригонометричні вирази за відповідними формулами.

Приклад 4. Знайдіть $\cos 2\alpha$, якщо $\sin \alpha = -0,25$.

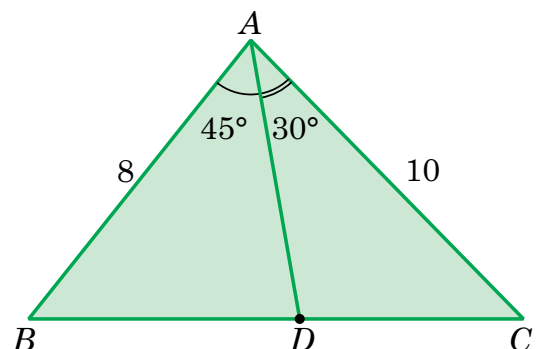
Розв'язання. Оскільки $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$, то $\cos 2\alpha = 1 - 2(-0,25)^2 = 1 - 0,125 = 0,875$.

Відповідь. 0,875.

VII. Розв'язування практичної задачі

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Інженер проектує трикутний кронштейн для підтримки навісу. Кронштейн кріпиться вертикально в точці A , від якої на основу BC опущено стержень AD , для жорсткості конструкції (див. рисунок). Стержень розділяє кут при вершині A на кути 45° і 30° , які прилягають до бічних стержнів кронштейна завдовжки 8 дм і 10 дм відповідно. Як інженеру розрахувати довжину основи BC кронштейна?



VIII. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С

Рівень А

1. Обчисліть значення виразу $4\sin^2 \alpha$, якщо $4\cos^2 \alpha = 1$. (ЗНО, 2016 р.).

А	Б	В	Г	Д
3	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	4	0

2. Укажіть нерівність, що виконується для $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. (ЗНО, 2013 р.).

А	Б	В	Г	Д
$1 - \sin^2 \alpha < 0$	$\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha < 0$	$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha < 0$	$1 - \cos^2 \alpha < 0$	$\sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha < 0$

3. Укажіть проміжок, якому належить значення виразу $\operatorname{ctg} 25^\circ$. (ЗНО, 2012 р.).

А	Б	В	Г	Д
$\left(0; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$	$\left(\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$	$(1; \sqrt{3})$	$(\sqrt{3}; +\infty)$

4. Спростіть вираз $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$. (ЗНО, 2015 р.).

А	Б	В	Г	Д
$\cos^2 \alpha$	$\sin^2 \alpha$	$\operatorname{tg}^2 \alpha$	$\operatorname{ctg}^2 \alpha$	1

5. Спростіть вираз $(1 - \cos^2 \alpha) \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha$. (ЗНО, 2014 р.).

А	Б	В	Г	Д
$\cos^2 \alpha$	$\sin 2\alpha$	$\frac{\sin^4 \alpha}{\cos^2 \alpha}$	$\sin^2 \alpha$	$\operatorname{tg}^2 \alpha$

6. Спростіть вираз $\sin^2 \alpha (1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha)$. (ЗНО, 2013 р.).

А	Б	В	Г	Д
$\cos(2\alpha)$	$\operatorname{tg}^2 \alpha$	1	$\operatorname{ctg}^2 \alpha$	$-\cos(2\alpha)$

7. $\frac{\cos \alpha \operatorname{tg} \alpha}{\sin^2 \alpha} = \dots$ (ЗНО, 2020 р.).

А	Б	В	Г	Д
$\sin \alpha$	$\frac{1}{\sin^2 \alpha}$	$\frac{1}{\sin \alpha}$	$\cos \alpha$	1

8. Спростіть:

1) $\sin 7\alpha \cos 5\alpha - \cos 7\alpha \sin 5\alpha$;

2) $\sin 96^\circ - \sin 36^\circ$;

3) $\sin(\alpha - \beta) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin \beta$;

4) $\cos 15^\circ - \cos 45^\circ$.

9. Обчисліть:

1) $3\sin^2 60^\circ - 4\cos^2 60^\circ$;

2) $4\cos^2 45^\circ + 8\sin^2 45^\circ$;

3) $8\sin 120^\circ \cdot \operatorname{tg} 30^\circ$;

4) $2\sin^2 30^\circ - 6\cos^2 30^\circ$.

10. Обчисліть:

1) $\cos 62^\circ \cos 28^\circ - \sin 62^\circ \sin 28^\circ$;

2) $\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$;

3) $\sin 103^\circ \cos 77^\circ + \cos 103^\circ \sin 77^\circ$;

4) $12\sin 15^\circ \cdot \sin 105^\circ$.

11. Спростіть:

1) $-\sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$;

2) $\frac{\sin^2 \alpha}{(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)}$;

3) $\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{\sin(4\pi - \alpha)}$;

4) $2\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) + 3\cos(\alpha + 9\pi)$.

12. Обчисліть:

1) $12\sqrt{77} \sin \alpha$, якщо $\cos \alpha = \frac{2}{9}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

2) $18\cos \alpha$, якщо $\sin \alpha = -\frac{2}{3}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Рівень В

1. Обчисліть:

1) $28\operatorname{tg} 147^\circ \cdot \operatorname{tg} 417^\circ$;

2) $(\cos 75^\circ + \sin 75^\circ)^2$;

3) $(\cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ) \cdot \frac{\operatorname{tg} 73^\circ - \operatorname{tg} 13^\circ}{1 + \operatorname{tg} 73^\circ \operatorname{tg} 13^\circ}$;

4) $\frac{7\cos 160^\circ}{\cos^4 10^\circ - \sin^4 10^\circ}$.

2. Спростіть:

1) $\cos 73^\circ + \sin 107^\circ$;

2) $\cos\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right) - \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$;

3) $\frac{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha - 2\cos^2 \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$;

4) $\frac{\operatorname{tg}(\alpha - \pi) \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \pi)}{\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right)}$.

3. Обчисліть значення виразу:

1) $\frac{5\sin x + 2\cos x}{2\sin x - 4\cos x}$, якщо $\operatorname{tg} x = 4$;

2) $\frac{4\sin x + 20\cos x}{\sin x - 4\cos x}$, якщо $\operatorname{ctg} x = -2$;

3) $\sin^2 x$, якщо $\cos 2x = 0,72$;

4) $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$, якщо $\sin \alpha = 0,4$.

4. Обчисліть:

1) $\frac{\cos 3\alpha - \cos 9\alpha}{\sin 9\alpha - \sin 3\alpha}$, якщо $\operatorname{ctg} 6\alpha = -\frac{1}{6}$;

2) $\frac{\sin 9\alpha + \sin 3\alpha}{\cos 3\alpha + \cos 9\alpha}$, якщо $\operatorname{ctg} 6\alpha = \frac{1}{15}$.

5. Обчисліть:

1) $\sqrt{75} \sin 2\alpha$, якщо $\sin \alpha = 0,5$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

2) $3\sqrt{20} \sin 2\alpha$, якщо $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$, $\pi < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

6. Обчисліть:

1) $\frac{\sin 4\alpha - 2 \cos 12\alpha - \sin 20\alpha}{\cos 4\alpha + 2 \sin 12\alpha - \cos 20\alpha}$, якщо $\operatorname{tg} 12\alpha = \frac{3}{46}$;

2) $\frac{\sin 5\alpha - 2 \cos 15\alpha - \sin 25\alpha}{\cos 5\alpha + 2 \sin 15\alpha - \cos 25\alpha}$, якщо $\operatorname{tg} 15\alpha = -\frac{5}{24}$.

7. Спростіть:

1) $\cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7}$;

2) $8 \cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{8\pi}{15} \cos \frac{16\pi}{15}$.

8. Доведіть тотожність:

1) $\frac{14 \sin 3\alpha \cos 3\alpha}{\cos^2 3\alpha - \sin^2 3\alpha} = 7 \operatorname{tg} 6\alpha$;

2) $\frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 4\alpha}{\sin 4\alpha - \sin 2\alpha} = \operatorname{ctg} 2\alpha$.

9. Спростіть:

1) $\frac{2 \sin \alpha \cos \beta - \sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta) + 2 \sin \alpha \sin \beta}$;

2) $\frac{\sin(30^\circ + \alpha) - \cos(60^\circ + \alpha)}{\sin(30^\circ + \alpha) + \cos(60^\circ + \alpha)}$;

3) $\frac{\cos 3\alpha}{2 \sin \alpha} + \frac{\sin 3\alpha}{2 \cos \alpha}$;

4) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos(2\pi - \alpha) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \sin(\pi - \alpha)$.

10. Доведіть, що $\sin 36^\circ \cdot \cos 72^\circ = 0,25$.

11. Обчисліть значення виразу $\frac{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{ctg} \beta}{\operatorname{tg} \beta + \operatorname{ctg} \beta}$, якщо $\cos \beta = 0,6$.

Рівень С

1. Обчисліть значення виразу $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{8} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}$. (ЗНО, 2008 р.).

2. Обчисліть: $2 \cos 160^\circ \cdot \cos 140^\circ \cdot \cos 100^\circ$. (ЗНО, 2009 р.).

3. Обчисліть значення виразу $2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$, якщо $\sin \alpha + \cos \alpha = 1,2$. (ЗНО, 2014 р.).

4. Обчисліть:

1) $\frac{\sin 2\alpha - 1}{1 + \cos 2\alpha} \cdot \frac{2}{(1 - \operatorname{tg} \alpha)^2}$;

2) $\frac{1 - \sin 2\alpha}{2 \cos 2\alpha} \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$.

5. Обчисліть:

1) $2 \cos 4\alpha - 2 \sin 4\alpha \cdot \operatorname{ctg} 2\alpha$;

2) $6 \cdot \frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1}$.

6. Обчисліть:

1) $\sin \alpha - \cos \alpha$, якщо $\sin 2\alpha = 0,96$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$;

2) $\sin \alpha + \cos \alpha$, якщо $\sin 2\alpha = -0,84$, $\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi$.

7. Спростіть:

1) $\frac{(\sin 8\alpha - \sin 2\alpha)(\cos 2\alpha - \cos 8\alpha)}{1 - \cos 6\alpha}$;

2) $\frac{\cos 3\alpha - \cos \alpha - \sin 2\alpha}{\sin 3\alpha - \sin \alpha + \cos 2\alpha}$;

3) $\frac{2\sin^2 3\alpha - 1}{2\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + 3\alpha\right)\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - 3\alpha\right)}$;

4) $(\sin \alpha - \sin \beta)^2 + (\cos \alpha - \cos \beta)^2$.

8. Обчисліть:

1) $\left(\frac{\sin 6\alpha}{\sin \alpha} - \frac{\cos 6\alpha}{\cos \alpha}\right) \cdot \frac{1}{\sin 3\alpha + \sin 7\alpha}$, де $\alpha = \frac{\pi}{8}$;

2) $\left(\frac{1}{\cos 3\alpha} + \frac{1}{\cos \alpha}\right) \cdot \left(\frac{\cos 2\alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin 2\alpha}{\cos \alpha}\right)$, де $\alpha = \frac{\pi}{8}$;

3) $\left(\frac{1}{\sin 4\alpha} + \frac{1}{\sin 12\alpha}\right) \cdot \left(\frac{\cos 8\alpha}{\cos 4\alpha} + \frac{\sin 8\alpha}{\sin 4\alpha}\right)$, де $\alpha = \frac{3\pi}{16}$.

9. Обчисліть:

1) $\frac{2 + \cos \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha}{\sin \alpha + \sqrt{3} \cos \alpha}$, якщо $\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = 2$;

2) $\frac{2 + \cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha}{\sin \alpha - \sqrt{3} \cos \alpha}$, якщо $\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = 2$.

10. Обчисліть:

1) $\operatorname{tg}\left(\arccos \frac{3}{5} - \arcsin \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$;

2) $62 \operatorname{tg}\left(2 \arcsin \frac{3}{5} + \operatorname{arctg}(-1)\right)$.

Рефлексія

1. Я знаю основну тригонометричну тотожність.

Так

Ще треба потренуватися

Ні

2. Я вмію обчислювати значення синуса кута за значенням його косинуса, і навпаки.

Так

Ще треба потренуватися

Ні

3. Я вмію обчислювати значення косинуса кута за значенням його тангенса.

Так

Ще треба потренуватися

Ні

4. Я вмію обчислювати значення синуса кута за значенням його котангенса.

Так

Ще треба потренуватися

Ні

5. Я знаю, який взаємозв'язок між тангенсом і котангенсом кута.

Так

Ще треба потренуватися

Ні

6. Я розумію, як використовувати вивчену тему для розв'язування задач практичного змісту.

Так

Ще треба потренуватися

Ні







