

Повторення. Функції та їхні властивості

Урок 6. Тригонометричні функції. Тригонометричні рівняння

РОБОЧИЙ АРКУШ

(моє ім'я)

I. Очікувані результати навчальних досягнень

На уроці ви повторите:

- 1) означення тригонометричних функцій;
- 2) властивості тригонометричних функцій;
- 3) дослідження тригонометричних функцій;
- 4) означення найпростіших тригонометричних рівнянь;
- 5) розв'язування тригонометричних рівнянь.

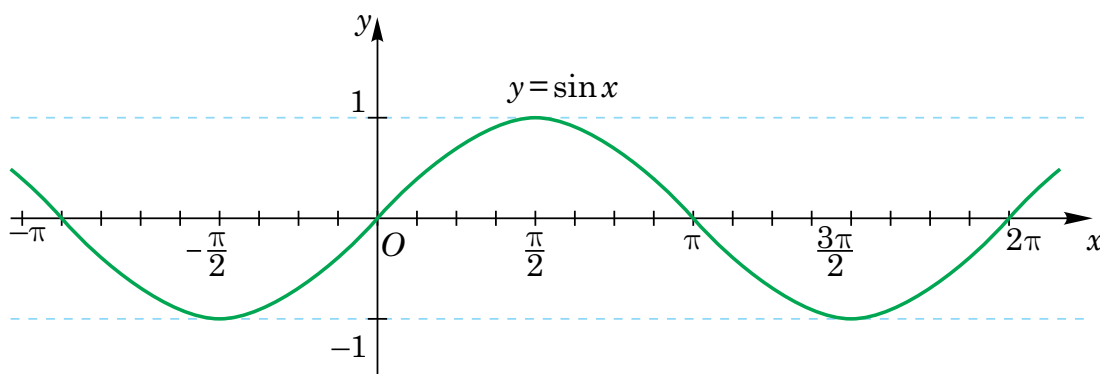
II. Повторення

1. Укажіть головний період функції $y = \cos 2\pi x$.
2. Укажіть градусні міри кутів α ($0^\circ < \alpha < 360^\circ$) таких, для яких $\operatorname{tg} \alpha = 0$.
3. Функція $y = f(x)$ є парною. Знайдіть $f(-5)$, якщо $f(5) = -8$.
4. Функція $y = f(x)$ є непарною. Знайдіть $f(-5)$, якщо $f(5) = -8$.

III. Тригонометричні функції

1. Функція синус. Графік функції та її властивості

Графік функції $y = \sin x$ називається *синусоїдою*.

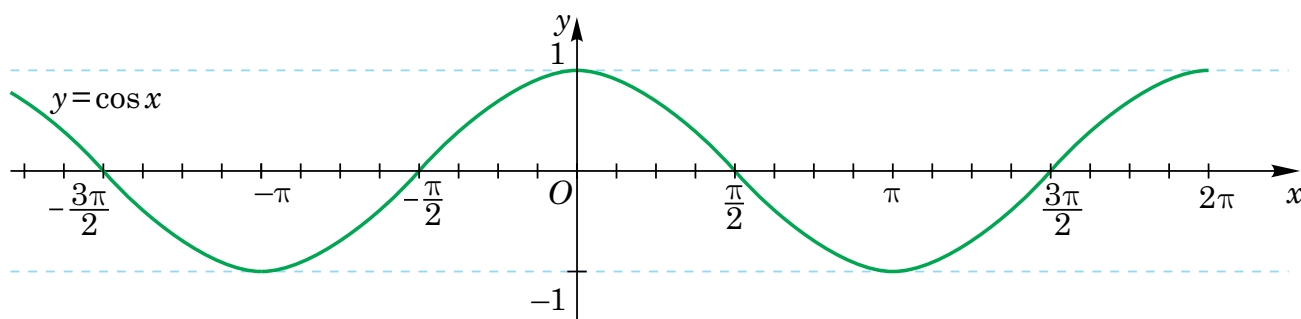


Властивості функції $y = \sin x$

Область визначення	Множина всіх дійсних чисел, тобто: $D(y) = (-\infty; +\infty)$.
Область значень	$E(y) = [-1; 1]$.
Найбільше значення функції	Найбільше значення функції $y = \sin x$ дорівнює 1 і досягається воно в точках, що відповідають кутам виду $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.
Найменше значення функції	Найменше значення функції $y = \sin x$ дорівнює -1 і досягається воно в точках, що відповідають кутам виду $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.
Нулі функції	$x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.
Парність та непарність функції	Функція непарна. Графік функції симетричний відносно початку координат.
Періодичність функції	Функція періодична з головним періодом 2π .
Проміжки монотонності функції	Зростає на кожному з проміжків виду $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right]$, $n \in \mathbb{Z}$. Спадає на кожному з проміжків виду $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right]$, $n \in \mathbb{Z}$.
Проміжки знаку функції	$\sin x > 0$ на кожному з проміжків виду $(2\pi n; \pi + 2\pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$. $\sin x < 0$ на кожному з проміжків виду $(\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$.

2. Функція косинус. Графік функції та її властивості

Графік функції $y = \cos x$ називається *косинусоїдою*.

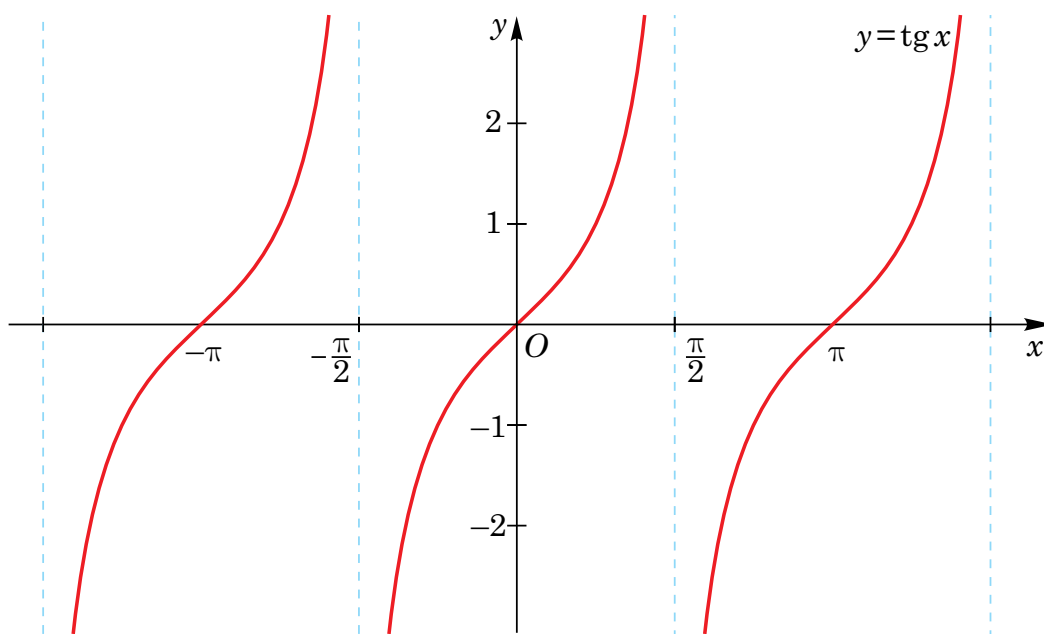


Властивості функції $y = \cos x$

Область визначення	Множина усіх дійсних чисел, тобто: $D(y) = (-\infty; +\infty)$.
Область значень	$E(y) = [-1; 1]$.
Найбільше значення функції	Найбільше значення функції $y = \cos x$ дорівнює 1 і досягається воно в точках, що відповідають кутам виду $2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.
Найменше значення функції	Найменше значення функції $y = \cos x$ дорівнює -1 і досягається воно в точках, що відповідають кутам виду $\pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.
Нулі функції	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.
Парність та непарність функції	Функція парна. Графік функції симетричний відносно осі ординат.
Періодичність функції	Функція періодична з головним періодом 2π .
Проміжки монотонності функції	Зростає на кожному з проміжків виду $[\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$. Спадає на кожному з проміжків виду $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$.
Проміжки знакосталості функції	$\cos x > 0$ на кожному з проміжків виду $\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)$, $n \in \mathbb{Z}$. $\cos x < 0$ на кожному з проміжків виду $\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right)$, $n \in \mathbb{Z}$.

3. Функція тангенс. Графік функції та її властивості

Графік функції $y = \operatorname{tg} x$ називається *тангенсоїдою*.



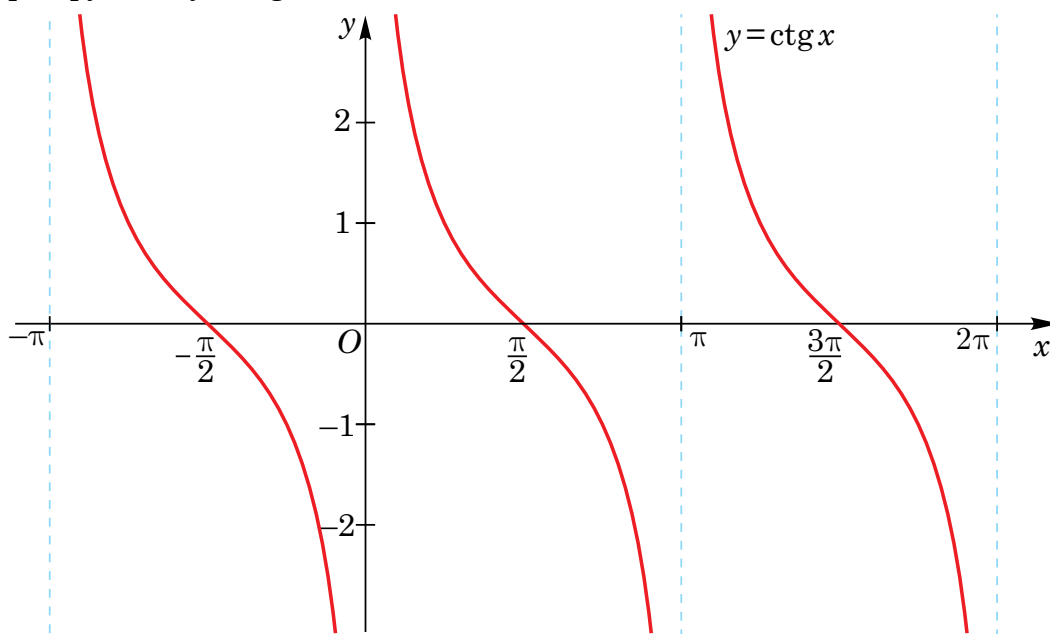
Властивості функції $y = \operatorname{tg} x$

Область визначення	Множина всіх дійсних чисел, окрім чисел виду $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$. Прямі, що задаються рівняннями $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$, називають <i>асимптотами</i>.
Область значень	$E(y) = (-\infty; +\infty)$.
Найбільше значення функції	Тангенс може бути будь-яким дійсним числом, тому що це ордината точки перетину прямих $y = kx$ та $x = 1$.
Найменше значення функції	
Нулі функції	$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
Парність та непарність функції	Функція непарна. Графік функції симетричний відносно початку координат.
Періодичність функції	Функція періодична з головним періодом π .

Проміжки монотонності функції	Зростає на кожному з проміжків виду $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$.
Проміжки знакосталості функції	$\operatorname{tg} x > 0$ на кожному з проміжків виду $\left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$. $\operatorname{tg} x < 0$ на кожному з проміжків виду $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$.

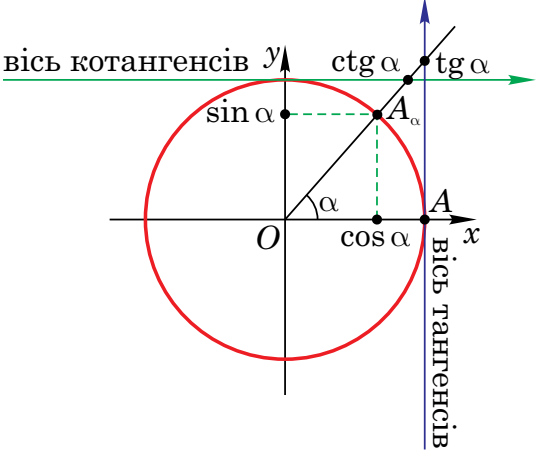
4. Функція котангенс. Графік функції та її властивості

Графік функції $y = \operatorname{ctg} x$ називається *котангенсоїдою*.



Властивості функції $y = \operatorname{ctg} x$

Область визначення	Множина всіх дійсних чисел, окрім чисел виду $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$. Прямі, що задаються рівнянням $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$, називають <i>асимптотами</i> .
Область значень	$E(y) = (-\infty; +\infty)$.

Найбільше значення функції	Котангенс може бути будь-яким дійсним числом, тому що це абсциса точки перетину прямих $y = kx$ та $y = 1$.
Найменше значення функції	
Нулі функції	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
Парність та непарність функції	Функція непарна. Графік функції симетричний відносно початку координат.
Періодичність функції	Функція періодична з головним періодом π .
Проміжки монотонності функції	Спадає на кожному з проміжків виду $(\pi n; \pi + \pi n), n \in \mathbb{Z}$.
Проміжки знакосталості функції	$\operatorname{ctg} x > 0$ на кожному з проміжків виду $\left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$. $\operatorname{ctg} x < 0$ на кожному з проміжків виду $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$.

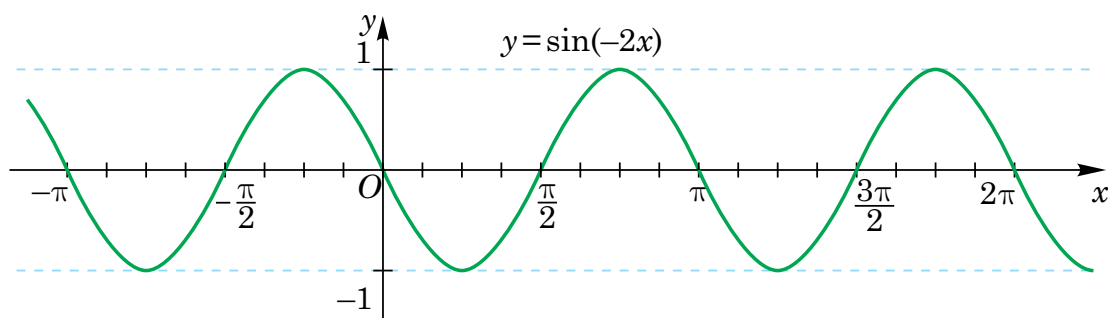
За властивістю, якщо число T є головним періодом функції $y = f(x)$, то число $\frac{T}{|k|}$, де $k \neq 0$, є періодом функції $y = f(kx + b)$.

Приклад 1. Знайдіть період функції $y = \cos\left(4 - \frac{3\pi x}{4}\right)$.

Розв'язання. Головним періодом функції $y = \cos x$ є число 2π , тому головним періодом функції $y = \cos\left(4 - \frac{3\pi x}{4}\right)$ буде число $2\pi : \left|-\frac{3\pi}{4}\right| = \frac{8}{3}$.

Відповідь. $\frac{8}{3}$.

Приклад 2. За графіком функції $y = \sin(-2x)$ (див. рисунок) дослідіть її властивості.



Розв'язання. 1) Областю визначення функції є множина всіх дійсних чисел.

2) Множиною значень є проміжок $[-1; 1]$.

3) Функція непарна.

4) Функція періодична з головним періодом π .

5) Нулі функції — числа виду $x = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$.

6) Функція додатна на кожному з проміжків виду $\left(\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$, і від'ємна

на кожному з проміжків виду $\left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$.

7) Функція зростає на кожному з проміжків виду $\left[\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{3\pi}{4} + \pi n\right], n \in \mathbb{Z}$, і спадає

на кожному з проміжків виду $\left[-\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n\right], n \in \mathbb{Z}$.

IV. Розв'язування тригонометричних рівнянь

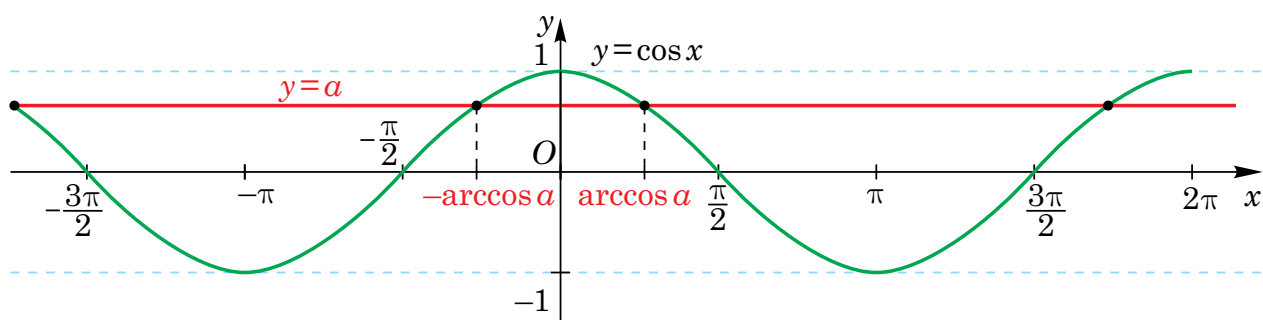
Означення. Тригонометричними рівняннями називають рівності, в яких змінна міститься лише під знаком тригонометричної функції.

Найпростішими тригонометричними рівняннями вважають рівняння виду: $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, де a — довільне дійсне число.

1. Загальна формула коренів рівняння $\cos x = a$

Формулу коренів рівняння $\cos x = a$, $-1 \leq a \leq 1$, можна записати так:

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$



Особливі випадки

$\cos x = 1$	$x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\cos x = -1$	$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\cos x = 0$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Оскільки особливі випадки зустрічаються досить часто, то варто запам'ятати розв'язки кожного з них.

2. Загальна формула коренів рівняння $\sin x = a$

У загальному, розв'язками рівняння $\sin x = a$, де $-1 \leq a \leq 1$, є дві множини:

$$x = \arcsin a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \text{ та } x = \pi - \arcsin a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

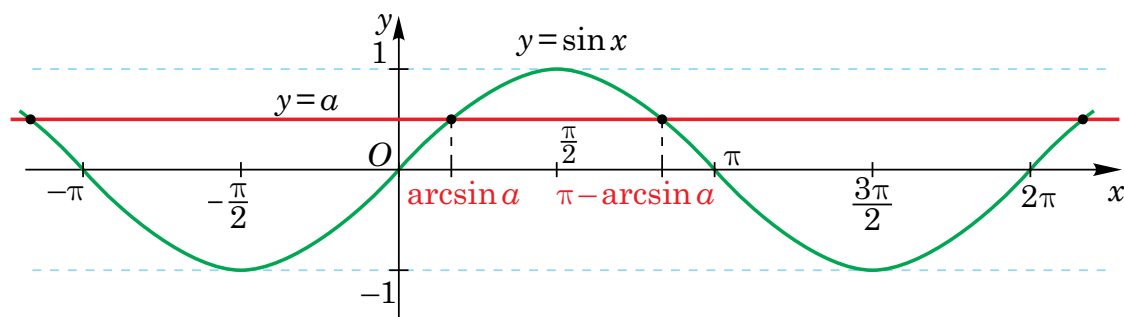
Множини коренів можна записати так:

$$x = \arcsin a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \text{ та } x = -\arcsin a + (2n+1)\pi, n \in \mathbb{Z}.$$

Тобто, якщо біля числа π множником є парне ціле число, то арксинус беремо зі знаком «+», а коли непарне, то арксинус беремо зі знаком «-».

Отже, загальна формула коренів рівняння має вигляд:

$$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$



Особливі випадки

$\sin x = 1$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\sin x = -1$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\sin x = 0$	$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Оскільки особливі випадки зустрічаються досить часто, то варто запам'ятати розв'язки кожного з них.

3. Формули коренів рівняння $\operatorname{tg} x = a$ і $\operatorname{ctg} x = a$

Множину коренів рівняння $\operatorname{tg} x = a$ записують у вигляді: $x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

Множину коренів рівняння $\operatorname{ctg} x = a$ записують у вигляді: $x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

Приклад 3. Розв'яжіть рівняння $\cos x = \frac{1}{3}$.

Розв'язання. $\cos x = \frac{1}{3}, x = \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$

Відповідь. $\pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$

Приклад 4. Розв'яжіть рівняння $\sin 3x = -1$.

Розв'язання. $\sin 3x = -1, 3x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, x = -\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}.$

Відповідь. $-\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}.$

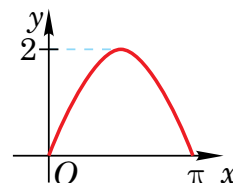
V. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С

Рівень А

1. Укажіть множину значень функції $y = 2\cos x + 3$.

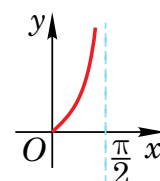
А	Б	В	Г	Д
$[0; 3]$	$[-5; 5]$	$[1; 5]$	$[3; 5]$	$(-\infty; +\infty)$

2. На рисунку зображено фрагмент графіка однієї з наведених функцій на проміжку $[0; \pi]$. Укажіть цю функцію.



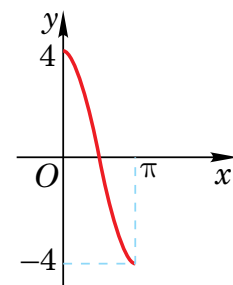
А	Б	В	Г	Д
$y = 2\sin x$	$y = \sin 2x$	$y = 2\cos x$	$y = \cos 2x$	$y = -2\sin x$

3. На рисунку зображено фрагмент графіка однієї з наведених функцій на проміжку $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$. Укажіть цю функцію.



А	Б	В	Г	Д
$y = \operatorname{ctg} x$	$y = 2^x$	$y = x^2$	$y = \frac{\pi}{2}x$	$y = \operatorname{tg} x$

4. На рисунку зображено фрагмент графіка однієї з наведених функцій на проміжку $[0; \pi]$. Укажіть цю функцію.



А	Б	В	Г	Д
$y = 4\sin x$	$y = \sin 4x$	$y = -4\sin x$	$y = -4\cos x$	$y = 4\cos x$

5. Яке з наведених рівнянь не має коренів?

А	Б	В	Г	Д
$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\operatorname{ctg} x = -\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\operatorname{tg} x = \frac{2}{\sqrt{3}}$	$\cos x = \frac{2}{\sqrt{3}}$

6. Укажіть кількість коренів рівняння $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ на відрізку $[0; 3\pi]$.

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

7. Укажіть корінь рівняння $\operatorname{tg}(3x) = -1$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\pi}{12}$	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{12}$	$-\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$

8. Укажіть корінь рівняння $\sin(4x) = -1$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$

9. Розв'яжіть рівняння $2\sin x = 1$. (ЗНО, 2009 р.).

А	Б	В	Г	Д
$\pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

10. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \sqrt{3}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$\frac{2\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$	інша відповідь

11. Розв'яжіть рівняння $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$. (ЗНО, 2007 р.).

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$-\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

12. Розв'яжіть рівняння $\cos(3x) = \frac{1}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$\pm\frac{\pi}{9} + \frac{2}{3}\pi k, k \in \mathbb{Z}$	$(-1)^k \pi + 3\pi k, k \in \mathbb{Z}$	$\pm\pi + 6\pi k, k \in \mathbb{Z}$	$(-1)^k \frac{\pi}{9} + \frac{1}{3}\pi k, k \in \mathbb{Z}$	$\pm\frac{\pi}{9} + \frac{1}{3}\pi k, k \in \mathbb{Z}$

Рівень В

1. Знайдіть множину значень функції $f(x) = (\sin x + \cos x)^2$. (ЗНО, 2006 р.).

А	Б	В	Г	Д
$[1; 2]$	$[0; 2]$	$[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$	$[0; 1]$	інша відповідь

2. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg}(3x) = \sqrt{3}$. (ЗНО, 2014 р.)

А	Б	В	Г	Д
$x = \frac{\pi}{6} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{3} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3},$ $n \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3},$ $n \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{9} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$

3. Задано рівняння:

1) $\log_2 x - \log_2(x-2) = 1$, 2) $\cos x = 1 - \sqrt{3}$, 3) $|x+2| = -3$, 4) $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\pi$.

Укажіть рівняння, яке не має коренів на множині дійсних чисел. (ЗНО, 2006 р.).

А	Б	В	Г	Д
1) і 4)	2) і 3)	1) і 2)	3) і 4)	інша відповідь

4. Установіть відповідність між функцією (1–3) та головним періодом (А–Д) функції.

Функція	Головний період функції	А Б В Г Д
1 $y = \sin 2x$	А 2π	1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
2 $y = \cos x$	Б π	2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
3 $y = \operatorname{tg} \frac{x}{3}$	В 3π	3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
	Г $\frac{\pi}{2}$	
	Д $\frac{\pi}{3}$	

5. Розв'яжіть рівняння (1–4). Установіть відповідність між кожним рівнянням та твердженням (А–Д), що є правильним для цього рівняння. (ЗНО, 2012 р.).

Рівняння	Твердження	А Б В Г Д
1 $x + \pi = 0$	А коренем рівняння є ірраціональне число	1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
2 $\cos x = \sqrt{3}$	Б коренем рівняння є число 16	2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
3 $\sqrt{x} = 4$	В рівняння не має коренів	3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
4 $\frac{x-1}{x+7} = 0$	Г рівняння має два корені	4 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
	Д корінь рівняння належить відрізку $[-2; 2]$	

6. Розв'яжіть рівняння (1–4). Установіть відповідність між кожним рівнянням та кількістю його коренів (А–Д) на проміжку $[-5; 5]$. (ЗНО, 2012 р.).

Рівняння	Кількість коренів рівняння на проміжку	А Б В Г Д
1 $\cos^2 x - \sin^2 x = 1$	А жодного	1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
2 $\log_3 x = -2$	Б один	2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
3 $\frac{x^3 - 4x}{x^3 + 8} = 0$	В два	3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
4 $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$	Г три	4 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
	Д чотири	

- 7.** Установіть відповідність між рівнянням (1–4) та множиною розв’язків (А–Д) рівняння.

Рівняння

1 $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = a, |a| \leq 1$

2 $\sin x \cos x = \frac{a}{2}$

3 $\sin x = a \cos x$

4 $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = a$

Множина розв’язків рівняння

А $\pm \arccos a + 2\pi k, k \in Z$

Б $\arctg a + \pi k, k \in Z$

В $\operatorname{arccotg} a + \pi k, k \in Z$

Г $(-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$

Д $(-1)^k \cdot \frac{1}{2} \arcsin a + \frac{\pi k}{2}, k \in Z$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐

- 8.** Знайдіть значення функції $y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ у точці $x = 0$.
- 9.** Знайдіть суму S нулів функції $y = \cos \frac{x}{2} + 1$ на проміжку $[-2\pi; 2\pi]$. У відповідь запишіть $\frac{S}{\pi}$.
- 10.** Розв’яжіть рівняння $\frac{2 \cos x + 1}{\sqrt{27 + 6x - x^2}} = 0$. У відповідь запишіть кількість усіх його коренів.
- 11.** Знайдіть найбільший від’ємний корінь рівняння $\sin\left(3x - \frac{\pi}{15}\right) = -1$.
- 12.** Для яких значень параметра a рівняння $\sin x = 3 - 2a$ має корені?

Рівень С

- 1.** Установіть відповідність між рівнянням (1–4) та множиною коренів (А–Д) рівняння.

Рівняння

1 $\cos 3x = \frac{1}{2}$

2 $\cos^2 0,5x - \sin^2 0,5x = 0,5\sqrt{2}$

3 $\cos 3x \cos x - \sin 3x \sin x = 0,5\sqrt{3}$

4 $\cos \frac{1}{3}x = 0$

Множина коренів
рівняння

А $\pm \frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{2}n, n \in Z$

Б $\frac{3\pi}{2} + 3\pi n, n \in Z$

В $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

Г $\pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}n, n \in Z$

Д $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}n, n \in Z$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐

- 2.** Знайдіть найбільше значення функції $y = \frac{(1 - 2 \cos x)^4}{6}$. (ЗНО, 2013 р.).
- 3.** Розв’яжіть рівняння $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Укажіть, скільки коренів рівняння належать проміжку $[-\pi; 2\pi]$.

4. Знайдіть найменше значення параметра a , при якому має корені рівняння $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 2a^2 + 5a - 6$.
5. Знайдіть суму коренів рівняння $\operatorname{tg}^2 x + 3 = 2\sqrt{3} \frac{\sin x}{\cos x}$ на проміжку $[-\pi; 0,75\pi]$.
6. Знайдіть суму коренів рівняння $2\sin x - 3\cos 2x = 5$ на проміжку $[0^\circ; 540^\circ]$.
7. При яких значеннях параметра a рівняння $\cos 2x = -4a^2 + 4a - 2$ має розв'язки?
8. Знайдіть найменше значення параметра a , при якому має розв'язки рівняння $\frac{1}{2}(\sin x + \sqrt{3} \cos x) = 6 - 5a - 2a^2$. (ЗНО, 2011 р.).
9. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2x^2 + 7x - 9} + |\sin(\pi x) + 1| = 0$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше ніж один корінь, то у відповідь запишіть суму всіх його коренів. (ЗНО, 2010 р.).
10. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2}(2x+5)\right) = 1 + (y-1)^8, \\ 4\sin\frac{\pi y}{2} = 4x^2 + 4x + 5. \end{cases}$$
 Запишіть у відповідь добуток $x_0 \cdot y_0$, якщо пара (x_0, y_0) є розв'язком системи рівнянь. (ЗНО, 2011 р.).

Рефлексія

- | | | | |
|----|--|------------------------|----|
| 1. | Я знаю основні властивості функції $y = \sin x$. | | |
| | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 2. | Я знаю основні властивості функції $y = \cos x$. | | |
| | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 3. | Я знаю основні властивості функції $y = \operatorname{tg} x$. | | |
| | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 4. | Я знаю основні властивості функції $y = \operatorname{ctg} x$. | | |
| | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 5. | Я знаю, як описувати основні властивості тригонометричних функцій за їхніми графіками. | | |
| | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 6. | Я знаю означення найпростіших тригонометричних рівнянь. | | |
| | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 7. | Я знаю формули для розв'язування рівняння $\cos x = a$, якщо $a = 1$, $a = -1$, $a = 0$. | | |
| | Так | Ще треба потренуватися | Ні |

