

Повторення. Функції та їхні властивості

Урок 7. Показникова функція. Показникові рівняння. Показникові нерівності

План уроку

1. Показникова функція та її властивості.
2. Функція експонента.
3. Розв'язування показникових рівнянь.
4. Розв'язування показникових нерівностей.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

виокремлює в конкретній комплексній проблемній ситуації її складові частини, що можуть бути розв'язані математичними методами [12 МАО 1.1.1–2];

перетворює інформацію математичного змісту з однієї форми в іншу, зокрема із застосуванням інформаційних технологій [12 МАО 2.1.3–2];

за потреби, виправляє помилки і вносить зміни в математичну модель та/або спосіб розв'язання [12 МАО 3.2.3–1];

оперує математичними об'єктами в процесі розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 4.2.2–1];

використовує приладдя та інформаційні технології для знаходження та представлення результату [12 МАО 4.2.3–1];

доцільно та правильно використовує математичну термінологію і символіку [12 МАО 4.3.1–2].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Теорію повторюйте стисло, акцентуйте увагу на ілюстративних прикладах.
- 2) При повторенні теорії наводьте лаконічні означення та приклади. Зразки можливого подання теорії наводяться.
- 3) Обирайте ілюстративні приклади на свій розсуд.

- 4) Увесь запропонований матеріал неможливо подати в часових вимірах одного уроку, тому обирайте кількість матеріалу на ваш розсуд.
- 5) Заплануйте розв'язування тренувальних вправ як важливий компонент формування практичних навиків і навчання учнів/учениць самостійної роботи над завданнями.
- 6) Запропонуйте учням/ученицям заповнити лист рефлексії.

I. Організаційна частина (2 хв)

II. Повторення (3–4 хв)

1. Розв'яжіть рівняння $3^{x^2} = 81$. Якщо рівняння має кілька коренів, то вкажіть проміжок, якому належить найменший з них. (НМТ, 2024 р.).

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -10)$	$[-10; -3)$	$[-3; -2)$	$[-2; 0)$	$[0; +\infty)$

Відповідь. Г.

2. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 9$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -1]$	$(-1; 0]$	$(0; 1]$	$(1; 2]$	$(2; +\infty)$

Відповідь. Б.

3. Розв'яжіть нерівність $10^{x+1} > 0,01$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -3)$	$(-\infty; -2)$	$(-3; +\infty)$	$(-2; +\infty)$	$(1; +\infty)$

Відповідь. В.

4. Скоротіть дріб $\frac{m^{\frac{1}{2}} - 9}{m^{\frac{1}{4}} - 3}$.

Відповідь. $m^{\frac{1}{4}} + 3$.

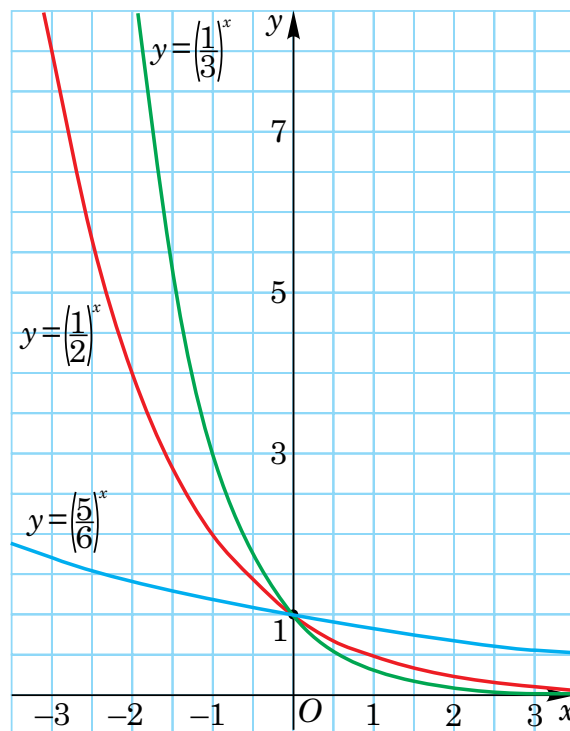
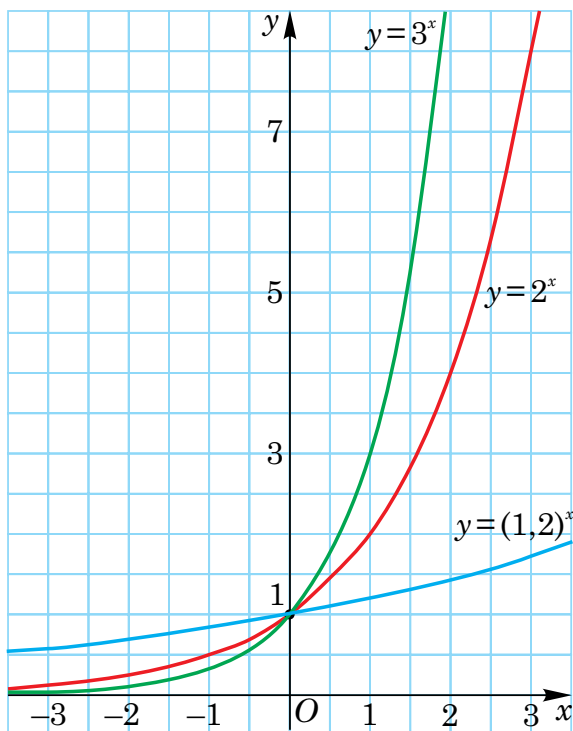
III. Показникова функція та її властивості. Функція експонента

Зафіксуємо деяке додатне число a , відмінне від 1. Тоді кожному дійсному числу x можна поставити у відповідність число a^x . Таким чином, задано функцію $f(x) = a^x$, де $a > 0$, $a \neq 1$, з областю визначення R . Цю функцію називають *показниковою функцією*.

Наприклад, $f(x) = 3^x$, $y = 0,3^x$.

Оскільки для $a > 0$, $a \neq 1$, $a^0 = 1$, то графік будь-якої показникової функції проходить через точку $(0; 1)$.

Наведемо приклади графіків показникової функції (див. рисунки).



Властивості показникової функції

Область визначення	$x \in \mathbb{R}$.
Область значень	$y \in (0; +\infty)$.
Нулі функції	Нулів немає.
Проміжки знакосталості	Функція додатна на множині дійсних чисел.
Проміжки зростання та спадання	Якщо $a > 1$, то функція — зростаюча. Якщо $0 < a < 1$, то функція є спадною

Функція експонента

Показникову функцію $y = e^x$, основою якої є число Ойлера, називають **експонентою**.

Число $e \approx 2,718281828\dots$ є ірраціональним числом, що визначається як $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

Примітка. Нескладно запам'ятати 9 цифр після коми числа Ойлера, якщо знати рік народження письменника Жуля Верна, який народився у 1828 році. Бо після 2,7 двічі поспіль цифри експоненти відповідають рокові народження письменника: 2,718281828...

Функція експонента має всі властивості показникової функції, при $a > 1$.

Практичне застосування показникової функції

1. Радіоактивний розпад.

$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, де $m(t)$ — маса радіоактивної речовини в момент часу t , m_0 — початкова маса речовини, T — період піврозпаду (проміжок часу, за який початкова кількість речовини зменшується вдвічі).

2. Зміна атмосферного тиску залежно від висоти підйому.

$p(h) = p_0(0,3)^h$, де $p(h)$ — атмосферний тиск на висоті h , p_0 — атмосферний тиск на рівні моря, h — висота над рівнем моря.

3. Складні відсотки.

1) Формула складних відсотків у спрощеному вигляді: $A(n) = A_0(1+r)^n$.

2) Формула складних відсотків в ускладненому вигляді: $A(t) = A_0 \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$.

Сума $A(t)$ (грн) залежить від часу t (в роках або місяцях), A_0 — основна сума накопичення складних відсотків (сума вкладу або інвестиції), за річною відсотковою ставкою r %.

Значення n — кількість періодів нарахування відсотків за рік або місяць.

При збільшенні n основа степеня природним чином наближається до числа e .

4. Розмноження бактерій.

$N(t) = N_0 a^{kt}$, де $N(t)$ — кількість бактерій, розмножена за час t , N_0 — початкова кількість бактерій, t — час розмноження бактерій, числа k та a — деякі константи, для різних видів бактерій вони різні, а в «ідеальних» умовах $a \approx e$.

5. Збільшення товщини стовбура дерева.

$M = M_0 e^{kt}$, де M — кількість деревини у момент спостереження (у м³), M_0 — початкова кількість деревини (у м³), t — час (у роках), який відраховується з моменту, коли об'єм деревини був M_0 , число k — деяка константа, яка має певне значення для різних видів деревини.

Ілюстративні приклади (5–6 хв)

5. Обчисліть $\left(\left(\frac{1}{\sqrt[4]{4}}\right)^{-\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}$.

Розв'язання. $\left(\left(\frac{1}{\sqrt[4]{4}}\right)^{-\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{\sqrt[4]{4}}\right)^{-2} = \left(\sqrt[4]{2^2}\right)^2 = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 2$.

Відповідь. 2.

6. Розв'яжіть графічно рівняння

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|} = x^2 + 1.$$

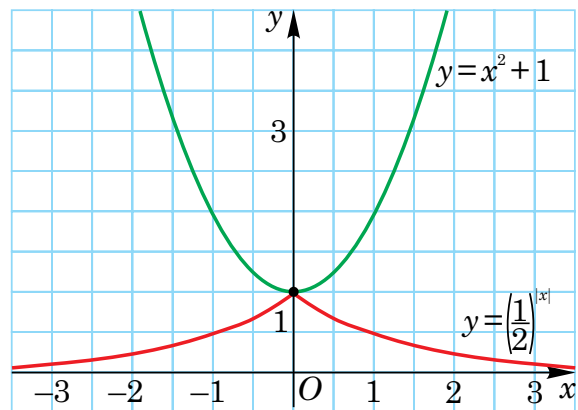
Розв'язання. Побудуємо в одній системі координат графіки функцій $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$ та

$$y = x^2 + 1:$$

Графіки мають єдину точку перетину (0; 1), абсциса якої є коренем рівняння.

Перевіряємо, що $x = 0$ є коренем даного рівняння.

Відповідь. 0.



IV. Розв'язування показникових рівнянь

Означення. Рівняння, яке містить змінну в показнику степеня, називають **показниковим рівнянням**.

Означення. Рівняння виду $a^x = b$, де $a > 0$, $a \neq 1$, називають **найпростішим показниковим рівнянням**.

Якщо $b > 0$, то коренем рівняння $a^x = b$ є число $x = \log_a b$.

Якщо $b \leq 0$, то рівняння $a^x = b$ коренів не має.

Методи розв'язування показникових рівнянь

Показникові рівняння умовно можна класифікувати за методами їхнього розв'язування (див. таблицю).

№	Види рівнянь	Приклади
1.	Рівняння, що розв'язуються переходом до рівних основ.	1) $2^x = 4^5$; 2) $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x+1} = \left(\frac{7}{3}\right)^{5x-1}$.
2.	Рівняння, що розв'язуються за допомогою переходу до однакового показника степеня.	1) $5^{2x-4} = 49^{2-x}$; 2) $3^{x^2-9} = 7^{x^2-9}$.
3.	Рівняння, що розв'язуються за допомогою винесення спільного множника за дужки.	1) $5^{x+1} + 5^x = 150$; 2) $2^{x+2} - 2^x = 96$.
4.	Рівняння, що зводяться до алгебричних за допомогою заміни змінних.	1) $7^{2x} - 6 \cdot 7^x + 5 = 0$; 2) $4^x + 2^x = 72$.
5.	Однорідні рівняння, відносно показникових функцій.	1) $3 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 6^x + 2 \cdot 3^{2x} = 0$; 2) $2^{2x+1} - 7 \cdot 10^x + 25^{x+0,5} = 0$.

№	Види рівнянь	Приклади
6.	Рівняння, що розв'язуються графічним методом або за допомогою властивостей функцій.	1) $3^x = 11 - x$; 2) $3^{x-2} = \frac{9}{x}$.

Ілюстративні приклади (3–4 хв)

7. Розв'яжіть рівняння $2^{7-3x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-4}$.

Розв'язання. Запишемо рівняння так: $2^{7-3x} = (2^{-1})^{x-4}$.

Тоді $2^{7-3x} = 2^{4-x}$, $7 - 3x = 4 - x$, $2x = 3$, $x = 1,5$.

Відповідь. 1,5.

8. Розв'яжіть рівняння $3^{x^2-9} = 7^{x^2-9}$.

Розв'язання. Оскільки $7^{x^2-9} > 0$, то поділимо обидві частини даного рівняння на 7^{x^2-9} .

Отримаємо рівняння, рівносильне даному: $\frac{3^{x^2-9}}{7^{x^2-9}} = 1$, $\left(\frac{3}{7}\right)^{x^2-9} = \left(\frac{3}{7}\right)^0$,

$x^2 - 9 = 0$, $x^2 = 9$, $x = -3$ або $x = 3$.

Відповідь. -3; 3.

V. Розв'язування показникових нерівностей

Означення. Нерівність, яка містить змінну в показнику степеня, називають **показниковою**.

Розв'язування показникових нерівностей, як правило, ґрунтується на властивостях показникової функції, а саме:

- функція $y = a^x$ зростає, якщо $a > 1$;
- функція $y = a^x$ спадає, якщо $0 < a < 1$;
- функція $y = a^x$ набуває лише додатних значень.

Показникова нерівність $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ рівносильна нерівності $f(x) > g(x)$, якщо $a > 1$.

Показникова нерівність $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ рівносильна нерівності $f(x) < g(x)$, якщо $0 < a < 1$.

Види нерівностей	Приклади
Показникові нерівності, що розв'язуються з використанням монотонності показникової функції.	1) $\left(\frac{1}{49}\right)^{\frac{x}{2}} \leq 7$, 2) $\left(\frac{1}{9}\right)^{-3x+1} > \sqrt{3}$, 3) $2^{\frac{3x}{2}+3} > 16$, 4) $\left(\frac{5}{6}\right)^{3x+2-x^2} \leq \frac{25}{36}$.
Показникові нерівності, які розв'язуються за допомогою розкладу на множники.	1) $5^{x+1} + 5^x > 150$, 2) $2 \cdot 3^{x+1} - 3^x < 15$.

Види нерівностей	Приклади
Показникові нерівності, які розв'язуються методом заміни змінних.	1) $4^x + 2^{x+1} - 24 < 0$, 2) $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 > 0$.

Ілюстративні приклади (4–5 хв)

9. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3,5} < \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Розв'язання. Перепишемо нерівність у вигляді: $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3,5} < \left(\frac{1}{3}\right)^{0,5}$.

Оскільки основа менша від 1, то нерівність рівносильна нерівності $2x - 3,5 > 0,5$.
Звідки, $x > 2$.

Відповідь. $(2; +\infty)$.

10. Розв'яжіть нерівність $2 \cdot 3^{x+1} - 3^x < 15$.

Розв'язання. $2 \cdot 3^{x+1} - 3^x < 15$, $3^x \cdot (2 \cdot 3 - 1) < 15$, $3^x \cdot 5 < 15$, $3^x < 3$.

Оскільки функція $y = 3^x$ зростає на множині дійсних чисел, то дана нерівність рівносильна нерівності $x < 1$, тобто $x \in (-\infty; 1)$.

Відповідь. $(-\infty; 1)$.

VI. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

Рівень А

1. Укажіть множину значень функції $y = (1,6)^x - 2$.

А	Б	В	Г	Д
R	$(0; +\infty)$	$(-2; +\infty)$	$(2; +\infty)$	$(-\infty; -0,5)$

2. Знайдіть область визначення функції $y = 2^{\sqrt{2x-1}}$.

А	Б	В	Г	Д
R	$[0,5; +\infty)$	$(0,5; +\infty)$	$(-\infty; 0,5]$	інша відповідь

3. Укажіть функцію, яка є зростаючою на всій області визначення:

А	Б	В	Г	Д
$y = \left(\frac{3}{8}\right)^x$	$y = 0,2^x$	$y = \left(\frac{3}{5}\right)^{-x}$	$y = 0,25^x$	$y = x^2 + 1$

4. Укажіть графік функції $y = 2 - 2^x$. (Пробне ЗНО, 2005 р.).

А	Б	В	Г	Д

5. Знайдіть множину значень функції $y = 6^{|x|}$.

А	Б	В	Г	Д
$(0; 1]$	$[1; +\infty)$	R	$(0; +\infty)$	інша відповідь

6. Розв'яжіть рівняння $3^{7x} = 9$. Отриманий корінь рівняння округліть до десятих. (ЗНО, 2019 р.).

А	Б	В	Г	Д
0,2	0,29	0,3	0,4	3,5

7. Розв'яжіть рівняння $4^x = 8$. (ЗНО, 2015 р.).

А	Б	В	Г	Д
0,5	$\frac{2}{3}$	1,5	2	32

8. Якому проміжку належить корінь рівняння $3^x = \frac{1}{27}$?

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -5)$	$(-5; -2]$	$(-2; 0]$	$(0; 2]$	$(2; +\infty)$

9. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[3]{8^x} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{5}$

10. Розв'яжіть рівняння $3^x = \frac{2\sqrt{3}}{6}$.

А	Б	В	Г	Д
немає коренів	$x = -1$	$x = -0,5$	$x = 0,5$	$x = 1$

11. Укажіть число, яке є коренем рівняння $5^{x-2} = 25$.

А	Б	В	Г	Д
7	4	3	2	1

12. Розв'яжіть рівняння $2^{2x} = \frac{1}{2^3}$. (ЗНО, 2017 р.).

А	Б	В	Г	Д
-3	-2	-1,5	1,5	2

13. Якому проміжку належить корінь рівняння $5^{x+1} = 125$?

А	Б	В	Г	Д
$[0; 3)$	$[3; 4)$	$[4; 10)$	$[10; 25)$	$[25; 625]$

14. Розв'яжіть нерівність $2^x + 2^{x+3} \geq 144$. (ЗНО, 2018 р.).

А	Б	В	Г	Д
$[34,5; +\infty)$	$[4; +\infty)$	$(-\infty; 4]$	$(-\infty; 4,5]$	$[4,5; +\infty)$

15. Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} 5^x < 25, \\ 2 - x < 8. \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
$(2; 6)$	$(2; +\infty)$	$(-6; 5)$	$(-\infty; -6)$	$(-6; 2)$

16. Розв'яжіть нерівність $3^x < 27 \cdot 3^{-x}$. (ЗНО, 2021 р.).

А	Б	В	Г	Д
$\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$	$\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$	$(-\infty; 3)$	$\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$	$\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$

17. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x + y = 5, \\ 4^x = 16^{-1} \end{cases}$. Якщо $(x_0; y_0)$ — розв'язок цієї системи, то $x_0 \cdot y_0 = \dots$ (ЗНО, 2016 р.).

А	Б	В	Г	Д
-36	-14	-6	4	6

18. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt{2^{3x+1} - 16}$.

А	Б	В	Г	Д
$(1; +\infty)$	$(-\infty; -1]$	$(-\infty; -1)$	$[1; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$

19. Розв'яжіть нерівність $2 \cdot (0,3)^x < 0,18$. (ЗНО, 2015 р.).

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 2)$	$(2; +\infty)$	$(-\infty; 0,3)$	$(0,3; +\infty)$	$(0; 2)$

20. Розв'яжіть нерівність $0,5^{2x+7} \leq 4$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -4,5]$	$[-2,5; +\infty)$	$[-4,5; +\infty)$	$(-\infty; -2,5]$	$[2,5; +\infty)$

Рівень В

1. Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $2^{x+3} - 3 \cdot 2^x = 10\sqrt{2}$? (ЗНО, 2019 р.).

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0)$	$[0; 0,5)$	$[0,5; 1)$	$[1; 2)$	$[2; +\infty)$

2. Знайдіть область визначення функції $f(x) = \sqrt{1 - 6^{x-4}}$.

А	Б	В	Г	Д
$[4; +\infty)$	$(-\infty; 4]$	$(-\infty; 3]$	$[3; +\infty)$	R

3. Розв'яжіть нерівність $3^{2x} - 4 \cdot 3^x - 45 > 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(1; +\infty)$	$(-\infty; 2)$	$(2; +\infty)$	$(3; +\infty)$	$(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

4. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 3y + 2^x = -13, \\ 2^x - y = 15. \end{cases}$ Якщо $(x_0; y_0)$ — розв'язок цієї системи,

то $x_0 + y_0 = \dots$

А	Б	В	Г	Д
-4	-3	1	5	15

5. Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^x < 81, \\ |x| \leq 5. \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 4)$	$[5; +\infty)$	$[-5; -4)$	$(-4; 5]$	$[-5; 4)$

6. Установіть відповідність між нерівністю (1–4) та множиною розв'язків (А–Д) нерівності.

Нерівність

1 $\left(\frac{1}{9}\right)^{-3x+1} > \sqrt{3}$

2 $3^{\frac{2x+1}{5}} < \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

3 $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} < 56$

4 $0,6^{\frac{x+5}{x^2-9}} < 1$

Множина розв'язків нерівності

А $(-5; -3) \cup (3; +\infty)$

Б $\left(-\infty; -\frac{4}{3}\right)$

В $(-\infty; -5) \cup (-3; 3)$

Г $\left(\frac{5}{12}; +\infty\right)$

Д $(-\infty; 5)$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐

7. Установіть відповідність між функцією (1–4) та її областю визначення (А–Д).

Функція

1 $f(x) = \sqrt{1 - 0,5^x}$

2 $f(x) = \sqrt{0,25^x - 16}$

3 $f(x) = \sqrt{\left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}\right)^{x-1} - 9^{-0,5}}$

4 $f(x) = \sqrt{0,3^{\frac{x^2-4}{x-1}} - 1}$

Область визначення функції

А $(-\infty; -2]$

Б $[-2; 1) \cup [2; +\infty)$

В $[0; +\infty)$

Г $(-\infty; -2] \cup (1; 2]$

Д $[-1; +\infty)$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐

8. Установіть відповідність між нерівністю (1–4) та множиною її розв’язків (А–Д).

Нерівність

1 $1 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 16$

2 $1 \leq 2^x \leq 16$

3 $1 \leq 16^x \leq 2$

4 $1 \leq \left(\frac{1}{16}\right)^x \leq 2$

Множина розв’язків нерівності

А $[-0,25; 0]$

Б $[-4; 0]$

В $[0; 0,25]$

Г $[0,25; 4]$

Д $[0; 4]$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐

9. Розв’яжіть рівняння $3^x \cdot 4^x = (12^{x+1})^5$. (ЗНО, 2013 р.).

10. Розв’яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 3^{x-2y} = \frac{1}{3}, \\ 3^x + 3^{2y} = 4\sqrt{3}. \end{cases}$ Для одержаного розв’язку $(x_0; y_0)$ системи обчисліть $x_0 \cdot y_0$. (ЗНО, 2009 р.).

Рівень С

1. Установіть відповідність між нерівністю (1–4) та множиною її розв’язків (А–Д).

Нерівність

1 $2^{|x|+2} > \frac{1}{8}$

2 $2^{|x|+2} > 8$

3 $\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|+2} > 8$

4 $\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|+2} > \frac{1}{8}$

Множина розв’язків нерівності

А $(1; +\infty)$

Б $[-1; 1]$

В $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

Г $(-\infty; +\infty)$

Д не має розв’язків

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐

2. Розв’яжіть рівняння $0,125 \cdot 8^{2x-5} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-4}$.

3. Розв’яжіть нерівність $16^x - 18 \cdot 4^x + 32 \leq 0$. У відповідь запишіть різницю між найбільшим та найменшим розв’язками нерівності. Якщо таку різницю вказати неможливо, то у відповідь запишіть число 100. (Пробне ЗНО, 2007 р.).

4. Розв’яжіть рівняння $\sqrt[3]{2^x} \cdot \sqrt[3]{4^x \cdot 0,125^{\frac{1}{x}}} = \sqrt[9]{4}$. У відповідь запишіть суму коренів рівняння.

5. Розв’яжіть рівняння $2^{\sqrt{x+2}} - 2^{\sqrt{x+1}} = 12 + 2^{\sqrt{x-1}}$.

6. Розв’яжіть нерівність $3^{1+\sqrt{x+1}} + 3^{2-\sqrt{x+1}} \geq 28$. У відповідь запишіть найменший цілий розв’язок нерівності.

7. Розв’яжіть нерівність $\sqrt{27} \cdot 3^{7x-x^2} \geq \frac{\sqrt{243}}{3^{2x+1}}$. У відповідь запишіть суму всіх цілих розв’язків нерівності.

8. Знайдіть найбільший цілий розв’язок нерівності $7^{x-5} > 3^{x^2+x-30}$.

9. Задано систему рівнянь $\begin{cases} ax^2 + ax + 3^{2+y^2} = 27, \\ x + 3^{1+y^2} = 8, \end{cases}$ де x, y — змінні, a — число. Розв'яжіть систему, якщо $a = 0$.
10. Задано систему рівнянь $\begin{cases} ax^2 + 3ax + 4^{1+\sqrt{y}} = 8, \\ x + 2 \cdot 4^{\sqrt{y}} = 1, \end{cases}$ де x, y — змінні, a — число. Розв'яжіть систему, якщо $a = 0$.
11. Розв'яжіть рівняння $25^x - (2a + 1) \cdot 5^x + a^2 + a = 0$, де a — параметр. У відповідь запишіть найменше ціле значення a , за якого рівняння має два корені.
12. Розв'яжіть нерівність $(2^x - 8)(x^2 - 4x + 3) > 0$. У відповідь запишіть добуток усіх натуральних чисел, які не є розв'язками нерівності.

VII. Рефлексія (1–2 хв)

- 1) Я сьогодні навчився/навчилася
-
-
- 2) Мені здалося цікавим
-
-
- 3) У мене залишилися запитання щодо
-
-