12 Тема 1. Повторення. Функції та їхні властивості

Урок 1–2. Елементарні функції та їхні графіки

РОБОЧИЙ АРКУШ

(моє ім'я)

I. Очікувані результати навчальних досягнень

На уроці ви пригадаєте, як:

1) розпізнавати графіки елементарних функцій;

2) будувати графіки елементарних функцій перетворенням формули, що задає функцію;

3) будувати графіки функцій, використовуючи найпростіші геометричні перетворення;

4) використовувати графічний метод розв'язування рівнянь;

5) використовувати набуті знання для розв'язування практичних задач.

II. Повторення

1. Визначте знак виразу $\sin 1 \cdot \cos 2 \cdot \operatorname{ctg} 3$.

2. Обчисліть: $\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}-\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}+\sqrt{3}$.

3. Обчисліть координати точки перетину графіків функцій $y=\sqrt{2x+7}$ і $y=\sqrt{x+4}$.

4. Спростіть вираз $\dfrac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}$.

5. Обчисліть суму цілих розв'язків нерівності $\left(\dfrac{3}{4}\right)^{\frac{4}{x}-3}<\dfrac{16}{9}$.

III. Самостійна робота

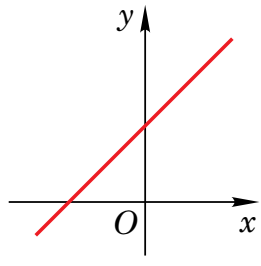
1. Графіком функції $x = -3$ є:

А	Б	В	Г	Д
пряма, яка паралельна осі Ox	пряма, яка паралельна осі Oy	точка $(0; -3)$	точка $(-3; 0)$	правильної відповіді немає

2. Знайдіть значення функції $y = \sqrt{16 - x^2} + \dfrac{5}{x - 1}$, якщо $x = 0$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	–1	–2

3. За видом графіка функції $y = kx + b$ визначте знаки коефіцієнтів k і b (див. рисунок). **(ЗНО, 2007 р.)**.



А	Б	В	Г	Д
$k > 0, b < 0$	$k < 0, b > 0$	$k < 0, b < 0$	$k > 0, b > 0$	$k = 0, b > 0$

4. При яких значеннях x не є визначеною функція $y = \dfrac{3x - 3}{(2x - 6)^2}$?

А	Б	В	Г	Д
1	3	–3	1; 3	таких значень x не існує

5. Які з наведених тверджень є правильними?

1) Графіком функції $y = \dfrac{2x - 1}{2x - 1}$ є гіпербола.

2) Графік функції $y = 3x - 9$ перетинає вісь Ox у точці $(3; 0)$.

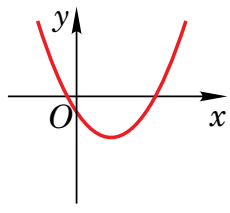
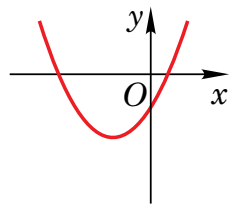
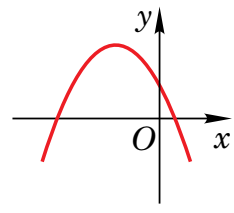
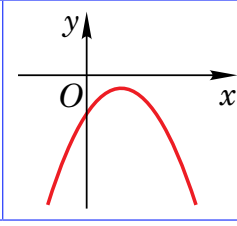
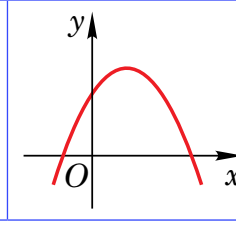
3) Графіком функції $y = \sqrt{x}$ є парабола.

4) Щоб побудувати графік функції $y=(x-4)^5$, потрібно графік функції $y=x^5$ перенести ліворуч по осі Ox на дві одиниці.

5) Точка (8; 4) належить графіку функції $y=x^{\frac{2}{3}}$.

А	Б	В	Г	Д
1), 2), 3)	1), 3), 5)	1), 2), 4), 5)	2), 4)	2), 5)

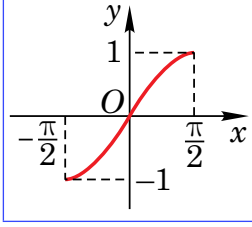
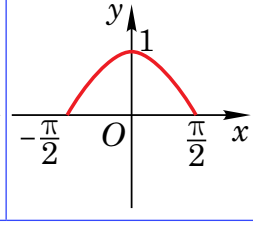
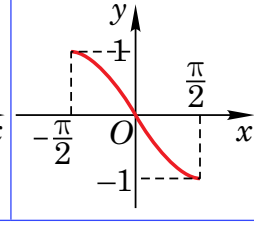
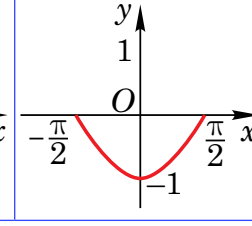
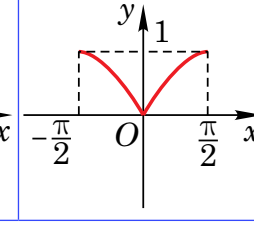
6. На якому з наведених рисунків зображено ескіз графіка функції $y = 4 - (x - 1)^2$? **(ЗНО, 2012 р.).**

А	Б	В	Г	Д
				

7. Скільки коренів має рівняння $-2|x| = x^2 - 4$?

А	Б	В	Г	Д
один	два	три	чотири	жодного

8. На якому з рисунків зображено фрагмент графіка функції $y = \cos(x + 2\pi)$ на проміжку $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$? **(ЗНО, додаткова сесія, 2014 р.).**

А	Б	В	Г	Д
				

9. Яка з функцій: 1) $y=\cos\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)$, 2) $y=2\sin\left(-\frac{x}{2}-3\pi\right)$, 3) $y=\cos\,0{,}5(2\pi x-5)$ має найменший період і який?

Відповідь.

10. При якому значенні a графік функції $y=a^x$ проходить через точку $A\left(-2;\frac{4}{9}\right)$?

Відповідь.

11. Установіть графічно кількість коренів рівняння $5^x=\sin x$.

Відповідь.

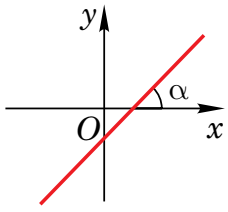
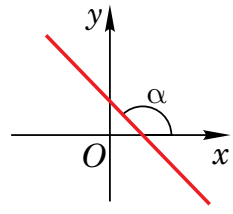
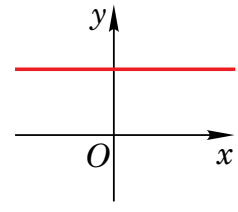
12. Побудуйте графік функції $y=3|\mathrm{tg}x|\mathrm{ctg}x$.

Відповідь.

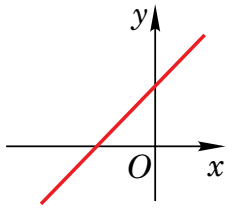
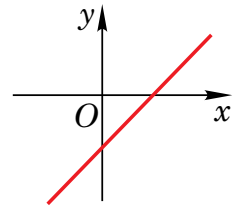
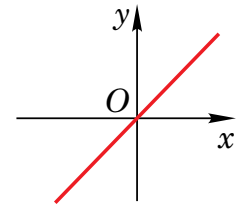
1. Лінійна функція. Пряма пропорційність

Означення. Лінійною називають функцію, яку можна задати формулою виду $y = kx + b$, де x — незалежна змінна, k і b — деякі числа. Графіком лінійної функції є пряма.

Число k — ***кутовий коефіцієнт***. Оскільки $k = \operatorname{tg}\alpha$, де α — кут між прямою та додатним напрямком осі абсцис, то від кута α залежить значення кутового коефіцієнта.

1. Якщо $k > 0$, то кут α, між прямою та додатним напрямком осі абсцис — гострий. Функція зростаюча.	**2.** Якщо $k < 0$, то кут α, між прямою та додатним напрямком осі абсцис — тупий. Функція спадна.	**3.** Якщо $k = 0$, то кут $\alpha = 0$. Функція константа. Графік функції паралельний осі абсцис.
		

Число b — ордината точки перетину графіка функції з віссю ординат.

1. Якщо $b > 0$, то точка перетину прямої з віссю ординат лежить вище осі абсцис.	**2.** Якщо $b < 0$, то точка перетину прямої з віссю ординат лежить нижче осі абсцис.	**3.** Якщо $b = 0$, то графік функції проходить через початок координат. Таку функцію $y = kx$ називають прямою пропорційністю.
		

Приклад 1. Підприємець виготовляє блокноти. Фіксовані витрати становлять 1000 грн, а змінні витрати на один блокнот становлять 20 грн. За лінійною функцією, яка описує загальні витрати залежно від кількості блокнотів, визначте, при якій кількості блокнотів витрати не перевищують 3000 грн.

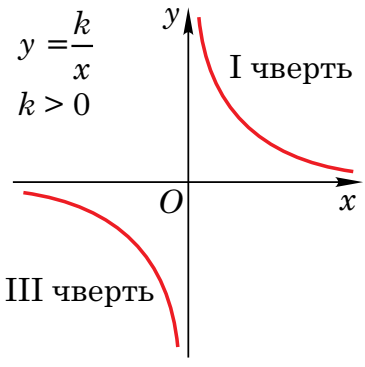
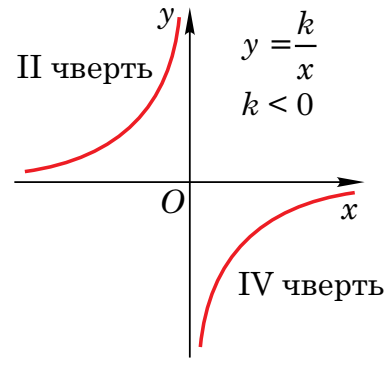
Розв'язання. Запишемо функцію, що описує загальні витрати залежно від x — кількості блокнотів: $y = 20x + 1000$. Оскільки витрати не перевищують 3000 грн, то $20x + 1000 \le 3000$, звідси $x \le 100$.

Відповідь. Не більше 100 блокнотів.

2. Обернена пропорційність

Означення. Дві величини називають обернено пропорційними, якщо при збільшенні (зменшенні) однієї з них у кілька разів, інша зменшується (збільшується) у стільки ж разів.

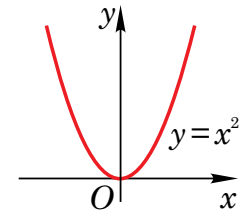
Обернену пропорційність задають формулою $y = \frac{k}{x}$, де y і x — змінні величини, а k — число або коефіцієнт. Графіком оберненої пропорційності є гіпербола.

Якщо $k > 0$, то гіпербола розташована в першій і третій координатних чвертях.	Якщо $k < 0$, то гіпербола розташована в другій і четвертій координатних чвертях.
	

	Властивості функції	Функція $y = \frac{k}{x}$	
		$k > 0$	$k < 0$
1.	Область визначення функції	$D(y)$: $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.	
2.	Нулі функції	Немає.	
3.	Область значень функції	$E(y)$: $y \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.	
4.	Проміжки знакосталості функції	$f(x) < 0$ при $x \in (-\infty; 0)$, $f(x) > 0$ при $x \in (0; +\infty)$.	$f(x) > 0$ при $x \in (-\infty; 0)$, $f(x) < 0$ при $x \in (0; +\infty)$.
5.	Проміжки монотонності функції	Функція спадає при $x \in (-\infty; 0)$ і $(0; +\infty)$.	Функція зростає при $x \in (-\infty; 0)$ і $(0; +\infty)$.
6.	Парність/непарність функції	Непарна.	

3. Квадратична функція

Означення. Функцію виду $y = ax^2 + bx + c$, де $a \neq 0$, називають ***квадратичною*** функцією. Графіком квадратичної функції є парабола, розташування якої на координатній площині залежить від коефіцієнтів a і b та числа c.



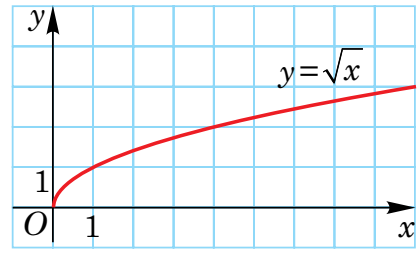
Якщо $a = 1$, $b = 0$ і $c = 0$, то графік має вигляд (див. рисунок).

	Властивості функції	Функція $y = x^2$
1.	Область визначення функції	$D(y)$: $x \in R$.
2.	Нулі функції	$x = 0$.
3.	Область значень функції	$E(y)$: $y \in [0; +\infty)$.
4.	Проміжки знакосталості функції	$f(x) > 0$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

	Властивості функції	Функція $y = x^2$
5.	Проміжки монотонності функції	Функція зростає при $x \in [0; +\infty)$. Функція спадає при $x \in (-\infty; 0]$.
6.	Парність/непарність функції	Парна.

4. Функція $y = \sqrt{x}$

Зі зміною площі квадрата відповідно змінюється довжина його сторони, при цьому кожному значенню змінної x відповідає єдине значення змінної y, а тому формула $y = \sqrt{x}$ задає функцію. Графік цієї функції називають *віткою параболи*.



	Властивості функції	Функція $y = \sqrt{x}$
1.	Область визначення функції	$D(y)$: $x \in [0; +\infty)$.
2.	Нулі функції	$x = 0$.
3.	Область значень функції	$E(y)$: $y \in [0; +\infty)$.
4.	Проміжки знакосталості функції	$f(x) > 0$ при $x \in (0; +\infty)$.
5.	Проміжки монотонності функції	Функція зростає при $x \in [0; +\infty)$.
6.	Парність/непарність функції	Ні парна, ні непарна.

Приклад 2. Під час презентації в кабінеті фізики світловий потік від проєктора падає на екран. Освітленість поверхні екрана E (у люксах) залежить від відстані d (у метрах) між джерелом світла й екраном за формулою $E = \dfrac{100}{\sqrt{d}}$. На якій відстані від проєктора освітленість екрану буде 50 лк?

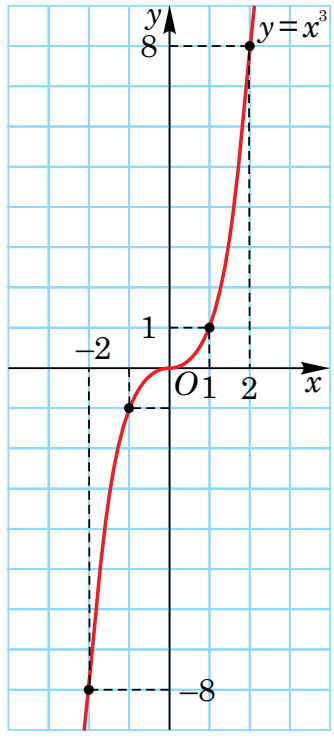
Розв'язання. Оскільки $E = \dfrac{100}{\sqrt{d}}$ і $E = 50$ лк, то $\dfrac{100}{\sqrt{d}} = 50$, $\sqrt{d} = 2$. Отже, $d = 4$ (м).

Відповідь. 4 метри.

5. Функція $y = x^3$

Означення. Функцію виду $y = x^3$ називають ***кубічною***.

Графік цієї функції — кубічна парабола.

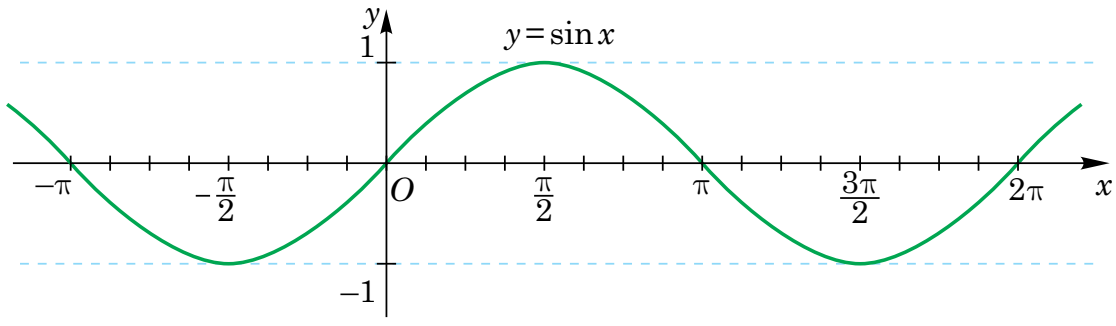


	Властивості функції	Функція $y = x^3$
1.	Область визначення функції	$D(y)$: $x \in R$.
2.	Нулі функції	$x = 0$.
3.	Область значень функції	$E(y)$: $y \in R$.
4.	Проміжки знакосталості функції	$f(x) < 0$ при $x \in (-\infty; 0)$, $f(x) > 0$ при $x \in (0; +\infty)$.
5.	Проміжки монотонності функції	Функція зростає при $x \in R$.
6.	Парність/непарність функції	Непарна.

6. Тригонометричні функції

Функція $y = \sin x$

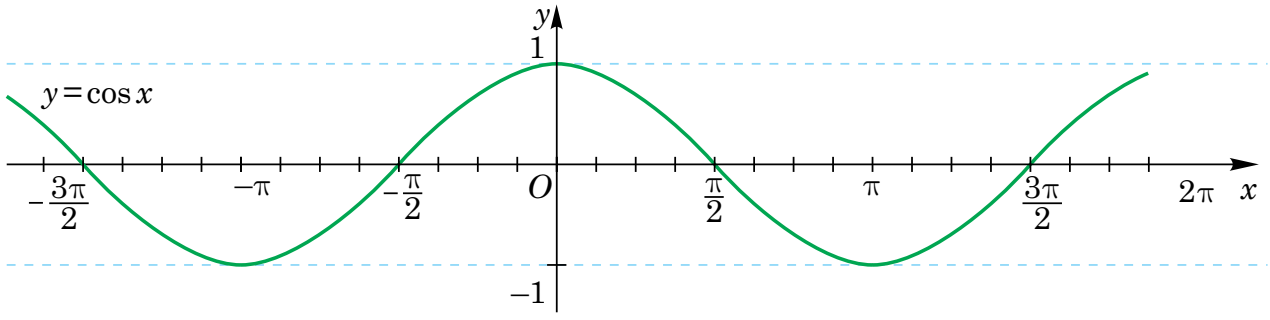
Графік функції — синусоїда (див. рисунок).



Властивості функції	Функція $y = \sin x$
Область визначення	$D(y) = R$.
Область значень	$E(y)$: $y \in [-1; 1]$.
Найбільше значення функції	Найбільше значення дорівнює 1 і досягається в точках, що відповідають кутам виду $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in Z$.
Найменше значення функції	Найменше значення функції дорівнює -1 і досягається в точках, що відповідають кутам виду $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in Z$.
Нулі функції	$x = \pi n$, $n \in Z$.
Парність/непарність функції	Функція непарна. Графік функції симетричний відносно початку координат.
Періодичність функції	Функція періодична із головним періодом $T = 2\pi$.
Проміжки монотонності функції	Зростає на кожному з проміжків виду $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right]$, $n \in Z$. Спадає на кожному з проміжків виду $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right]$, $n \in Z$.
Проміжки знакосталості функції	$\sin x > 0$ на кожному з проміжків виду $(2\pi n; \pi + 2\pi n)$, $n \in Z$. $\sin x < 0$ на кожному з проміжків виду $(\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n)$, $n \in Z$.

Функція $y = \cos x$

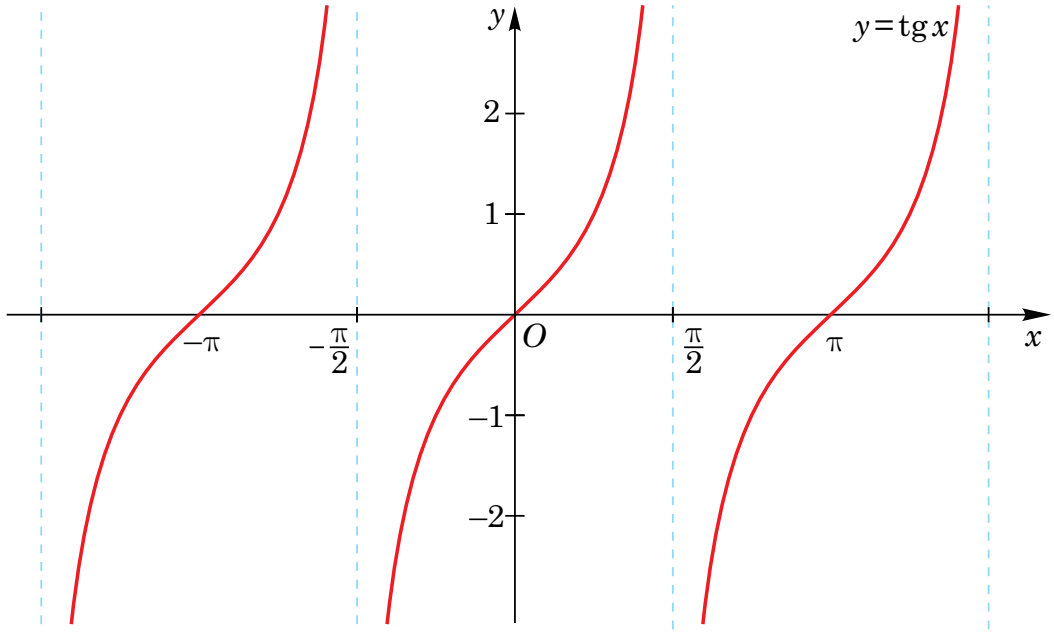
Графік функції — косинусоїда (див. рисунок).



Властивості функції	Функція $y = \cos x$
Область визначення	$D(y) = R$.
Область значень	$E(y)$: $y \in [-1; 1]$.
Найбільше значення функції	Найбільше значення дорівнює 1 і досягається в точках, що відповідають кутам виду $2\pi n$, $n \in Z$.
Найменше значення функції	Найменше значення функції дорівнює -1 і досягається в точках, що відповідають кутам виду $\pi + 2\pi n$, $n \in Z$.
Нулі функції	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in Z$.
Парність/непарність функції	Функція парна. Графік функції симетричний відносно осі ординат.
Періодичність функції	Функція періодична із головним періодом $T = 2\pi$.
Проміжки монотонності функції	Зростає на кожному з проміжків виду $[\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n]$, $n \in Z$. Спадає на кожному з проміжків виду $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$, $n \in Z$.
Проміжки знакосталості функції	$\cos x > 0$ на кожному з проміжків виду $\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)$, $n \in Z$. $\cos x < 0$ на кожному з проміжків виду $\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right)$, $n \in Z$.

Функція $y = \operatorname{tg} x$

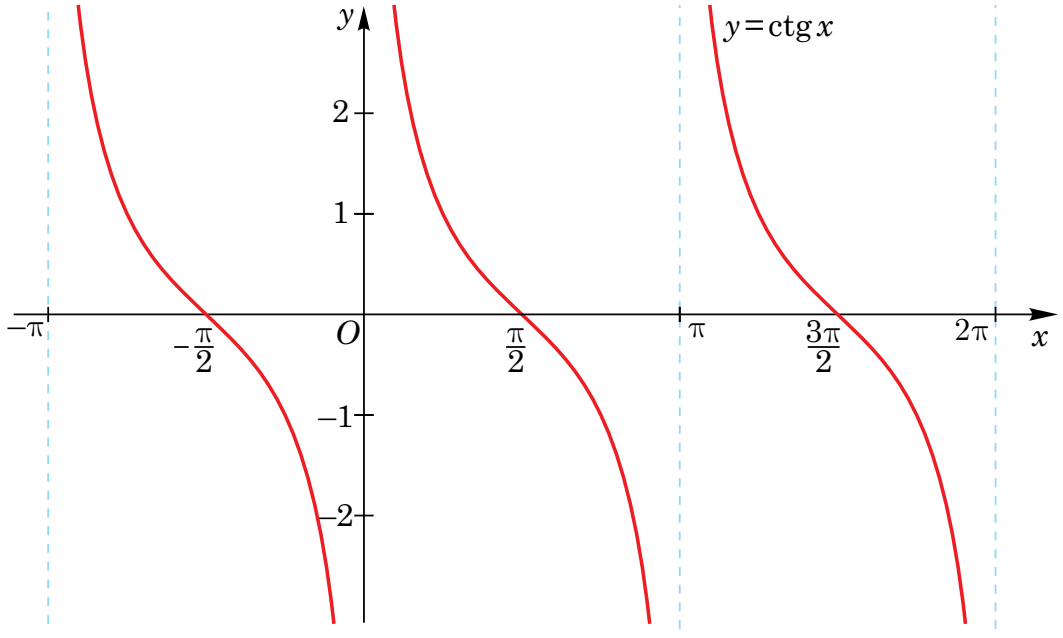
Графік функції — тангенсоїда (див. рисунок).



Властивості функції	Функція $y = \operatorname{tg} x$
Область визначення	$D(y): x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in Z.$
Область значень	$E(y): y \in R.$
Найбільше, найменше значення функції	Найбільшого й найменшого значень функція не має.
Нулі функції	$x = \pi n, n \in Z.$
Парність/непарність функції	Функція непарна. Графік функції симетричний відносно початку координат.
Періодичність функції	Функція періодична з головним періодом $T = \pi$.
Проміжки монотонності функції	Зростає на всій області визначення.
Проміжки знакосталості функції	$\operatorname{tg} x > 0$ на кожному з проміжків виду $\left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in Z.$ $\operatorname{tg} x < 0$ на кожному з проміжків виду $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n\right), n \in Z.$

Функції $y = \operatorname{ctg} x$

Графік функції — котангенсоїда (див. рисунок).



Властивості функції	Функція $y = \operatorname{ctg} x$
Область визначення	$D(y)$: $x \in (\pi n; \pi + \pi n)$, $n \in Z$.
Область значень	$E(y)$: $y \in R$.
Найбільше, найменше значення функції	Найбільшого і найменшого значень функція не має.
Нулі функції	$x = \dfrac{\pi n}{2}$, $n \in Z$.
Парність/непарність функції	Функція непарна. Графік функції симетричний відносно початку координат.
Періодичність функції	Функція періодична з головним періодом $T = \pi$.
Проміжки монотонності функції	Спадає на всій області визначення.
Проміжки знакосталості функції	$\operatorname{ctg} x > 0$ на кожному з проміжків виду $\left(\pi n; \dfrac{\pi}{2} + \pi n\right)$, $n \in Z$. $\operatorname{ctg} x < 0$ на кожному з проміжків виду $\left(-\dfrac{\pi}{2} + \pi n; \pi n\right)$, $n \in Z$.

Приклад 3. Знайдіть множину значень функції $y = 2\cos 3x - 5$.

Розв'язання. Оскільки $E(\cos x) = [-1; 1]$, тобто $-1 \le \cos 3x \le 1$, то $-2 \le 2\cos 3x \le 2$. Звідси $-2 - 5 \le 2\cos 3x - 5 \le 2 - 5$, а тому $-7 \le 2\cos 3x - 5 \le -3$, $-7 \le y \le -3$.

Відповідь. $y \in [-7; -3]$.

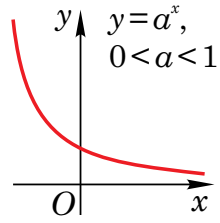
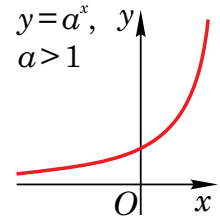
7. Показникова функція

Означення. Функція $y = a^x$, де $a > 0$ і $a \neq 1$, називається ***показниковою***.

Чому a не може бути менше 0 або дорівнювати 0, або дорівнювати 1?

Якщо $a = 0$, $x \leq 0$, то вираз a^x невизначений, наприклад: 0^0, 0^{-2}.

Якщо $a < 0$ і x — нескоротний дріб, знаменник якого парний, то вираз a^x невизначений. Наприклад, вирази $(-3)^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{(-3)^5}$ та $(-5)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{(-5)^3}$ не є дійсними числами.

	Властивості функції	Функція $y = a^x$, $0 < a < 1$	Функція $y = a^x$, $a > 1$
			
1.	Область визначення функції	$D(y) = R$.	
2.	Нулі функції	Нулів функція не має, графік функції не перетинає вісь Ox.	
3.	Область значень функції	$E(y)$: $y \in (0; +\infty)$.	
4.	Проміжки знакосталості функції	$f(x) > 0$ при $x \in R$, функція набуває лише додатних значень на всій області визначення.	
5.	Проміжки монотонності функції	Функція спадна.	Функція зростаюча.
6.	Парність/непарність функції	Ні парна, ні непарна.	
7.	Найбільше, найменше значення	Не існує.	

V. Побудова графіків функцій

Перетворенням формули, що задає функцію

Для побудови графіка за формулою, що задає функцію, потрібно:

- знайти область визначення функції;
- знайти характерні точки, а саме: нулі функції, перетин з віссю ординат, максимуми або мінімуми;
- провести плавну криву лінію через знайдені точки з урахуванням властивостей функції.

Геометричними перетвореннями графіка функції

Для побудови графіка функції геометричними перетвореннями використовуємо відомий «базовий» графік функції, наприклад, $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = \sin x$ і застосовуємо до нього геометричні перетворення.

Приклад 4. Побудуйте графік функції $y = -x^2 + 2x + 3$.

Розв'язання.

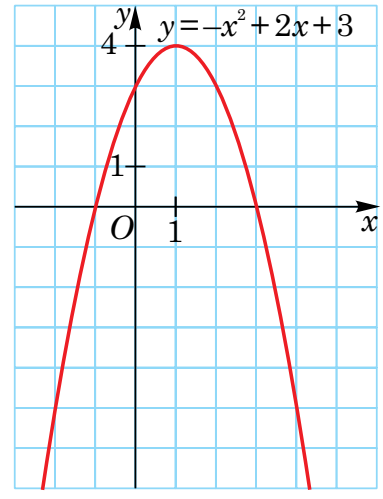
I спосіб. Графіком квадратичної функції $y = -x^2 + 2x + 3$ є парабола, вітки якої спрямовані вниз. Знайдемо координати вершини параболи. Оскільки $x_0 = -\frac{b}{2a}$, то $x_0 = -\frac{2}{2 \cdot (-1)} = 1$, $y_0 = -1^2 + 2 \cdot 1 + 3 = 4$. Тоді точка (1; 4) — вершина параболи.

II спосіб. Виділимо квадрат двочлена з квадратного тричлена:

$-x^2 + 2x + 3 = -(x^2 - 2x) + 3 = -(x^2 - 2x + 1) + 4 = -(x - 1)^2 + 4$.

Графік функції $y = -(x - 1)^2 + 4$ побудуємо за допомогою послідовних геометричних перетворень графіка функції $y = x^2$:

- симетрія відносно осі Ox,
- паралельне перенесення на 1 одиницю праворуч уздовж осі Ox;
- паралельне перенесення на 4 одиниці вгору вздовж осі Oy.



VI. Розв'язування практичної задачі. Групова активність (7–8 хв)

Як я вирішую певну проблему?

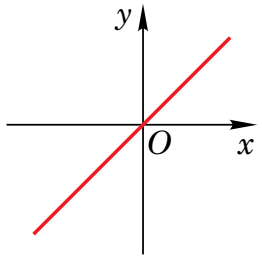
Задача. На уроці фізики учні й учениці досліджують, як змінюється тиск, з яким тисне людина з масою 60 кг на поверхню, якщо площа опори змінюється при незмінній силі (сила тиску орієнтовно дорівнює вазі тіла). Тиск визначається за формулою $P = \frac{F}{S}$, де P — тиск (у Па), F — сила (у Н), S — площа опори (у м²). На скільки зміниться тиск, з яким тисне людина на підлогу, коли вона змінює положення стоячи на положення лежачи? Зробіть висновок.

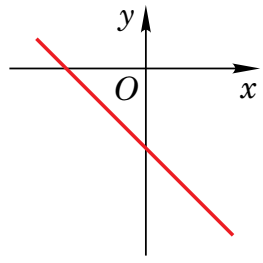
Примітка. Покликання на статтю у Вікіпедії, де можна знайти дані, яких не вистачає в умові задачі (за QR-кодом).

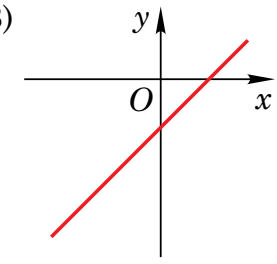
VII. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

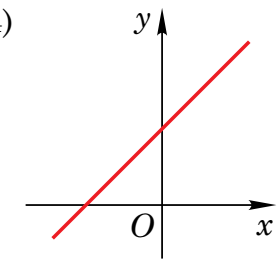
Рівень А

1. На якому з рисунків 1) – 4) для лінійних функцій виконується умова $k > 0$, $b < 0$?

1) 

2) 

3) 

4) 

А	Б	В	Г	Д
1)	2)	3)	4)	такого рисунка немає

2. Побудуйте графік функції:

1) $y = -2(x - 3) + 1$; 2) $y = (x - 1)^3 + 1$.

3. Побудуйте графік функції:

1) $y = -(x + 1)^2 - 2$; 2) $y = -|x| + 4$.

4. Установіть відповідність між початком речення (1–4) та його закінченням (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження. **(Пробне ЗНО, 2016 р.)**.

Початок речення	*Закінчення речення*
1 Графік функції $y = 5 - x$	**А** не перетинає вісь y.
2 Графік функції $y = 2x + 3$	**Б** не має спільних точок із графіком функції $y = x^2 - 5$.
3 Графік рівняння $2x + 6 = 0$	**В** утворює з додатним напрямом осі x тупий кут.
4 Графік функції $y = x - 4$	**Г** паралельний прямій $y - x = 0$.
	Д перетинає коло, задане рівнянням $x^2 + y^2 = 4$.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

5. Попит на товар описується функцією $Q(p) = \dfrac{500}{p}$, де Q — кількість одиниць товару, купленого по p грн за одиницю.

1) Побудуйте графік функції.
2) Знайдіть кількість одиниць товару, який куплять по ціні 25 грн.
3) Якою повинна бути ціна, щоби продати 50 одиниць товару?

6. Знайдіть найменший додатний період функції $f(x) = 9 - 6\cos(20\pi x + 7)$. **(ЗНО, 2013 р.)**.

7. Графік лінійної функції $y = kx + b$ проходить через точки $(-4; 0)$ і $(0; 11)$. Знайдіть k.

8. Визначте ординату точки перетину графіків функцій $y = 18 - 2x$ і $y = 3x - 13$.

9. Установіть графічно кількість коренів рівняння $-x^2 = \sqrt{x}$.

Рівень В

1. Побудуйте графік функції:

1) $y = \dfrac{5}{x+1} - 3$; 2) $y = 3 \cdot 2^{-(x+1)}$; 3) $y = |x^2 - 4|$.

2. Побудуйте графік функції:

1) $y = 2\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right) + 1$; 2) $y = -\dfrac{1}{2}|x - 4| + 3$.

3. Кількість бактерій у культурі змінюється за законом $N(t) = 100 \cdot 2^t$, де N — кількість бактерій (у шт.), t — час (у год).

1) Побудуйте графік функції.
2) Визначте кількість бактерій через 3 години.
3) Через скільки годин кількість бактерій перевищить 5000 шт.?

4. Арка мосту має форму параболи, яка задається рівнянням $y = 9 - 0{,}25x^2$, де x — відстань (у м) від середини моста, y — висота (у м).

1) Побудуйте графік функції.
2) Визначте максимальну висоту арки мосту.
3) Знайдіть ширину мосту, тобто відстань між точками опори арки до землі.

5. Установіть відповідність між функцією (1–4) та її властивістю (А–Д).

Функція	*Властивість*
1 $y = x^2$	**А** спадає на всій області визначення.
2 $y = 3 - x$	**Б** областю значень функції є проміжок $(0; +\infty)$.
3 $y = x^3 - 1$	**В** є парною.
4 $y = x^5 + 3x^3$	**Г** зростає на всій області визначення.
	Д є непарною.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

6. Установіть відповідність між функцією (1–4) та перетвореннями графіка функції (А–Д).

Функція	*Перетворення графіка функції*
1 $y = \cos x - \dfrac{\pi}{3}$	**А** симетричне відображення відносно осі Ox
2 $y = \cos\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right)$	**Б** стиск до осі Oy у $\dfrac{\pi}{3}$ разів
3 $y = -\sin x$	**В** паралельне перенесення графіка вниз уздовж осі Oy на $\dfrac{\pi}{3}$
4 $y = \operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{3}x\right)$	**Г** паралельне перенесення графіка вздовж осі Ox на $\dfrac{\pi}{3}$ праворуч
	Д стиск до осі Ox у $\dfrac{\pi}{3}$ разів

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

7. Знайдіть найменший додатний період функції $y = \operatorname{tg}\left(\frac{2x}{3}\right) + \cos\left(\frac{3x}{4}\right)$.

8. Установіть графічно кількість коренів рівняння $2\cos x = 3^x$.

9. Розв'яжіть графічно систему рівнянь $\begin{cases} y = |x|, \\ y = \dfrac{9}{|x|}. \end{cases}$

Рівень С

1. Побудуйте графік функції:

1) $y = \cos|x|$; 2) $y = 3|\sin x| - 1$.

2. Побудуйте графік функції:

1) $y = \sqrt{4 - (x+1)^2}$; 2) $y = \sqrt{2|x| - 4}$.

3. Лампа розташована на сцені на висоті 6 м. Освітленість поверхні сцени змінюється за законом $E(x) = \dfrac{120}{x^2 + 36}$, де x — відстань (у метрах) від точки на сцені до проекції лампи.

1) Побудуйте графік функції.
2) За графіком визначте, на якій відстані освітленість зменшиться вдвічі від максимальної.

4. Хто чинить більший тиск на поверхню: слон, із масою 3 т, чи жінка, з масою 60 кг, у туфлях на високих підборах?

5. Гучність сирени сигналізації змінюється з часом за законом $L(t) = 70 + 10\sin(2\pi t)$, де L — гучність звуку (у децибелах), t — час (у секундах).

1) Побудуйте графік функції.
2) Визначте максимальну і мінімальну гучності сигналізації.
3) За графіком знайдіть, у які моменти часу гучність дорівнює 70 децибел.

6. Побудуйте графік функції $y = \dfrac{x^3 - x^2}{2|x-1|}$. Укажіть область визначення функції, нулі функції, інтервали монотонності функції. **(ЗНО, 2006 р.)**.

7. Знайдіть найменший додатний період функції $y = \operatorname{tg}\dfrac{4\pi x}{9} + \operatorname{ctg}\dfrac{9\pi x}{4}$.

8. Розв'яжіть графічно рівняння $-\left(\frac{1}{3}\right)^{|x|} = -x^2 - 1$.

9. При якому значенні параметра a рівняння $|x^2 - 2x - 3| = a$ має рівно три розв'язки?

Рефлексія

1. Я вмію розпізнавати графіки елементарних функцій.

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

2. Я вмію будувати графіки елементарних функцій перетворенням формули, що задає функцію.

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

3. Я вмію будувати графіки елементарних функцій, використовуючи найпростіші геометричні перетворення.

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

4. Я розумію графічний метод розв'язування рівнянь.

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні

5. Я розумію, як використовувати вивчену тему для розв'язування задач практичного змісту.

☐ Так ☐ Ще треба потренуватися ☐ Ні