

Інтеграл та його застосування. Площі поверхонь та об'єми тіл

Урок 5. Об'єм прямої призми та об'єм похилої призми

План уроку

1. Обчислення об'єму прямої призми.
- 2*. Обчислення об'єму похилої призми.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

добирає дані, потрібні для розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 1.2.3-1];

подає дані та зв'язки між ними в різних формах [12 МАО 1.2.2-3];

відображає результати розв'язання проблемної ситуації в різноманітних формах, зокрема з використанням інформаційних технологій [12 МАО 2.4.1-2];

вирізняє надлишкові дані для розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 3.1.2-1];

самостійно та у співпраці з іншими оцінює різні моделі й шляхи розв'язання комплексної проблемної ситуації [12 МАО 3.2.1-1];

використовує приладдя та інформаційні технології для знаходження та представлення результату [12 МАО 4.2.3-1].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Сформулюйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку. Запитання можна лише сформулювати, а відповіді на них давати поступово впродовж викладення матеріалу.
- 2) Запропонуйте учням/ученицям, на ваш вибір, завдання на повторення вивченого.
- 3) Сформулюйте практичну задачу (без розв'язання). Розв'язання пропонуємо у вигляді групової роботи наприкінці уроку.

- 4) До теоретичних тверджень наведено ілюстративні приклади. Обирайте ілюстративні приклади на ваш розсуд.
- 5) Увесь запропонований матеріал неможливо подати в часових вимірах одного уроку, тому обирайте кількість матеріалу на ваш розсуд.
- 6) Обов'язково пропонуйте розв'язання практичної задачі. Об'єднайте учнів/учениць у кілька груп. Під час розв'язання задачі групами важливо формувати комунікаційні навички, знаходити математичного партнера, з яким під силу розв'язати задачу, інтегрувати здобуті знання у розв'язання практичних задач.
- 7) Обов'язково пропонуйте учням/ученицям самотужки або в групах розв'язувати тренувальні завдання за трьома рівнями складності, на вибір учня/учениці. Формуйте навички розв'язання прикладів і задач та навчайте учнів/учениць самостійної роботи над завданнями.
- 8) Мотивуйте учнів/учениць до проєктної діяльності. Запропонуйте учням/ученицям обрати теми для індивідуальних (групових) проєктів. Робота над обраним проєктом може тривати впродовж вивчення всієї змістової теми.
- 9) Можливі теми для створення проєктів запропоновані. Також темами проєктів можуть бути практичні завдання за рівнями складності В або С. Якщо учень/учениця розв'язали завдання рівня А, то для проєкту вони можуть обрати рівень В або рівень С.
- 10) Запропонуйте учням/ученицям заповнити лист рефлексії.

I. Організаційна частина (2 хв)

Мотиваційні запитання

- 1) Як можна знайти об'єм води для наповнення акваріума у формі призми?
- 2) Чи впливає нахил бічних ребер коробки на її об'єм, якщо основа коробки залишається незмінною?
- 3) Як можна розрахувати, скільком людям і на скільки часу вистачить повітря в кімнаті для комфортного в ній перебування?
- 4) Чи можливо за допомогою інтеграла з'ясувати, що об'єм призми залежить лише від площі її основи й висоти і не залежить від нахилу бічних ребер призми до площини основи?
- 5) Чи використовують інженери знання формули об'єму призми при проєктуванні баків, резервуарів або каналів?

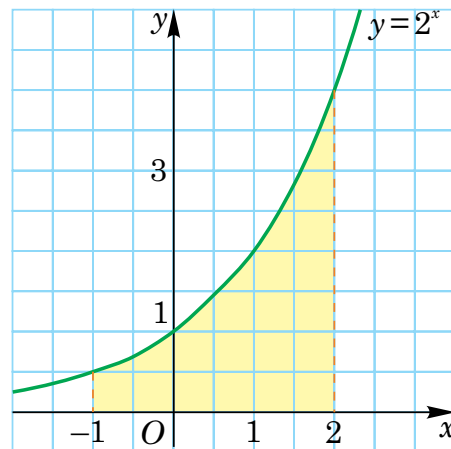
II. (Усно). Повторення (3–4 хв)

1. Знайдіть похідну функції $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$.

Відповідь. $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$.

2. Обчисліть площу заштрихованої фігури, зображеної на рисунку.

Відповідь. $\frac{7}{2\ln 2}$ кв. од.



3. Обчисліть інтеграл $\int_1^5 \frac{dx}{x^2}$.

Відповідь. $-0,8$.

4. Укажіть загальний вигляд первісних функції $f(x) = \cos 5x$.

Відповідь. $F(x) = \frac{1}{5} \sin 5x + C$.

5. Сторона основи правильної трикутної призми дорівнює 4 см, а її бічне ребро становить $2\sqrt{3}$ см. Обчисліть площу бічної поверхні призми.

Відповідь. $24\sqrt{3}$ см².

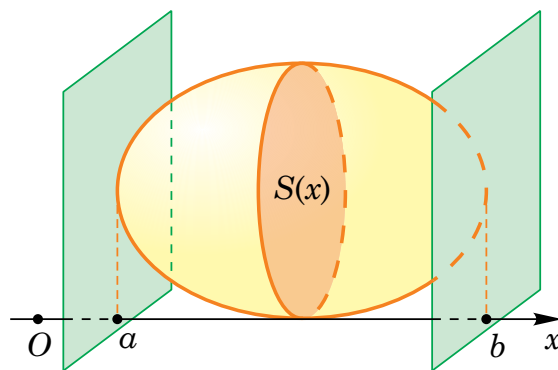
Як я вирішую певну проблему?

Задача. Пальне міститься в резервуарі, що має форму правильної чотирикутної призми зі стороною основи 2 м і висотою 3 м. Яку роботу потрібно виконати, щоб відкачати все пальне з резервуара через отвір у його верхній основі, якщо густина пального дорівнює 800 кг/м³?

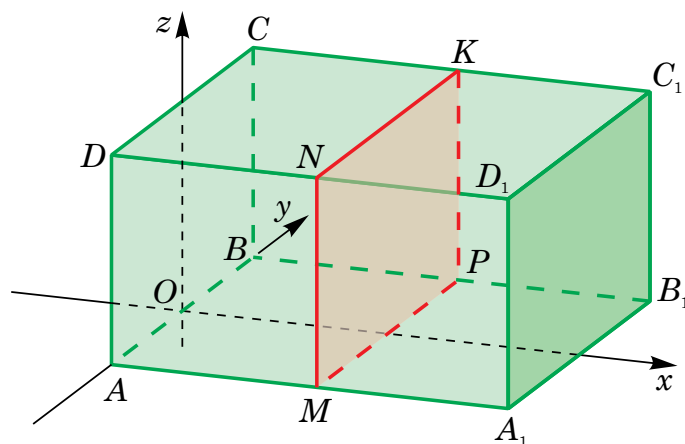
III. Обчислення об'єму прямої призми (5 хв)

У просторовій прямокутній декартовій системі координат розглянемо тіло Φ , об'єм якого дорівнює V . Нехай площина $x = x_0$ перетинає тіло Φ по фігурі з площею $S(x_0)$, а проекцією тіла Φ на вісь абсцис є відрізок $[a; b]$ (див. рисунок). Якщо $y = S(x)$ — неперервна на відрізку $[a; b]$ функція, то об'єм тіла Φ можна обчислити за

формулою $V = \int_a^b S(x) dx$.



Доведемо формулу об'єму прямої призми. Нехай дано пряму призму з висотою $AA_1 = h$, і основою, площа якої дорівнює S . Доведемо, що об'єм призми дорівнює $V = Sh$.



Уведемо систему координат так, щоб середина ребра AB збігалася з початком системи координат, а грань призми ABB_1A_1 належала координатній площині xOy (див. рисунок). Тоді основа призми $ABCD$ лежить у площині yz , а проєкцією призми на вісь абсцис є відрізок $[0; h]$. Оскільки перерізом призми площиною, перпендикулярною до осі x , є багатокутник, який дорівнює основі призми, то його площа дорівнює S .

Звідси, об'єм призми $V = \int_a^b S(x)dx = \int_0^h Sdx = Sx \Big|_0^h = Sh - S \cdot 0 = Sh$, що й треба було довести.

Ілюстративні приклади (10 хв)

- 6.** В основі прямої призми лежить трикутник зі сторонами 8 см, 13 см і 15 см. Діагональ бічної грані, що містить меншу сторону основи, дорівнює 10 см. Знайдіть об'єм призми.

Розв'язання. Побудуємо пряму призму $ABCA_1B_1C_1$ (див. рисунок).

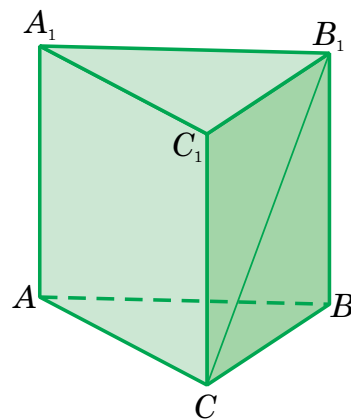
1) Півпериметр основи: $p = \frac{8+13+15}{2} = 18$ (см).

2) Площа основи: $S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)} = \sqrt{18 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 3} = 30\sqrt{3}$ (см²).

3) Висота призми: $BB_1 = \sqrt{B_1C^2 - BC^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ (см).

4) Об'єм призми: $V = 30\sqrt{3} \cdot 6 = 180\sqrt{3}$ (см³).

Відповідь. $180\sqrt{3}$ см³.



7. Знайдіть об'єм прямої призми, в основі якої лежить прямокутник. Діагональ призми дорівнює 81 см, а виміри призми відносяться, як 7 : 14 : 22.

Розв'язання. Розглянемо прямокутну призму $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (див. рисунок).

1) Якщо коефіцієнт пропорційності дорівнює x , то $AB = 7x$ см, $AD = 14x$ см, $BB_1 = 22x$ см.

2) Із трикутника ABD ($\angle A = 90^\circ$), за теоремою Піфагора: $BD^2 = AB^2 + AD^2 = 49x^2 + 196x^2 = 245x^2$.

3) Із трикутника $B_1 BD$ ($\angle B = 90^\circ$), за теоремою Піфагора: $B_1 D^2 = BB_1^2 + BD^2 = 484x^2 + 245x^2$.

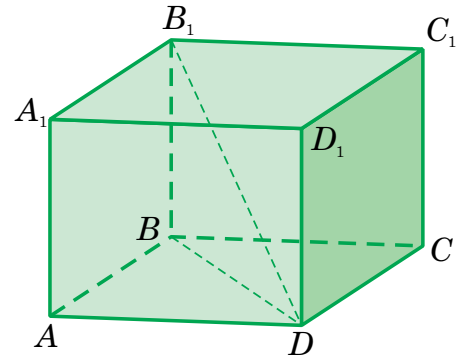
Оскільки $B_1 D = 81$ см, то маємо рівняння:

$$B_1 D^2 = 484x^2 + 245x^2. \text{ Звідси, } x = 3.$$

4) Отже, $AB = 7x = 21$ (см), $AD = 14x = 42$ (см), $BB_1 = 22x = 66$ (см).

5) $V = AB \cdot AD \cdot BB_1 = 21 \cdot 42 \cdot 66 = 58212$ (см³).

Відповідь. 58212 см³.



8. В основі прямого паралелепіпеда лежить ромб, менша діагональ якого дорівнює 6 см, а гострий кут становить 60° . Бічне ребро паралелепіпеда вдвічі менше від сторони основи. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

Розв'язання. Нехай $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямий паралелепіпед (див. рисунок), основа якого є ромбом $ABCD$.

Менша діагональ BD ромба лежить навпроти гострого кута. Оскільки трикутник ABD рівнобедрений ($AB = AD$, бо $ABCD$ — ромб) і $\angle A = 60^\circ$, то трикутник рівносторонній, тобто $AB = BD = AD = 6$ см.

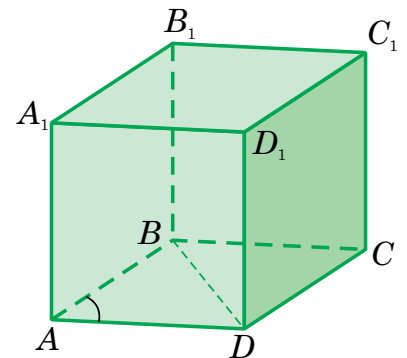
Площа ромба:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AB^2 \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}.$$

За умовою, бічне ребро вдвічі менше від сторони основи, тобто дорівнює 3 см, а оскільки паралелепіпед прямий, то бічне ребро паралелепіпеда є його висотою.

Отже, $V = S_{ABCD} \cdot AA_1 = 9\sqrt{3} \cdot 3 = 27\sqrt{3}$ (см³).

Відповідь. $27\sqrt{3}$ см³.



9. У правильній шестикутній призмі площа найбільшого діагонального перерізу дорівнює $16\sqrt{3}$ см², а менша діагональ основи становить 4 см. Знайдіть об'єм призми.

Розв'язання. Нехай $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ — шестикутна правильна призма (див. рисунок), основа якої є правильним шестикутником $ABCDEF$.

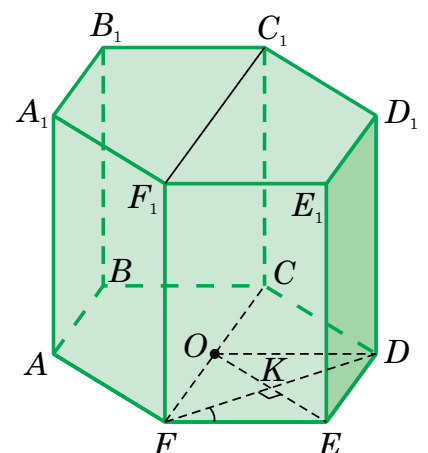
Менша діагональ шестикутника FD перпендикулярна до CD , $FD = 4$ см.

Чотирикутник $FODE$ — ромб, тоді $OE \perp FD$, і $FK = KD = 2$ см.

Із трикутника FKE ($\angle K = 90^\circ$) отримаємо:

$$FE = \frac{FK}{\cos 30^\circ} = \frac{2 \cdot 2}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \text{ (см)}.$$

Більший діагональний переріз призми містить більшу діагональ основи, наприклад, FC .



Тоді, $FC = 2FE = \frac{8}{\sqrt{3}}$ (см).

Площа діагонального перерізу: $S_{CFF_1C_1} = FC \cdot H = 16\sqrt{3}$ (см²), тоді

$$H = \frac{S_{CFF_1C_1}}{FC} = \frac{16 \cdot \sqrt{3}}{\frac{8}{\sqrt{3}}} = 6 \text{ (см)}.$$

Площа основи призми дорівнює:

$$S_{\text{осн}} = 6 \cdot \frac{FE^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3}{2} \cdot FE^2 \sqrt{3} = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{3}} \right)^2 \cdot \sqrt{3} = \frac{3 \cdot 16 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 3} = 8\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}.$$

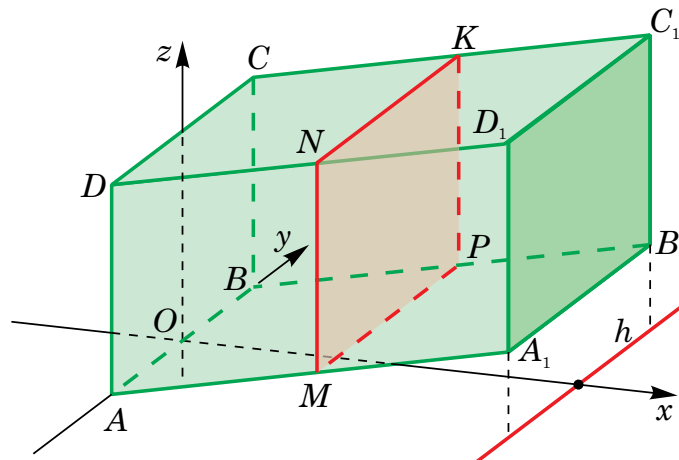
Звідси $V = 8\sqrt{3} \cdot 6 = 48\sqrt{3}$ (см³).

Відповідь. $48\sqrt{3}$ см³.

IV*. Обчислення об'єму похилої призми (5 хв)

Покажемо, як за допомогою формули $V = \int_a^b S(x)dx$ обчислити об'єм похилої призми.

Нехай дано похилу призму з висотою h і основою, площа якої дорівнює S (див. рисунок).



Доведемо, що об'єм призми дорівнює $V = Sh$.

Уведемо систему координат так, щоб середина ребра AB збігалася з початком системи координат, а грань призми $ABCD$ належала координатній площині yz (див. рисунок). Основа призми $A_1B_1C_1D_1$ належить площині, яка паралельна координатній площині yz , а проекцією призми на вісь абсцис є відрізок $[0; h]$.

Оскільки перерізом призми площиною, перпендикулярною до осі x , є багатокутник, який дорівнює основі призми, то його площа дорівнює S .

Звідси, об'єм призми $V = \int_a^b S(x)dx = \int_0^h S dx = Sx \Big|_0^h = Sh - S \cdot 0 = Sh$, що й треба було до-

вести.

Об'єм похилої призми можна також обчислити за формулою $V = S_n \cdot l$, де S_n — площа перерізу призми площиною, яка перпендикулярна до бічних ребер призми, l — довжина бічного ребра призми.

Примітка. Запропонуйте учням довести формулу $V = S_n \cdot l$ самостійно, використовуючи визначений інтеграл.

Ілюстративні приклади (5–8 хв)

- 10.** Основою похилої призми є паралелограм зі сторонами 6 см і 3 см та гострим кутом 45° . Бічне ребро призми дорівнює 4 см і нахилене до площини основи під кутом 30° . Знайдіть об'єм призми.

Розв'язання. Виконаємо побудову (див. рисунок).

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — похила чотирикутна призма,

$AB = 6$ см, $AD = 3$ см, $\angle BAD = 45^\circ$,

$AA_1 = 4$ см. Об'єм похилої призми: $V = S_o \cdot H$, де S_o —

площа паралелограма $ABCD$,

$H = A_1 O$ — висота похилої призми.

Площа паралелограма $ABCD$:

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD \sin \angle BAD =$$

$$= 6 \cdot 3 \cdot \sin 45^\circ = 18 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 9\sqrt{2} \text{ (см}^2\text{)}.$$

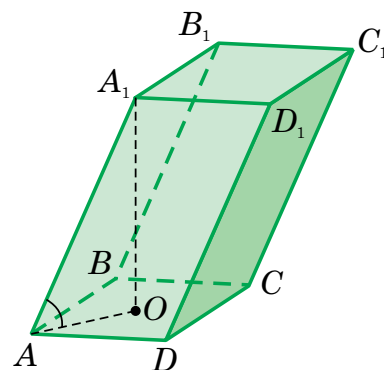
Знайдемо висоту похилої призми.

Оскільки $A_1 O \perp AO$, де AO — проекція похилої AA_1 на площину основи, то кут між бічним ребром і площиною основи $\angle A_1 A O = 30^\circ$.

Із прямокутного трикутника AOA_1 ($\angle O_1 = 90^\circ$), за властивістю катета, який лежить навпроти кута 30° , маємо: $A_1 O = AA_1 : 2 = 2$ (см).

Тоді об'єм призми: $V = 9\sqrt{2} \cdot 2 = 18\sqrt{2}$ (см³).

Відповідь. $18\sqrt{2}$ см³.



- 11.** Знайдіть об'єм похилої трикутної призми, якщо відстані між її бічними ребрами дорівнюють 3,7 см, 1,3 см і 3 см, а площа бічної поверхні становить 480 см².

Розв'язання. Виконаємо побудову (див. рисунок).

$ABCA_1 B_1 C_1$ — похила трикутна призма, $S_6 = 480$ см².

Проведемо площину (MNK) перпендикулярно до бічних ребер призми (див. рисунок). Оскільки

$AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$, то MN , NK і MK — відстані між бічними ребрами.

За умовою, $MN = 3,7$ см, $MK = 3$ см, $KN = 1,3$ см.

Об'єм похилої трикутної призми обчислимо за формулою $V = S_n \cdot AA_1$, де $S_n = S_{MNK}$ — площа перерізу, який перпендикулярний до бічних ребер призми.

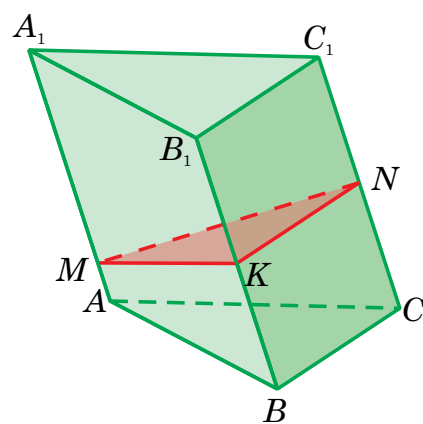
Оскільки $P_{MNK} = 3,7 + 1,3 + 3 = 8$ (см), то $p = 8 : 2 = 4$ (см) — півпериметр трикутника MNK .

За формулою Герона: $S_{\triangle MNK} = \sqrt{4(4-3,7)(4-1,3)(4-3)} = \sqrt{4 \cdot 0,3 \cdot 2,7 \cdot 1} = 1,8$ (см²).

Оскільки $S_6 = P_{\triangle MNK} \cdot AA_1$, то $480 = 8AA_1$, $AA_1 = 60$ (см).

Отже, $V = 1,8 \cdot 60 = 108$ (см³).

Відповідь. 108 см³.



V. Розв'язування практичної задачі. Групова активність (5–7 хв)

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Пальне міститься в резервуарі, що має форму правильної чотирикутної призми зі стороною основи 2 м і висотою 3 м. Яку роботу потрібно виконати, щоб відкачати все пальне з резервуара через отвір у його верхній основі, якщо густина пального дорівнює 800 кг/м^3 ?

Розв'язання. 1) Площа основи призми дорівнює 4 м^2 .

2) Об'єм призми $V = 4 \cdot 3 = 12 \text{ (м}^3\text{)}$.

3) Знайдемо масу палива за формулою $m = \rho V$, $m = 800 \cdot 12 = 9600 \text{ (кг)}$.

4) Роботу обчислимо за формулою $A = mgh$, $A = 9600 \cdot 9,8 \cdot 3 = 282240 \text{ (Дж)}$.

Відповідь. 282240 Дж.

VI. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

Рівень А

1. В основі прямої призми лежить прямокутний трикутник із катетами 3 см і 4 см. Знайдіть об'єм призми, якщо її висота 5 см.
2. В основі прямої призми лежить трикутник, сторона якого дорівнює 24 см, а висота, проведена до неї, становить 10 см. Знайдіть об'єм призми, якщо її бічне ребро дорівнює 4 см.
3. В основі прямої призми лежить трапеція з основами 3 см і 5 см і висотою 5 см. Знайдіть об'єм призми, якщо її бічне ребро дорівнює 10 см.
4. Знайдіть об'єм повітря у класній кімнаті, довжина якої дорівнює 8 м, ширина — 6 м, а висота кімнати дорівнює 2,5 м.
5. В основі призми лежить ромб зі стороною 5 см і гострим кутом 30° . Висота призми становить 6 см. Знайдіть об'єм призми.
6. В основі прямої призми лежить ромб, діагоналі якого дорівнюють 6 см і 8 см, а бічне ребро призми становить 20 см. Обчисліть об'єм призми.
7. Основа прямокутного паралелепіпеда — квадрат. Знайдіть об'єм паралелепіпеда, якщо його висота становить 6 см, а діагональ паралелепіпеда утворює з площиною основи кут 45° .
8. Основа прямої призми — трикутник зі сторонами 5 см, 5 см, 6 см. Діагональ меншої бічної грані утворює кут 45° з бічним ребром. Знайдіть об'єм призми.
9. Основою прямого паралелепіпеда є ромб, діагоналі якого відносяться, як 5 : 2. Діагоналі паралелепіпеда дорівнюють 17 дм і 10 дм. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.
10. В основі прямої призми лежить рівнобічна трапеція з гострим кутом 60° і бічною стороною 4 см. Діагоналі трапеції є бісектрисами гострих кутів. Діагональ призми нахилена до площини основи під кутом 45° . Знайдіть об'єм призми.

Рівень В

1. Бічне ребро правильної шестикутної призми дорівнює H і утворює з більшою діагоналлю кут β . Знайдіть об'єм призми.
2. Основою похилого паралелепіпеда є прямокутник зі сторонами 4 см і 6 см. Бічне ребро дорівнює 2 см та утворює з сусідніми сторонами основи кути по 60° . Знайдіть об'єм паралелепіпеда.
3. В основі прямої призми лежить рівнобедрений трикутник з бічною стороною 13 см і медіаною, яка проведена до основи, завдовжки 5 см. Знайдіть об'єм призми, якщо діагональ її більшої бічної грані дорівнює 26 см.
4. В основі прямої призми лежить рівнобедрений трикутник із основою 12 см і бічною стороною 10 см. Знайдіть об'єм призми, якщо діагональ її найменшої бічної грані дорівнює 26 см.
5. Основою прямої призми є рівнобедрений трикутник ABC , в якому $AC = BC$, $AB = 6$ см, $\angle BAC = \alpha$, причому $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$. Знайдіть об'єм призми (у см^3), якщо площа її бічної поверхні вдвічі більша за площу її основи. (Пробне ЗНО, 2012 р.).
6. Основою прямої призми $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ є рівнобічна трапеція $ABCD$. Основа AD трапеції дорівнює висоті трапеції і в шість разів більша за основу BC . Через бічне ребро CC_1 призми проведено площину, паралельно ребру AB . Знайдіть площу утвореного перерізу (у см^2), якщо об'єм призми дорівнює 588 см^3 , а її висота становить 7 см. (ЗНО, 2012 р.).
7. Основа похилого паралелепіпеда — квадрат, сторона якого дорівнює 1 м. Одне з бічних ребер паралелепіпеда дорівнює 2 м і утворює з кожною з прилеглих сторін основи кути по 60° . Знайдіть об'єм паралелепіпеда.
8. Будівельна цеглина має розміри 25 см x 12 см x 6 см. Знайдіть об'єм стіни, викладеної з 10000 цеглин. Візьміть до уваги, що розчин збільшує об'єм на 15 %.
9. У прямому паралелепіпеді сторони основи дорівнюють 10 см і 17 см, а одна з діагоналей основи дорівнює 21 см. Більша діагональ паралелепіпеда 29 см. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.
10. Діагональ правильної чотирикутної призми дорівнює 3,5 см, а діагональ бічної грані становить 2,5 см. Знайдіть об'єм призми.

Рівень С

1. Діагональ бічної грані правильної трикутної призми утворює з бічним ребром кут β . Радіус кола, описаного навколо бічної грані, дорівнює R . Знайдіть об'єм призми.
2. У прямокутному паралелепіпеді діагональ d утворює з площиною основи кут α , а з площиною бічної грані — кут β . Знайдіть об'єм паралелепіпеда.
3. Знайдіть об'єм шестикутної призми, якщо її більша діагональ дорівнює 8 см та утворює з площиною основи кут 60° .
4. Знайдіть об'єм шестикутної призми, якщо її бічне ребро дорівнює $2\sqrt{3}$ см та утворює з більшою діагоналлю кут 60° .

5. Менша діагональ правильної шестикутної призми дорівнює $4\sqrt{3}$ см та утворює з площиною основи кут 60° . Знайдіть об'єм правильної трикутної призми, вершинами якої є середини сторін даної шестикутної призми, взятими через одну.
6. В основі прямої призми лежить прямокутник із кутом α між діагоналями. Діагональ призми дорівнює b та утворює з площиною основи кут β . Обчисліть об'єм призми.
7. У прямокутному паралелепіпеді діагональ d утворює з площиною основи кут α , а з площиною бічної грані — кут β . Знайдіть об'єм паралелепіпеда.
8. В основі прямої призми лежить прямокутна трапеція з гострим кутом α . Більша діагональ трапеції дорівнює 1 м і є бісектрисою гострого кута. Більша діагональ призми утворює з площиною основи кут β . Знайдіть об'єм призми.
9. Основою прямої призми є рівнобедрений трикутник з основою, що дорівнює a , і кутом при вершині α . Переріз, проведений через дану сторону основи і протилежну вершину другої основи, утворює з основою призми кут β . Знайдіть об'єм призми.
10. Висота прямої трикутної призми дорівнює 5 м, її об'єм становить 24 м^3 . Площі бічних граней відносяться, як $17 : 17 : 16$. Знайдіть сторони основи.

VII. Рефлексія (2 хв)

- | | | | | |
|----|--|-----|------------------------|----|
| 1. | Я вмію доводити формулу обчислення об'єму прямої призми, використовуючи визначений інтеграл. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 2. | Я вмію доводити формулу обчислення об'єму похилої призми, використовуючи визначений інтеграл. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 3. | Я знаю формулу для обчислення об'єму похилої призми за відомим перпендикулярним перерізом і бічним ребром. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 4. | Я розумію, як використовувати вивчену тему для розв'язування задач практичного змісту. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |

Можливі теми учнівських проєктів

1. Обчислення об'єму призми в архітектурі.
2. Використання формули об'єму призми в інженерних розрахунках.
3. Дослідження впливу нахилу бічного ребра на об'єм призми.
4. Моделювання обчислення об'єму призми за допомогою комп'ютерних програм.
5. Вимірювання об'ємів призм за допомогою води та порівняння отриманих результатів із результатами, обчисленими за формулами.