

Урок 4. Урок–практикум. Застосування формул комбінаторики для обчислення ймовірностей подій**План уроку**

1. Застосування формул комбінаторики для обчислення ймовірностей подій.
2. Задачі вибору з різних множин елементів. Загальна постановка задачі.
3. Розв'язування прикладних задач на застосування формул комбінаторики для обчислення ймовірностей подій.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

інтерпретує, аналізує, систематизує дані та зв'язки між ними [12 МАО 1.2.2–1];

оцінює вірогідність даних [12 МАО 1.2.2–2];

наводить аргументи, формулює контраргументи, керуючи при цьому власними емоціями та враховуючи емоційний стан інших осіб [12 МАО 2.4.2–1];

висловлює ідеї, пов'язані з розумінням комплексної проблемної ситуації [12 МАО 2.4.2–2];

визначає, яких даних недостатньо для розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 3.1.2–2];

вирізняє надлишкові дані для розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 3.1.2–1];

використовує приладдя та інформаційні технології для знаходження та представлення результату [12 МАО 4.2.3–1].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Запропонуйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку.
- 2) Повторіть основні поняття попереднього уроку, розв'яжіть кілька прикладів на повторення, на ваш вибір.
- 3) Сформулюйте практичну задачу (без розв'язання). Розв'язання пропонуємо у вигляді групової роботи наприкінці уроку.

- 4) Теорію подавайте стисло, акцентуйте увагу на її практичному застосуванні.
- 5) До кожного теоретичного твердження наведено кілька ілюстративних прикладів. Обирайте ілюстративні приклади на ваш розсуд.
- 6) Увесь запропонований матеріал неможливо подати в часових вимірах одного уроку, тому обирайте кількість матеріалу на ваш розсуд.
- 7) Заплануйте розв'язання практичної задачі. Об'єднайте учнів/учениць у кілька груп. Під час розв'язання задачі групами важливо формувати комунікаційні навички, інтегрувати здобуті знання у розв'язання практичних задач.
- 8) Формуємо навички розв'язання прикладів і задач. Розв'язуємо тренувальні вправи за трьома рівнями складності, на вибір учня/учениці.
- 9) Мотивуйте учнів/учениць до проєктної діяльності. Створення проєктів та їхній захист можуть бути альтернативою контрольної роботи з теми.
- 10) Можливі теми для створення проєктів запропоновані.

I. Організаційна частина (2 хв)

Мотиваційні запитання

- 1) Чи можна обчислити ймовірність певної події без підрахунку кількості можливих наслідків події?
- 2) Чи можна оцінити надійність пароля кредитної банківської картки за допомогою комбінаторики та ймовірності?
- 3) Чому виграти в лотерею так складно?
- 4) Чи можливо застосовувати методи розв'язування ймовірнісних задач в економіці?
- 5) Які переваги дає комбінаторний підхід для обчислення ймовірностей подій у порівнянні з повним перебором можливих наслідків подій?

II. (Усно). Повторення (3–4 хв)

1. Із натуральних чисел від 1 до 30 учень навмання називає одне число. Яка ймовірність того, що це число є дільником числа 30? (ЗНО, 2006 р.).

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{7}{15}$

Відповідь. В.

2. Пасічник зберігає мед в однакових закритих металевих бідонах. Їх у нього дванадцять: у трьох бідонах міститься квітковий мед, у чотирьох — мед із липи, у п'яти — мед із гречки. Знайдіть імовірність того, що перший навмання відкритий бідон буде містити квітковий мед. (ЗНО, 2010 р.)

А	Б	В	Г	Д
0,25	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$	0,75	$\frac{1}{3}$

Відповідь. А.

3. (За умовою попередньої задачі). Яка ймовірність того, що перший навмання відкритий бідон буде містити липовий або гречаний мед?

Відповідь. 0,75.

4. Випущено партію лотерейних білетів. Імовірність того, що навмання вибраний білет із цієї партії буде виграшним, дорівнює 0,2. Визначте кількість білетів без виграшу серед цих 300 білетів. (ЗНО, 2015 р.)

Відповідь. 240.

5. У коробці лежать 5 червоних кульок, 3 сині та 2 зелені кульки. Навмання виймають одну кульку. Знайдіть імовірність того, що витягнута куля буде не червоною.

Відповідь. 0,5.

Як я вирішую певну проблему?

Задача. У ліфт на першому поверсі десятиповерхового будинку зайшли 4 пасажери, кожен з яких може вийти незалежно один від іншого на довільному поверсі з другого по десятий включно. Знайдіть імовірність того, що всі пасажери вийдуть:

- 1) на п'ятому поверсі;
- 2) на одному поверсі.

III. Застосування формул комбінаторики для обчислення ймовірностей подій (5 хв)

Три важливі комбінаторні формули

1. Перестановки без повторення елементів: $P_n = n!$
2. Розміщення без повторення елементів: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.
3. Комбінації без повторення елементів: $C_n^m = \frac{n!}{m! \cdot (n-m)!}$.

Формули комбінаторики застосовуються під час розв'язування задач з теорії ймовірностей, оскільки дозволяють обчислювати кількість можливих наслідків подій та сприятливих випадків, що є основою для знаходження ймовірності випадкової події.

Ілюстративні приклади (5–8 хв)

6. Із цифр 1, 2, 3, 4 складають трицифрові числа так, що цифри в числах не повторюються. Обчисліть ймовірність того, що сума цифр у навмання вибраного трицифрового числа:

1) дорівнює 8;

2) менша від 8.

Розв'язання. 1) Нехай подія A — «сума цифр трицифрового числа дорівнює 8».

Обчислимо загальну кількість трицифрових чисел, тобто кількість розміщень із чотирьох елементів по три елементи: $n = A_4^3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$.

Сума заданих цифр дорівнює 8, якщо це цифри: 1, 3, 4.

Кількість трицифрових чисел, складених із трьох цифр (без повторення цифр): $m = 3! = 6$.

Тоді $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4} = 0,25$ — ймовірність події A .

2) Нехай подія B — «сума цифр трицифрового числа менша від 8».

Розглянемо вибірки цифр таких, щоб їхня сума була меншою від 8.

Можливі вибірки: $\{1, 2, 3\}$ і $\{1, 2, 4\}$.

Кількість таких чисел: $m = 2 \cdot 3! = 12$.

Тоді $P(B) = \frac{m}{n} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0,5$ — ймовірність події B .

Відповідь. 1) 0,25; 2) 0,5.

7. У кошику лежать 20 яблук, однакових на вигляд, серед яких 15 яблук солодких, а 5 — кислих. Із кошика навмання беруть два яблука. Яка ймовірність того, що обидва яблука будуть кислими?

Розв'язання. Нехай A — подія, що обидва яблука будуть кислими.

Оскільки порядок елементів у вибірках несуттєвий, то вибрати два яблука з 20-и яблук можна C_{20}^2 способами.

Тобто $n = C_{20}^2 = \frac{20!}{18! \cdot 2!} = \frac{19 \cdot 20}{1 \cdot 2} = 190$.

Кількість способів вибору двох яблук із 5-и кислих яблук становить: C_5^2 .

Отже, $m = C_5^2 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 10$.

Таким чином, $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{10}{190} = \frac{1}{19}$.

Відповідь. $\frac{1}{19}$.

IV. Задачі вибору з різних множин елементів

Потрібно зі скриньки, в якій є m білих та n чорних кульок вибрати r кульок, серед яких k білих. Кількість таких вибірок становить: $C_m^k \cdot C_n^{r-k}$, за теоремою множення.

Це правило можна узагальнити на скінченну кількість підмножин деякої множини.

Нехай множина A містить підмножини A_i , $i = 1, 2, 3, \dots, k$, до кожної з яких входять n_i елементів. Якщо з кожної підмножини вибрати m_i , $i = 1, 2, 3, \dots, k$ елементів, порядок

розміщення яких несуттєвий, то кількість таких неупорядкованих вибірок обчислюють за формулою: $C_{n_1}^{m_1} \cdot C_{n_2}^{m_2} \cdot \dots \cdot C_{n_k}^{m_k}$.

Ілюстративні приклади

- 8.** Президенту фінансової компанії потрібно скласти групу із 6 фахівців, до якої має ввійти хоча б один математик. Скількома способами він може це зробити, якщо в нього працюють 2 математики та 8 економістів?

Розв'язання. До зазначеної групи має ввійти один математик та 5 економістів або 2 математики та 4 економісти.

Вибір одного математика із двох можливий C_2^1 способами, і при цьому вибір 5 економістів із 8 можна здійснити C_8^5 способами. Разом вибір одного математика та п'ятих економістів можна здійснити $C_2^1 \cdot C_8^5$ способами.

Вибір двох математиків із двох можливий C_2^2 способами, і при цьому вибір 4 економістів із 8 можна здійснити C_8^4 способами. Разом вибір двох математиків та чотирьох економістів можна здійснити $C_2^2 \cdot C_8^4$ способами.

Загальна кількість способів вибору групи з одного математика та 5 економістів або 2 математиків та 4 економістів, за теоремою додавання, дорівнює:

$$C_2^1 \cdot C_8^5 + C_2^2 \cdot C_8^4 = 2 \cdot 56 + 1 \cdot 70 = 182.$$

Відповідь. 182-ма.

- 9.** Марійка зірвала на клумбі 9 нарцисів та 4 тюльпани. Скільки всього існує способів вибору із цих квітів 3 нарцисів та 2 тюльпанів для букета? (Пробне ЗНО, 2016 р.).

Розв'язання. Три нарциси із дев'яти можна вибрати C_9^3 способами.

Два тюльпани із чотирьох можна вибрати C_4^2 способами.

Вибір трьох нарцисів із дев'яти і при цьому двох тюльпанів із чотирьох можна здійснити:

$$C_9^3 \cdot C_4^2 = \frac{9!}{6! \cdot 3!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 7 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 504\text{-ма (способами)}.$$

Відповідь. 504 способи.

V. Обчислення ймовірності вибору з різних множин елементів

- 10.** Президент компанії хоче створити команду дизайнерів для розробки нової моделі товару у складі трьох інженерів і двох спеціалістів із дослідження ринку. Яка ймовірність створення такої команди, якщо з групи 10 інженерів і 5 спеціалістів із дослідження ринку вибрати навмання п'ять осіб?

Розв'язання. 1) Позначимо через A подію, що навмання відібрана команда з 5 осіб складається з трьох інженерів і двох спеціалістів із дослідження ринку.

2) Загальна кількість способів вибору 5 осіб із 15 дорівнює кількості комбінацій із 15 по 5 елементів, тобто: $n = C_{15}^5 = \frac{11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 3003$.

3) Знайдемо кількість сприятливих наслідків події A .

Трьох інженерів із 10 можна вибрати C_{10}^3 способами і при цьому два спеціалісти з дослідження ринку із 5 можна вибрати C_5^2 способами. Вибір інженерів і спеціалістів із дослідження ринку здійснюється незалежно $C_5^2 \cdot C_{10}^3$ способами.

Отже, $m = C_5^2 \cdot C_{10}^3 = 1200$.

$$4) \text{ Тоді } P(A) = \frac{C_5^2 \cdot C_{10}^3}{C_{15}^5} = \frac{1200}{3003} \approx 0,4.$$

Відповідь. 0,4.

Сформулюємо загальну задачу обчислення ймовірності вибору елементів із різних множин і визначимо алгоритм її розв'язання.

Інвестиційна компанія має n пакетів акцій, серед яких m пакетів акцій заводів із виробництва гаджетів. Визначити ймовірність того, що серед навмання відібраних k пакетів акцій є рівно r пакетів акцій заводів із виробництва гаджетів.

Алгоритм розв'язання

- 1) Позначимо подію, ймовірність якої потрібно знайти, наприклад, подією A .
- 2) Знайдемо загальну кількість способів вибору з n пакетів акцій k пакетів. Кількість способів такого вибору C_n^k .
- 3) Знайдемо кількість сприятливих наслідків події «серед навмання відібраних k пакетів акцій є рівно r пакетів акцій заводів із виробництва гаджетів». Кількість способів такого вибору становить $C_k^r \cdot C_{n-m}^{k-r}$.
- 4) Обчислимо ймовірність події A : $P(A) = \frac{C_k^r \cdot C_{n-m}^{k-r}}{C_n^k}$.

Ілюстративні приклади

- 11.** Філія банку впродовж місяця може надати позику шістьом своїм клієнтам. За-
 мовлення на позику надійшли від 10 клієнтів першого району і 8 клієнтів другого
 району. Банк розіграє випадковим чином 6 позик серед тих, від кого надійшли
 замовлення. Знайдіть імовірність того, що позика дістанеться чотирьом клієнтам
 першого району.

Розв'язання. Позначимо через A подію, що «позика дістанеться чотирьом клієн-
 там першого району та двом клієнтам другого району», оскільки банк надає 6 по-
 зик. Кількість наслідків даного випробування дорівнює кількості способів вибору
 із 18 осіб по 6 осіб, тобто $n = C_{18}^6$.

Усі можливі четвірки клієнтів першого району можна утворити C_{10}^4 способами,
 а всі можливі двійки клієнтів другого району — C_8^2 способами. Кількість способів
 вибору четвірки клієнтів першого району і двох клієнтів другого району можна
 здійснити $m = C_{10}^4 \cdot C_8^2$ способами.

$$\text{Отже, ймовірність події } A: P(A) = \frac{C_8^2 \cdot C_{10}^4}{C_{18}^6} = \frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot \frac{10!}{4! \cdot 6!} \cdot \frac{6! \cdot 12!}{18!} = \frac{70}{221} \approx 0,317.$$

Відповідь. 0,317.

- 12.** Яка ймовірність вгадати 4 номери із 48-ми у грі «Спортлото», якщо максимальним виграшем є вгадування 6 номерів із 48-ми?

Вказівка. Обчисліть $P(A) = \frac{C_6^4 \cdot C_{42}^2}{C_{48}^6}$.

Відповідь. 0,0011.

- 13.** У математичному гуртку навчаються 6 хлопців і 4 дівчини. Потрібно сформувати команду з 5-и учасників для участі в олімпіаді. Яка ймовірність того, що в команді буде більше хлопців, аніж дівчат?

Розв'язання. Нехай подія A — в команді буде більше хлопців, аніж дівчат. Загальна кількість гуртківців становить 10 осіб.

Кількість способів сформувати команду з 5-и учнів і учениць становить:

$$n = C_{10}^5 = \frac{10!}{(10-5)! \cdot 5!} = 252.$$

Для того, щоб хлопців у команді було більше, можливі такі склади команд:

- 1) 3 хлопці і дві дівчини, тоді $m_1 = C_6^3 \cdot C_4^2 = 20 \cdot 6 = 120$;
- 2) 4 хлопці та одна дівчина, тоді $m_2 = C_6^4 \cdot C_4^1 = 15 \cdot 4 = 60$;
- 3) 5 хлопців, тоді $m_3 = C_6^5 = 6$.

Отже, загальна кількість наслідків, які сприяють події A , становить:

$$m = m_1 + m_2 + m_3 = 120 + 60 + 6 = 186.$$

Таким чином, $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{186}{252} \approx 0,738$.

Відповідь. $\approx 0,738$.

VI. Розв'язування практичної задачі. Групова активність (8–10 хв)

Як я вирішую певну проблему?

- Задача.** У ліфт на першому поверсі десятиповерхового будинку зайшли 4 пасажери, кожен з яких може вийти незалежно один від іншого на довільному поверсі з другого по десятий включно. Знайдіть ймовірність того, що всі пасажери вийдуть:

- 1) на п'ятому поверсі;
- 2) на одному поверсі.

Розв'язання. 1) Нехай подія A — «усі пасажери вийдуть на п'ятому поверсі».

Кожний із пасажирів може вийти із 2-го по 10-й поверх 9 способами. Кількість таких наслідків випробування $n = 9^4$. І тільки в одному наслідку випробування відбудеться подія A , тобто $m = 1$.

Отже, $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{9^4} = \frac{1}{6561} \approx 0,00015$.

- 2) Нехай подія B — «усі пасажери вийдуть на одному поверсі». Події B сприяють 9 наслідків, тобто всі пасажери можуть вийти або на 2-му поверсі, або на 3-му, ..., або на 10-му.

Тому $P(B) = \frac{m}{n} = \frac{9}{9^4} = \frac{1}{729} \approx 0,0014$.

Відповідь. 1) 0,00015; 2) 0,0014.

VII. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

Рівень А

1. На кожній із чотирьох однакових карток записано одну з літер: А, В, К, С. Яка ймовірність того, що картки, навмання розкладені в рядок, утворять слово КВАС?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$

2. У партії з 20 БПЛА мають дефекти 5 БПЛА. Яка ймовірність того, що серед трьох навмання вибраних безпілотних літальних апаратів буде тільки два без дефектів?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{15 \cdot C_{15}^2}{C_{20}^3}$	$\frac{C_{15}^2}{C_{20}^3}$	$\frac{2 \cdot C_{15}^2}{C_{20}^3}$	$\frac{C_5^2}{C_{20}^3}$	$\frac{5 \cdot C_{15}^2}{C_{20}^3}$

3. Переможцями конкурсу стали 15 дівчат та 10 хлопців. Організатори випадковим чином обрали три особи для вручення суперпризів. Яка ймовірність того, що серед них будуть дві дівчини?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2 \cdot C_{10}^2}{C_{25}^3}$	$\frac{C_{15}^2}{C_{25}^3}$	$\frac{15 \cdot C_{10}^2}{C_{25}^3}$	$\frac{C_{10}^2}{C_{25}^3}$	$\frac{10 \cdot C_{15}^2}{C_{25}^3}$

4. В ящику містяться 15 жовтих і 25 синіх кульок. Яка ймовірність того, що три навмання вибрані кульки будуть жовтими?
5. Із 33-ох карток, на кожній з яких написана одна з літер українського алфавіту, навмання вибирають 4 картки. Яка ймовірність того, що ці літери у послідовності вибору утворюють слово «КИЇВ»?
6. Знайдіть імовірність того, що навмання складене із цифр 1, 2, 3, 4, без повторення цифр, чотирицифрове число починається цифрами:
1) 32; 2) 12.
7. Із скриньки, в якій містяться 5 куль, пронумерованих числами 1, 2, 3, 4, 5, навмання виймають три кулі. Яка ймовірність того, що номери вийнятих куль непарні?
8. У шаховій секції займаються 20 хлопців і 10 дівчат. Скількома способами можна скласти команду з 6 учнів і учениць так, щоб до команди ввійшли чотири хлопці та дві дівчини?
9. Студент вивчив для складання заліку з вищої математики 20 запитань із 30. Знайдіть імовірність того, що він складе залік, якщо для цього потрібно правильно відповісти на три навмання витягнуті запитання. Кожне із 30 запитань надруковане на окремій картці.
10. Серед 20 планшетів, що продаються, 6 планшетів мають знижку. Знайдіть імовірність того, що з п'яти куплених планшетів три планшети мають знижку.

Рівень В

1. Зі 100 лотерейних білетів два білети — виграшні. Знайдіть ймовірність того, що з 10 придбаних білетів — один білет є виграшним.
2. У скриньці містяться 15 червоних, 10 зелених і 5 синіх кульок, однакових на дотик. Зі скриньки навмання виймають 8 кульок.
Обчисліть ймовірність того, що:
1) чотири кульки червоні, 2 кульки зелені і 2 кульки — сині;
2) шість кульок червоні, одна кулька зелена і одна кулька — синя.
3. У партії зі 100 деталей є 6 бракованих деталей. З цієї партії навмання вибирають 5 деталей. Яка ймовірність того, що серед вибраних п'яти деталей дві деталі виявляться бракованими?
4. У грі орлянка одночасно підкидають чотири гральні кубики. Знайдіть ймовірність того, що випадуть:
1) три шістки й одна п'ятірка;
2) дві шістки;
3) усі чотири шістки.
5. Дослід полягає в одночасному підкиданні трьох гральних кубиків. Знайдіть ймовірність того, що випадуть дві двійки і одна трійка.
6. Для розіграшу призерів підготували 1000 лотерейних білетів, із яких 17 — є виграшними. Яка ймовірність того, що з трьох навмання вибраних білетів усі виявляться виграшними?
7. На чотирьох картках написані цифри 1, 2, 3, 4. Картки перевернуті та перемішані. Якщо послідовно перевернути три картки та викласти їх у ряд, то яка ймовірність того, що в результаті отримаємо:
1) число 123; 2) число, перша цифра якого дорівнює 3?
8. Десять різних книг розташовані на книжковій полиці. Обчисліть ймовірність того, що певні чотири книги будуть знаходитись поряд.
9. Серед 60 акційних шоколадок 8 шоколадок із сюрпризом. Обчисліть ймовірність того, що при купівлі трьох шоколадок хоча б одна шоколадка буде з сюрпризом.
10. Монету підкидають 7 разів. Знайдіть ймовірність того, що герб випаде 4 рази.
11. На складі є 14 виробів, з яких 10 — стандартних. Знайдіть ймовірність того, що серед навмання вибраних п'яти виробів 50% — стандартні вироби.
12. Серед 15-и учнів є 6 спортсменів. Знайдіть ймовірність того, що серед відібраних навмання 6-и учнів — 2 спортсмени.

Рівень С

1. У партії зі 100 деталей є 7 бракованих деталей. Із цієї партії навмання вибирають 6 деталей. Яка ймовірність того, що серед вибраних деталей буде не більше двох бракованих?

2. Банк упродовж місяця може видати кредит п'ятьом своїм клієнтам, в той час як замовлення на кредит надійшли від 12 клієнтів першого району та 7 клієнтів другого району. Банк розглядає як тимчасову вимушену міру розігрування випадковим чином п'яти позик серед тих, від кого надійшли замовлення. Знайдіть імовірність того, що позику отримають троє клієнтів першого району.
3. Дано п'ять відрізків, довжини яких становлять 1 см, 3 см, 5 см, 7 см, 9 см. Обчисліть імовірність того, що з трьох навмання вибраних відрізків можна скласти трикутник.
4. Партія з 800 іграшок, серед яких є 4 іграшки з призами, довільним чином розподілена на дві рівні частини так, що кожна з них відправлена двом споживачам. Знайдіть імовірність того, що всі призи дістануться:
 - 1) одному споживачу;
 - 2) обом споживачам порівну.
5. У грі орлянка кидають чотири гральних кубики. Знайдіть імовірність подій:
 - 1) на всіх чотирьох кубиках випала різна кількість очок;
 - 2) сумарна кількість очок, що випали, дорівнює 7.
6. У контейнері знаходяться придатні й браковані деталі. Ймовірність того, що навмання вилучені три деталі будуть придатними, дорівнює $\frac{2}{3}$. Яка мінімальна кількість деталей в контейнері?
7. У партії з 400 телевізорів є 6 телевізорів несправних. Партія довільним чином розподілена на дві рівні частини, які відправлені двом оптовим покупцям. Знайдіть імовірність того, що:
 - 1) несправні телевізори потраплять до покупців в однаковій кількості;
 - 2) усі несправні телевізори дістануться одному покупцю.
8. Студент вивчив 8 питань із 12. Знайдіть імовірність того, що студент відповість хоча б на два питання із трьох навмання вибраних.
9. До туристичної агенції надійшов запит на бронювання десяти квитків до Варшави, п'яти квитків — до Львова і трьох квитків — до Харкова. Знайдіть імовірність того, що викуплено 6 квитків до Варшави і 4 квитки — до Львова.
10. У компанії працюють 12 співробітників, серед яких 4 — маркетологи. Для реалізації проекту обирають п'ятьох осіб. Знайдіть імовірність того, що серед них буде щонайменше два маркетологи.

VIII. Рефлексія (1–2 хв)

Запропонуйте учням/ученицям оцінити розуміння теми уроку балами від 1 до 10.

Мої враження від уроку.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Жахливі					Чудові				

Назвіть дві речі, які вам сподобалися на уроці, й одну річ, яка вам не сподобалася, або у вас усе ще залишилися запитання.

- 1)
-
-
- 2)
-
-
- ?
-
-

Можливі теми учнівських проєктів

- 1.** Комбінаторика в генетиці — моделювання можливих варіантів передачі ознак від батьків до дітей.
- 2.** Моделювання випадкових подій.
- 3.** Візуалізація комбінаторних «дерев».
- 4.** Ймовірність народження дитини з певною групою крові або резус-фактором (на основі поєднання алельних генів).
- 5.** Ймовірність появи певних комбінацій у киданні гральних кубиків.

Список використаних джерел

- 1) Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра і початки аналізу: підручн. для 11 кл. з поглибленим вивченням математики. Ч. 2. — Х.: Гімназія, 2011. — 272 с.
- 2) Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики: навчальний посібник для студентів економічних спеціальностей / Алілуйко А. М., Дзюбановська Н. В., Єрмоменко В. О., Мартинюк О. М., Шинкарик М. І. — Тернопіль: Підручники і посібники, 2018. — 352 с.
- 3) Мартинюк О. М., Попіна С. Ю. Елементи комбінаторики й класичне означення ймовірності. — Тернопіль, 2003. — 40 с.