

# 10

## Тема 2.

# Відношення. Пропорції. Тотожні перетворення раціональних виразів

### Урок 5. Дробово-раціональні вирази. Основна властивість раціонального дробу. Дії над дробово-раціональними виразами

#### РОБОЧИЙ АРКУШ

(МОЄ ІМ'Я)

#### I. Очікувані результати навчальних досягнень

На уроці ви повторите:

- 1) означення дробово-раціональних виразів;
- 2) знаходження ОДЗ дробово-раціональних виразів та їхніх значень;
- 3) множення та ділення дробово-раціональних виразів;
- 4) піднесення до степеня дробово-раціональних виразів;
- 5) додавання та віднімання дробово-раціональних виразів;
- 6) застосування дробово-раціональних виразів для розв'язування задач.

#### II. Повторення

1.  $-2xy^2 - (3xy^2 - 2x^2y) = \dots$  (ЗНО, додаткова сесія 2014 р.).

А	Б	В	Г	Д
$-5xy^2 + 2x^2y$	$-5xy^2 - 2x^2y$	$xy^2 - 2x^2y$	$-6xy^2 + 2x^2y$	$-3xy^2$

2. Спростіть вираз  $0,8b^8 : 8b^3$ . (ЗНО, 2011 р.).

А	Б	В	Г	Д
$0,1b^3$	$10b^6$	$6,4b^{12}$	$0,1b^5$	$10b^3$

3. Якщо  $m = n - 1$ , то  $7 - n = \dots$  (ЗНО, 2014 р.).

А	Б	В	Г	Д
$m - 8$	$6 - m$	$8 - m$	$m - 6$	$6 + m$

4. Якщо  $x^2 - y^2 = 7$  і  $3x + 3y = 63$ , то  $x - y = \dots$

А	Б	В	Г	Д
14	147	-3	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

**Відеоурок: «ОДЗ дробово-раціональних виразів»**

<https://vm.tiktok.com/ZMhFGSC1r/> \_\_\_\_\_



**Відеоуроки: «Скорочення дробово-раціональних виразів»**

<https://vm.tiktok.com/ZMhFGrc8w/> \_\_\_\_\_



<https://vm.tiktok.com/ZMhFso4Pc/> \_\_\_\_\_



<https://vm.tiktok.com/ZMhFGSfK4/> \_\_\_\_\_



**Відеоуроки: «Множення та ділення дробово-раціональних виразів»**

<https://vm.tiktok.com/ZMhFsTUKb/> \_\_\_\_\_



<https://vm.tiktok.com/ZMhFGjfJC/> \_\_\_\_\_



<https://vm.tiktok.com/ZMhFsTaAk/> \_\_\_\_\_



<https://vm.tiktok.com/ZMhj6tWxL/> \_\_\_\_\_



<https://vm.tiktok.com/ZMhj6Wd6W/> \_\_\_\_\_



<https://vm.tiktok.com/ZMhj6W1r2/> \_\_\_\_\_



<https://vm.tiktok.com/ZMhj6pdBU/> \_\_\_\_\_



<https://vm.tiktok.com/ZMhj6qjbv/> \_\_\_\_\_



<https://vm.tiktok.com/ZMhjMhHkB/> \_\_\_\_\_



### III. Означення дробово-раціональних виразів та області допустимих значень дробово-раціональних виразів

**Раціональний вираз** — це вираз, у якому відносно чисел і букв, які входять в даний вираз, не виконується ніяких інших дій, крім дій додавання, віднімання, множення, ділення і піднесення до цілого степеня.

**Означення.** Алгебричні вирази, що містять дію ділення на вираз зі змінною називають **дробовими виразами**.

Наприклад:  $\frac{2}{b}$ ,  $\frac{x}{y}$ ,  $\frac{a+b}{c^2}$ ,  $a - \frac{b+c}{d}$  тощо.

Якщо в раціональному виразі замінити букви числами, то отримаємо числовий вираз. У цілих виразах букву можна замінити будь-яким числом. У дробових виразах ця заміна можлива лише тоді, коли вона не приводить до ділення на нуль.

**Означення.** Область допустимих значень виразу (ОДЗ) з однією змінною називають множину значень змінної, при яких цей вираз має зміст.

Наприклад, якщо у вираз  $\frac{2x}{x-5}$ , замість змінної  $x$  підставити число 5, то отримаємо  $\frac{2 \cdot 5}{5-5} = \frac{10}{0}$ , що неможливо, оскільки на 0 ділити не можна. Усі інші числа, які ми підставитимемо замість змінної не призводять до ділення на 0. Тому, ОДЗ даного виразу є усі числа, крім 5.

Це можна записати так:  $x \in R$ , крім 5.

**Означення.** Заміна одного виразу іншим, тотожно рівним йому на деякій множині, називається **тотожним перетворенням** цього виразу.







## VIII. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С

### Рівень А

1. (Усно). Назвіть ОДЗ виразів. Скоротіть дробово-раціональні вирази:

$$\begin{array}{llll}
 1) \frac{3x-3}{x^2-1}; & 2) \frac{5y-5}{y^2-1}; & 3) \frac{x^2-4}{4+2x}; & 4) \frac{y^2-9}{2y+6}; \\
 5) \frac{a-3}{a^2-6a+9}; & 6) \frac{m-2}{m^2-4m+4}; & 7) \frac{9x^2-6x+1}{3x-1}; & 8) \frac{4x^2+4x+1}{2x+1}.
 \end{array}$$

2. Скоротіть дробово-раціональні вирази:

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{15a^4b^5}{3a^6b^7}; & 2) \frac{1,5(a^2b)^2}{2,5(a^2b^2)^2}; & 3) \frac{64a^2(b^3)^4}{40a^3(b^4)^2}; \\
 4) \frac{12m^2n^{10}}{18m^6n^5}; & 5) \frac{12m^2n^{10}}{18m^6n^5}; & 6) \frac{14c^{24}d^5}{21c^8d^{10}};
 \end{array}$$

3. Виконайте додавання або віднімання дробово-раціональних виразів:

$$\begin{array}{llll}
 1) \frac{2a-7}{a-3} + \frac{10-3a}{a-3}; & 2) \frac{3b-5}{b-2} + \frac{7-4b}{b-2}; & 3) \frac{5m}{m-n} + \frac{5n}{n-m}; & 4) \frac{8x}{y-x} + \frac{8y}{x-y}; \\
 5) \frac{4-m}{m-3} + \frac{2m-5}{3-m}; & 6) \frac{4n-3}{n-2} + \frac{2n+1}{2-n}; & 7) \frac{6x+7}{2x-1} + \frac{4x+8}{1-2x}; & 8) \frac{7x+5}{1-3x} + \frac{4x+6}{3x-1}.
 \end{array}$$

4. Виконайте множення або ділення дробово-раціональних виразів:

$$\begin{array}{ll}
 1) \frac{m^2-mn}{m^2} : \frac{m^2-2mn+n^2}{mn}; & 2) \frac{ab}{ab+3b^2} : \frac{a^2}{a^2+6ab+9b^2}; \\
 3) \frac{2a+2b}{b^6} \cdot \frac{b^3}{a+b}; & 4) \frac{3m-3n}{m^9} \cdot \frac{m^3}{m-n}; \\
 5) \frac{c^2-2c+1}{c+4} \cdot \frac{c+4}{c^2-1}; & 6) \frac{k^2+4k+4}{k-3} \cdot \frac{k-3}{k^2-4}; \\
 7) \frac{a-1}{a+5} \cdot \frac{a+5}{a^2-2a+1}; & 8) \frac{b^2-6b+9}{b-4} \cdot \frac{b-4}{b-3}; \\
 9) \frac{3a+b}{a-2b} \cdot \frac{2a-4b}{9a^2+6ab+b^2}; & 10) \frac{m^2-10mn+25n^2}{18m-3n} \cdot \frac{6m-n}{m-5n}.
 \end{array}$$

### Рівень В

1. Спростіть вираз:

$$\begin{array}{llll}
 1) \frac{a^5 \cdot a^{-7}}{a^{-2}}; & 2) \frac{a^3 \cdot a^{-9}}{a^{-5}}; & 3) \frac{24a^4}{b^{-18}} \cdot \frac{2^{-4} \cdot b^{-6}}{a^2}; & 4) \frac{21c^8}{b^{-14}} \cdot \frac{b^{-6}}{14c^4}; \\
 5) \frac{3m}{28n^{-2}} \cdot 14n^6; & 6) \frac{4c}{45d^{-3}} \cdot 15d^5; & 7) \frac{7b^{-4}}{a^{-6}} \cdot \frac{a}{21b^5}; & 8) \frac{5c^{-1}d^3}{3} \cdot \frac{9c^6}{d^{-2}}.
 \end{array}$$

2. Скоротіть дробово-раціональні вирази:

$$\begin{array}{llll}
 1) \frac{a^2+ab}{ab}; & 2) \frac{mn-n^2}{nm}; & 3) \frac{a^2-6a+9}{a-3}; & 4) \frac{b^2+4b+4}{b+2}; \\
 5) \frac{3a-a^2}{2a-6}; & 6) \frac{b^2-2b}{6-3b}; & 7) \frac{a+8}{a^2+16a+64}; & 8) \frac{b-6}{b^2-12b+36}.
 \end{array}$$

**3.** Виконайте множення або ділення дробово-раціональних виразів:

$$1) \frac{a+1}{2a-3} \cdot \frac{4a^2-9}{a^2+2a+1}; \quad 2) \frac{b-2}{7b+5} \cdot \frac{49b^2-25}{b^2-4b+4};$$

$$3) \frac{a^2-100}{a^2-10a+25} : \frac{a-10}{a-5}; \quad 4) \frac{b-20}{b-8} : \frac{b^2-400}{b^2-16b+64};$$

$$5) \frac{5x^3}{y^2} \cdot \frac{y^3}{10x^2} \cdot \frac{4y}{x}; \quad 6) \frac{3a^2}{b} \cdot \frac{b^2}{6a^3} \cdot \frac{2a^3}{b}.$$

**4.** Виконайте додавання або віднімання дробових виразів:

$$1) \frac{5-2a}{a} - \frac{6-2b}{b}; \quad 2) \frac{4-3x}{x} - \frac{5-3y}{y}; \quad 3) \frac{2a^2-3b^2}{ab} + \frac{3b-4a}{a};$$

$$4) \frac{3m^2-4n^2}{mn} - \frac{4n-7m}{m}; \quad 5) \frac{3a-5b}{a} + \frac{2a^2+5b^2}{ab}; \quad 6) \frac{4n-3m}{n} + \frac{n^2+3m^2}{mn};$$

$$7) 2 - \frac{3b+2a}{a}; \quad 8) 3 - \frac{3c+4d}{c}; \quad 9) \frac{2a^2}{a-6} - 2a;$$

$$10) \frac{6b^2}{2b+3} - 3b; \quad 11) \frac{3a+b}{a^2-b^2} + \frac{1}{a+b}; \quad 12) \frac{4b-c}{b^2-c^2} + \frac{1}{b-c}.$$

**5.** Знайдіть значення виразу  $\frac{6}{5x-20} - \frac{x-5}{x^2-8x+16}$ , якщо  $x = 3$ .

**6.** Спростіть вираз  $(m^2-16n^2) : \frac{m+4n}{m}$  і знайдіть його значення, якщо  $m = 1, n = -2$ .

**7.** Знайдіть значення виразу  $\frac{2a}{a^2-b^2} - \frac{1}{a+b}$ , якщо  $a = -3,73$  і  $b = 0,27$ . (ЗНО, 2006 р.).

**8.** Обчисліть значення виразу  $\frac{a^2-b^2}{a-b} - \frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}$ , якщо  $a = 10,2; b = -0,2$ . (ЗНО, 2013 р.).

**9.** Установіть відповідність між заданим виразом (1–4) та виразом, який тотожно дорівнює заданому (А–Д).

Вираз

1  $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + c$

2  $\frac{1}{c} = \frac{1}{a} - b$

3  $a = \frac{1}{c} - b$

4  $\frac{1}{b} = \frac{1}{c} - a$

Тотожно йому рівний вираз

А  $c = \frac{1}{a+b}$

Б  $c = \frac{b}{1+ab}$

В  $c = \frac{b-a}{ab}$

Г  $c = \frac{a}{1-ab}$

Д  $c = \frac{a-b}{ab}$

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**10.** Спростіть вираз  $\left(\frac{2x}{x^2-2x+1} + \frac{x}{x-1}\right) \cdot \frac{x^3-x}{(x+1)^2} + \frac{1}{1-x}$ .

**11.** Знайдіть значення виразу  $\frac{2y-1}{2y} - \frac{2y}{2y-1} - \frac{1}{2y-4y^2}$ , якщо  $y = -2\frac{3}{7}$ .

**12.** Знайдіть значення виразу  $\frac{(b-y)^2}{2y} \cdot \left(\frac{3y}{b^2-y^2} + \frac{y}{(y-b)^2}\right) + \frac{3y}{b+y}$ .

## Рівень С

1. Установіть відповідність між заданим виразом (1–4) та виразом, який тотожно дорівнює заданому (А–Д).

Вираз

1  $\frac{8x^2}{x-3y} : \frac{6x^3}{x^2-9y^2} \cdot \frac{3x}{4x+12y}$

2  $\left( \frac{x}{x^2-25} - \frac{x-8}{x^2-10x+25} \right) : \frac{x-20}{(x-5)^2}$

3  $\left( \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} - 1 \right) \cdot \frac{1-x}{1+x^2}$

4  $\left( \frac{x}{x-1} - \frac{x^2+1}{1-x^2} - \frac{x}{1+x} \right) \cdot \frac{1}{x+1}$

Тотожно йому рівний

вираз

А  $\frac{1}{x+1}$

Б  $\frac{1}{x-1}$

В 1

Г  $-\frac{2}{x+5}$

Д  $\frac{2}{x+5}$

А Б В Г Д

1

2

3

4

2. Відомо, що  $y + \frac{1}{y} = 6$ . Знайдіть  $y^2 + \frac{1}{y^2}$ .
3. Знайдіть значення виразу  $\frac{2m-1,5n}{32m^2-18n^2}$ , якщо  $4m+3n=8$ .
4. Доведіть, що значення виразу  $\left( \frac{a^2}{4b^3} + \frac{2}{a} \right) : \left( \frac{a}{2b^2} - \frac{1}{b} + \frac{2}{a} \right) : \frac{(a-2b)^2 + 8ab}{4 + \frac{2a}{b}}$  є додатним при всіх допустимих значеннях змінних.
5. Знайдіть значення виразу  $x^3 - \frac{1}{x^3}$ , якщо  $x - \frac{1}{x} = 4$ .
6. Відомо, що  $y = \frac{1-n}{n}$ ,  $x = \frac{n}{2-n}$ . Виразіть  $y$  через  $x$ .

### Рефлексія

- 1) Сьогодні я дізнався/дізналась, що .....
- .....
- .....
- 2) Цей урок допоміг мені зрозуміти, що .....
- .....
- .....
- 3) Під час уроку я зрозумів/зрозуміла, що я вже вмю .....
- .....
- .....
- 4) Найскладнішим для мене було .....
- .....
- .....

- 5) Тепер я впевнений/упевнена у своїй здатності .....
- .....
- .....
- 6) Найбільше мені сподобалося .....
- .....
- .....

### **Можливі теми проєктів**

- 1.** Що таке фрактали і як фрактали співвідносяться із константою Фібоначчі?
- 2.** Взаємозв'язок між фракталами, рядом чисел Фібоначчі та точкою «золотого перерізу».
- 3.** Приклади геометричних фракталів та їхня побудова.
- 4.** Застосування дробово-раціональних виразів у фізиці.
- 5.** Застосування дробово-раціональних виразів в архітектурі та в будівництві.
- 6.** Моделювання практичних задач за допомогою дробово-раціональних виразів.







