



Тема 3.

Тотожні перетворення ірраціональних виразів

Урок 2. Арифметичний квадратний корінь. Властивості арифметичних квадратних коренів

Тип уроку: урок узагальнення та систематизації знань.

План уроку

1. Поняття арифметичного квадратного кореня.
2. Квадратний корінь зі степеня.
3. Квадратний корінь із добутку та частки.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

висловлює власне ставлення до здобутої інформації та нові ідеї, які виникли в результаті аналізу інформаційних джерел, наводить контраргументи [12 МАО 1.2.1–2 П];

виявляє ініціативу, пропонує та обґрунтовує ідеї щодо способу розв'язання специфічних проблемних ситуацій [12 МАО 2.2.1–1 П];

оцінює обґрунтованість математичного розв'язання в контексті реальної комплексної проблемної ситуації [12 МАО 3.2.3–1 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) На початку уроку запропонуйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку. Запитання можна лише сформулювати, а відповіді на них давати поступово у процесі викладення матеріалу.
- 2) Повторіть основні поняття попереднього уроку. Для цього розв'яжіть кілька прикладів на повторення.
- 3) Сформулюйте умови задач практичного змісту, розв'язання яких запропонуйте учням/ученицям як розв'язання в групах після вивчення теорії.
- 4) Теорію подавайте стисло, акцентуйте увагу (коли можливо) на її практичному застосуванні.

- 5) Акцентуйте увагу учнів/учениць, що в подальшому, коли ми будемо говорити «квадратний корінь», то матимемо на увазі саме «арифметичний квадратний корінь».
- 6) Історичні відомості подавайте у межах часових можливостей.
- 7) До кожного теоретичного твердження наведено кілька ілюстративних прикладів. Обирайте ілюстративні приклади на свій розсуд.
- 8) Увесь запропонований матеріал неможливо подати в часових вимірах одного уроку, тому обирайте кількість матеріалу на ваш розсуд.
- 9) Запропонуйте учням/ученицям довести знайдену вавилонянами наближену формулу обчислення арифметичного квадратного кореня як частину домашнього завдання.
- 10) Пошук інших способів наближеного значення арифметичних квадратних коренів можна запропонувати учням/ученицям у вигляді дослідницького проєкту.
- 11) Після аналізу прикладу $\sqrt{-9}$, можна наголосити про розширення множини дійних чисел до множини комплексних чисел. Тоді на множині комплексних чисел $\sqrt{-9}$ добувається.
- 12) Запропонуйте учням/ученицям проєкт, спрямований на ознайомлення з комплексними числами та їхнім практичним використанням. Повідомте, що теоретичні основи радіотехніки та електротехніки ґрунтуються саме на застосуванні комплексних чисел.
- 13) Акцентуйте увагу учнів, на відмінності й особливостях виразів $(\sqrt{a})^2$ та $\sqrt{a^2}$.
- 14) Зауважте, що:
- $(\sqrt{a})^2 = a$ — є правильним лише для невід'ємних значень a ;
 - $\sqrt{a^2} = |a|$, де a — будь-яке число.
- 15) Запропонуйте учням/ученицям подивитися короткі відеоуроки (до трьох хвилин), що розкривають зміст уведених понять. Це може бути частиною домашнього завдання.
- 16) Поверніться до практичних задач, сформульованих на початку уроку. Об'єднайте учнів/учениць у кілька груп. Під час розв'язання задач групами важливо формувати комунікаційні навички, інтегрувати здобуті знання у розв'язання практичних задач.

I. Організаційна частина (2 хв)

Мотиваційні запитання

- 1) Яке застосування мають квадратні корені?
- 2) Як дія добування квадратного кореня пов'язана з геометрією?
- 3) Як визначити відстань між двома точками, якщо відомі їхні координати?
- 4) Чи можна знайти квадратний корінь із деякого числа без калькулятора?
- 5) Чи доречне застосування квадратного кореня в різноманітних галузях людської діяльності, наприклад, в архітектурі, будівництві, дизайні, технологіях?

6) Що було б неможливе у людській діяльності, якби не існувало квадратного кореня?

7) Чи завжди можна виконати обернену операцію, тобто знайти основу степеня, якщо відоме значення степеня?

II. (Усно). Повторення (3–4 хв)

1. Укажіть корені рівняння $y^2 = 100$.

Відповідь. $-10; 10$.

2. Укажіть корені рівняння $x^2 = 10$.

Відповідь. $-\sqrt{10}; \sqrt{10}$.

3. Знайдіть діагональ квадрата, якщо сторона квадрата дорівнює 5 см.

Відповідь. $5\sqrt{2}$ см.

4. Подайте звичайні дробби у вигляді десяткових:

1) $\frac{3}{20}$;

2) $\frac{4}{5}$;

3) $\frac{7}{40}$.

Відповідь. 1) 0,15; 2) 0,8; 3) 0,175.

5. Розв'яжіть рівняння $(2x - 3)^2 = 11$.

Відповідь. $\frac{3 \pm \sqrt{11}}{2}$.

Як я вирішую певну проблему?

Задача 1. Для контролю правильності вимірів фундаменту будинку прямокутної форми, вимірюють діагоналі, оскільки в прямокутника діагоналі рівні. Якщо довжина фундаменту становить 15 м, а ширина — 9 метрів, то якої довжини мають бути діагоналі?

Задача 2. Найвідомішою пірамідою на планеті є піраміда Хеопса, розміри якої мають цікаві математичні залежності. Наприклад, площа квадрата, побудованого на висоті піраміди, дорівнює площі бічної грані піраміди. Площа бічної грані становить 21963,24 м². Як знайти висоту піраміди?

Задача 3. Розв'яжіть рівняння $\frac{(\sqrt{-x})^2 + \sqrt{x^2}}{2x^2} = 2012$.

III. Поняття арифметичного квадратного кореня (4–5 хв)

На попередньому уроці ми досліджували рівняння $x^2 = a$, корені якого назвали квадратними коренями з числа a .

Наприклад.

1) Квадратними коренями з числа 2500 є числа -50 та 50 , бо $(-50)^2 = 2500$ та $50^2 = 2500$.

2) Квадратними коренями з числа 0,36 є числа $-0,6$ та $0,6$, бо $(-0,6)^2 = 0,36$ та $0,6^2 = 0,36$.

3) Квадратним коренем числа 0 є число 0, бо $0^2 = 0$.

4) Квадратних коренів з від'ємних чисел не існує на множині дійсних чисел, бо жодне дійсне число при піднесенні до квадрата не буде від'ємним.

Означення. Корені рівняння виду $x^2 = a$, якщо $a > 0$, називають **квадратними коренями** і позначають $x_1 = -\sqrt{a}$, $x_2 = \sqrt{a}$. Додатнє значення кореня рівняння $x^2 = a$ називається арифметичним квадратним коренем із числа a .

Означення. Арифметичним квадратним коренем із числа a називають невід'ємне число, квадрат якого дорівнює a .

Тобто: $\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a, a \geq 0, b \geq 0$.

Наприклад, $\sqrt{36} = 6$, оскільки $6^2 = 36$;

$\sqrt{0} = 0$, оскільки $0^2 = 0$;

$\sqrt{64} = 8$, оскільки $8^2 = 64$;

$\sqrt{81} = 9$, оскільки $9^2 = 81$;

$\sqrt{\frac{16}{225}} = \frac{4}{15}$, оскільки $\left(\frac{4}{15}\right)^2 = \frac{16}{225}$.

Числа, з яких корінь без остачі не добувається, називають ірраціональними числами, тобто нескінченними неперіодичними десятковими дробами. Тоді, для обчислень, можна брати наближені значення цих коренів.

Порада учням. Запам'ятайте, що $\sqrt{2} \approx 1,4$, $\sqrt{3} \approx 1,7$, оскільки ці корені часто використовують як у практичних обчисленнях, так і, до речі, в тестових завданнях ЗНО/НМТ.

Історична довідка про виникнення квадратних коренів

До XVI ст. ірраціональні числа називалися «глухими», такими, що не вимовляються (surdi – лат.). У підручниках з математики англomовних країн можна зустріти термін surds (арифметичний корінь), що співзвучний до відомого вам слова сурдопереклад, тобто переклад для людей з вадами слуху.

Давньогрецькі математики квадратний корінь називали плєура — сторона, тобто обчислення сторони квадрата за даною площею. В латинській мові це слово «radix» – сторона, бік, корінь. Тому квадратні корені називають радикалами, що означає корені.

За першою буквою слова radix — *r* виник знак кореня $\sqrt{\quad}$, який увів у математику Рене Декарт.

Порада учням. Знак $\sqrt{\quad}$ використовують саме на позначення арифметичного квадратного кореня. Тому, у різноманітних прикладах, у яких використовують цей знак, маємо обчислювати саме арифметичний квадратний корінь.

Ілюстративний приклад

6. Обчисліть: 1) $\sqrt{5625}$; 2) $\sqrt{\frac{36}{225}}$; 3) $\sqrt{-9}$.

Розв'язання. 1) $\sqrt{5625} = 75$, оскільки 75 число невід'ємне, та $75^2 = 5625$.

2) $\sqrt{\frac{36}{225}} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$, оскільки $\frac{2}{5}$ число невід'ємне, та $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} = \frac{4 \cdot 9}{25 \cdot 9} = \frac{36}{225}$.

3) $\sqrt{-9}$ обчислити на множині дійсних чисел неможливо тому, що на цій множині не існує такого числа, квадрат якого дорівнював би (-9) .

Історична довідка про обчислення значень арифметичного квадратного кореня

Стародавні вавилоняни 4 тис. років тому добували квадратний корінь, якщо число не було точним квадратом, за допомогою формули, яку в сучасному вигляді можна записати так: $\sqrt{a^2 + b} = a + \frac{b}{2a}$.

За допомогою цієї формули знайдемо наближене значення числа $\sqrt{13}$.

$$\sqrt{13} = \sqrt{3^2 + 4} \approx 3 + \frac{4}{6} = 3,6\bar{6}.$$

Якщо обчислити $\sqrt{13}$ на калькуляторі з точністю до 0,001, то отримаємо: $\sqrt{13} \approx 3,606$.

IV. Квадратний корінь зі степеня (7–8 хв)

Якщо піднести квадратний корінь до квадрата, то яке число отримаємо?

Оскільки $\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a$, $a \geq 0$, $b \geq 0$, то із наведеного означення арифметичного квадратного кореня випливає, що для будь-якого невід'ємного числа a маємо $\sqrt{a} \geq 0$ і $(\sqrt{a})^2 = a$, бо $b = \sqrt{a}$, а b^2 — це a .

Нехай потрібно обчислити значення $\sqrt{(-1,96)^2}$.

Якщо використовувати правила, які регулюють порядок виконання дій при обчисленнях, то спочатку потрібно піднести число, що під знаком кореня до квадрата і добути корінь: $\sqrt{(-1,96)^2} = \sqrt{3,8416} = 1,96$, що зробити без калькулятора досить важко, тому на допомогу приходить властивість:

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

Доведення. Оскільки $|a| \geq 0$, то $|a|^2 = a^2$.

Тоді: $\sqrt{(-1,96)^2} = |-1,96| = 1,96$.

Існує більш загальна властивість, яка доводиться аналогічно:

$$\sqrt{a^{2k}} = |a^k|.$$

Акцентуйте увагу учнів/учениць на відмінності й особливостях виразів $(\sqrt{a})^2$ та $\sqrt{a^2}$.

Зауважте, що:

- порядок виконання дій при обчисленнях значень зазначених виразів інший;
- $(\sqrt{a})^2 = a$ – є правильним лише для невід’ємних значень a ;
- $\sqrt{a^2} = |a|$, де a – будь-яке число.

Ілюстративні приклади (3–4 хв)

7. Спростіть вираз $\sqrt{(2-\sqrt{7})^2}$.

Розв’язання. $\sqrt{(2-\sqrt{7})^2} = |2-\sqrt{7}| = -(2-\sqrt{7}) = \sqrt{7}-2$, бо $2-\sqrt{7} < 0$ оскільки $\sqrt{7} > \sqrt{4} = 2$.

8. Спростіть вираз $\sqrt{x^2 - x + \frac{1}{4}}$.

Розв’язання. $\sqrt{x^2 - x + \frac{1}{4}} = \sqrt{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2} = \left|x - \frac{1}{2}\right| = \begin{cases} x - \frac{1}{2}, x \geq \frac{1}{2}, \\ \frac{1}{2} - x, x < \frac{1}{2}. \end{cases}$

9. Розв’яжіть рівняння $\sqrt{(n-2)^2} = 25$.

Розв’язання. $\sqrt{(n-2)^2} = 25$, $|n-2| = 25$, $\begin{cases} n-2 = -25, \\ n-2 = 25; \end{cases} \begin{cases} n = -23, \\ n = 27. \end{cases}$

Відповідь. $-23; 27$.

10. Математичний софізм. Знайдіть помилку в доведенні:

$$\begin{aligned} (4-4,5)^2 &= (5-4,5)^2, \\ \sqrt{(4-4,5)^2} &= \sqrt{(5-4,5)^2}, \\ 4-4,5 &= 5-4,5, \\ 4 &= 5. \end{aligned}$$

Неправильне використання якої властивості призвело до такої помилки?

V. Квадратний корінь із добутку та частки (7–8 хв)

Як можна обчислювати квадратні корені з великих чисел або дробів без калькулятора?

Приклад. Обчислимо значення виразу:

$$\sqrt{0,25 \cdot 0,49} = \sqrt{0,1225} = 0,35.$$

$$\text{Проте, } 0,35 = 0,5 \cdot 0,7 = \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{0,49}.$$

$$\text{Це означає, що } \sqrt{0,25 \cdot 0,49} = \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{0,49} = 0,5 \cdot 0,7 = 0,35.$$

Отож, чи завжди можна так обчислювати?

Правильною є властивість:

Якщо $a \geq 0$ і $b \geq 0$, то $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

Доведення. Оскільки $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$, то: $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = a \cdot b$.

Ця формула поширюється на будь-яку скінченну кількість невід'ємних множників.

Оскільки квадрат дробового виразу дорівнює квадрату чисельника поділеного на квадрат знаменника, то маємо властивість:

Якщо $a \geq 0$ і $b > 0$, то $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Доведення цієї властивості проведіть самостійно — аналогічно доведенню попередньої властивості.

Щоб запобігти поширеній серед учнів/учениць помилці варто наголосити, що

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b} \text{ і } \sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}.$$

Проілюструйте прикладами:

1) $\sqrt{36+64} \neq 6+8$, бо $\sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$.

2) $\sqrt{169-144} \neq 13-12$, бо $\sqrt{169-144} = \sqrt{25} = 5$.

Відеоуроки: «Арифметичний квадратний корінь. Властивості арифметичних квадратних коренів»

<https://vm.tiktok.com/ZMhr8BqTW/> _____



<https://vm.tiktok.com/ZMhr8XuEP/> _____



<https://vm.tiktok.com/ZMhr87aXP/> _____



<https://vm.tiktok.com/ZMhr8WR2J/> _____



<https://vm.tiktok.com/ZMhr87CvD/> _____



<https://vm.tiktok.com/ZMhrL1pRj/> _____



Ілюстративні приклади

11. Обчисліть: $\sqrt{1\frac{24}{25} \cdot 5\frac{1}{16} \cdot 2,56}$.

Розв'язання. $\sqrt{1\frac{24}{25} \cdot 5\frac{1}{16} \cdot 2,56} = \sqrt{\frac{49}{25} \cdot \frac{81}{16} \cdot 2,56} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{25}} \cdot \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{16}} \cdot \sqrt{2,56} = \frac{7}{5} \cdot \frac{9}{4} \cdot 1,6 =$
 $= \frac{7}{5} \cdot \frac{9}{4} \cdot \frac{8}{5} = \frac{126}{100} = 1,26$.

Відповідь. 1,26.

12. Обчисліть: $\sqrt{0,53^2 - 0,25 \cdot 0,81}$.

Розв'язання. $\sqrt{0,53^2 - 0,25 \cdot 0,81} = \sqrt{0,53^2 - 0,45^2} = \sqrt{0,08 \cdot 0,98} = \sqrt{2 \cdot 0,04 \cdot 2 \cdot 0,49} =$
 $= 2 \cdot 0,2 \cdot 0,7 = 0,28$.

Відповідь. 0,28.

13. Учень навів такі міркування: $\sqrt{(-4) \cdot (-25)} = \sqrt{-4} \cdot \sqrt{-25}$, тобто вираз не має змісту. В чому помилка учня? Як правильно обчислити?

Розв'язання. Помилка в тому, що учень застосував властивість арифметичного квадратного кореня з добутку для від'ємних чисел -4 та -25 , чого робити не можна, бо властивість була доведена лише для невід'ємних чисел.

Правильно обчислювати так: $\sqrt{(-4) \cdot (-25)} = \sqrt{4 \cdot 25} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{25} = 2 \cdot 5 = 10$.

Для **недодатних** чисел a та b справедливі властивості:

1) $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b}$.

2) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-b}}$ ($b \neq 0$).

Доведіть наведені властивості самостійно, за означенням квадратного кореня.

Коли виникає потреба не добувати корінь із добутку або з частки, а навпаки, помножити або поділити декілька арифметичних квадратних коренів, тоді також використовують наведені властивості.

14. Обчисліть: $\sqrt{3\frac{1}{6}} \cdot \sqrt{1\frac{3}{13}}$.

Розв'язання. $\sqrt{3\frac{1}{6}} \cdot \sqrt{1\frac{5}{19}} = \sqrt{\frac{19}{6} \cdot \frac{24}{19}} = \sqrt{4} = 2$.

Відповідь. 2.

15. Обчисліть: $\frac{\sqrt{1,4}}{\sqrt{560}}$.

Розв'язання. $\frac{\sqrt{1,4}}{\sqrt{560}} = \sqrt{\frac{1,4}{560}} = \sqrt{\frac{14}{5600}} = \sqrt{\frac{1}{400}} = \frac{1}{20} = 0,05$.

Відповідь. 0,05.

16. Бабуся Марія має прямокутну земельну грядку, довжина якої дорівнює $\sqrt{40}$ м, а її діагональ — $\sqrt{50}$ м. Знайдіть ширину цієї грядки та її площу, аби бабуся порахувала, скільки кущів троянд вона може посадити на грядці, якщо на $0,5 \text{ м}^2$ можна садити один кущ.

Розв'язання. За теоремою Піфагора знайдемо ширину грядки:

$$\sqrt{(\sqrt{50})^2 - (\sqrt{40})^2} = \sqrt{50 - 40} = \sqrt{10} \text{ (м)}.$$

Площа грядки дорівнює: $\sqrt{40} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{400} = 20 \text{ (м}^2\text{)}$.

Тоді бабуся може посадити на грядці 40 кущів троянд.

Відповідь. $\sqrt{10}$ м, 20 м^2 , 40 кущів.

VI. Розв'язування практичних задач. Групова активність (7–10 хв)

Задача 1. Для контролю правильних вимірів фундаменту будинку прямокутної форми, виміряють діагоналі, оскільки в прямокутника діагоналі рівні. Якщо довжина фундаменту становить 15 м, а ширина — 9 метрів, то якої довжини мають бути діагоналі?

Розв'язання. Знайдемо діагональ прямокутника за теоремою Піфагора:

$$d = \sqrt{15^2 + 9^2} = \sqrt{225 + 81} = \sqrt{306} \approx 17,49 \text{ (м)}.$$

Отже, для перевірки розмірів фундаменту, треба виміряти дві діагоналі, які дорівнюють по 17,49 метра.

Відповідь. 17,49 м.

Задача 2. Найвідомішою пірамідою на планеті є піраміда Хеопса, розміри якої мають цікаві математичні залежності. Наприклад, площа квадрата, побудованого на висоті піраміди, дорівнює площі бічної грані піраміди. Площа бічної грані становить $21963,24 \text{ м}^2$. Як знайти висоту піраміди?

Розв'язання. Оскільки квадрат, побудований на висоті піраміди, рівновеликий рівнобедреному трикутнику бічної грані, то щоб знайти висоту, потрібно добути квадратний корінь із площі бічної грані піраміди.

$$\text{Тому, } h = \sqrt{21963,24} = 148,2 \text{ (м)}.$$

Отже, висота піраміди Хеопса становить 148,2 м.

Відповідь. 148,2 м.



Автор фото: Ігор Клочко

Задача 3. Розв'яжіть рівняння $\frac{(\sqrt{-x})^2 + \sqrt{x^2}}{2x^2} = 2025$.

Розв'язання. Із умови випливає, що $x < 0$.

Тоді: $\frac{(\sqrt{-x})^2 + \sqrt{x^2}}{2x^2} = 2025$, $\frac{-x + |x|}{2x^2} = 2025$, $\frac{-x - x}{2x^2} = 2025$, $\frac{-2x}{2x^2} = 2025$, $-\frac{1}{x} = 2025$,
 $x = -\frac{1}{2025}$.

Відповідь. $-\frac{1}{2025}$.

Узагальнення вивченого матеріалу можна провести у вигляді інтерактивної гри за допомогою сервісу Kahoot:

<https://create.kahoot.it/details/2864134a-7e5f-4648-aba7-c1c5ce3347f1> ____



VII. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

Рівень А

1. Спростіть вирази:

1) $\sqrt{9a^{16}}$; 2) $\sqrt{36b^8}$; 3) $\sqrt{49c^4}$; 4) $\sqrt{81d^6}$.

2. Обчисліть раціональним способом:

1) $\sqrt{13^2 - 12^2}$; 2) $\sqrt{41^2 - 40^2}$; 3) $\sqrt{85^2 - 84^2}$.

3. Обчисліть:

1) $\frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{160}}$; 2) $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{12}}$; 3) $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{3}}$; 4) $\frac{\sqrt{999}}{\sqrt{111}}$.

4. Площа квадрата дорівнює 25 м^2 , а другого — становить 36 м^2 .

- 1) У скільки разів сторона другого квадрата довша за сторону першого?
- 2) На скільки відсотків сторона другого квадрата більша за сторону першого?
- 3) На скільки відсотків площа другого квадрата більша за площу першого?

5. Обчисліть:

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-4} \cdot 3^{-2}$; 2) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} \cdot \sqrt{6}^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2}$.

6. День квадратного кореня відзначають тоді, коли число і порядковий номер місяця є квадратними коренями із числа, утвореного двома останніми цифрами року. Уперше цей день відзначали 9 вересня 1981 року (09.09.1981). Укажіть найближчу дату в майбутньому, коли відзначатиметься цей день.

Рівень В

1. Обчисліть:

$$1) \sqrt{(-1,2)^4}; \quad 2) \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^6}; \quad 3) \sqrt{\left(1\frac{2}{3}\right)^4}; \quad 4) \sqrt{(-11)^6}.$$

2. Спростіть вирази:

$$1) \sqrt{36m^{18}}, \text{ якщо } m < 0; \quad 2) \sqrt{a^6b^{10}}, \text{ якщо } a > 0, b < 0;$$

$$3) \sqrt{16y^{10}}, \text{ якщо } y \geq 0; \quad 4) -0,2a^3\sqrt{1,21a^{18}b^{16}}, \text{ якщо } a \leq 0.$$

3. Обчисліть раціональним способом:

$$1) \sqrt{72,5^2 - 17,5^2}; \quad 2) \sqrt{98,5^2 - 97,5^2}.$$

4. Знайдіть значення числових виразів:

$$1) \sqrt{0,05} \cdot \sqrt{45}; \quad 2) \sqrt{2,7} \cdot \sqrt{1,2}; \quad 3) \sqrt{16,9} \cdot \sqrt{0,04}; \quad 4) \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{0,025}}.$$

5. Обчисліть:

$$1) \sqrt{10^6 \cdot 0,04^2}; \quad 2) \sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^4 \cdot (-40)^2};$$

$$3) \sqrt{\frac{(-2)^6 \cdot 3^4}{5^2}}; \quad 4) \sqrt{(-6)^6 \cdot 0,2^4 \cdot (-2)^2}.$$

6. Площа квадрата 25 м². Якою має бути сторона іншого квадрата, щоб його площа була на 96% більшою?

7. Спростіть вирази:

$$1) \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}; \quad 2) \sqrt{(\sqrt{11} - \sqrt{5})^2}; \quad 3) \sqrt{(5 - \sqrt{2})^2}.$$

8. Для обчислення площі S трикутника використовується формула Герона:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ де } a, b, c \text{ — сторони трикутника, } p = \frac{a+b+c}{2}.$$

Обчисліть площі трикутників та заповніть таблицю.

a	b	c	p	S
13	14	15		
13	20	21		
12	58	50		

Обчислення намагайтесь робити найраціональнішим способом без використання калькулятора.

9. Знайдіть значення квадратного кореня без калькулятора, попередньо розклавши число під коренем на множники:

$$1) \sqrt{139876}; \quad 2) \sqrt{331776}.$$

10. Побудуйте графік функції:

$$1) y = \sqrt{x^2} - 2x + 1, \text{ якщо } x \geq 0; \quad 2) y = \sqrt{x^2} - 1.$$

11. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \sqrt{x^2} = x + 12; \quad 2) \sqrt{x^2} = 9 - x.$$

- 12.** Один фінансист, який проґавив упродовж навчання в школі вивчення квадратних коренів, міркував так:

$$\sqrt{1 \text{ грн}} = \sqrt{100 \text{ коп.}} = 10 \text{ коп.}$$

але $\sqrt{1 \text{ грн}} = \sqrt{1^2 \text{ грн}} = 1 \text{ грн}$, тобто $1 \text{ грн} = 10 \text{ коп.}$

Укажіть, де «проґалина» у міркуваннях фінансиста, який «проґавив» корені.

Рівень С

- 1.** Обчисліть:

1) $\sqrt{2,5 \cdot 510 \cdot 1 \frac{8}{17} \cdot 3}$;

2) $\sqrt{950 \cdot 5 \cdot 2 \frac{11}{19} \cdot 1,6}$.

- 2.** Обчисліть раціональним способом:

1) $\sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}}$;

2) $\sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{193,5^2 - 31,5^2}}$;

3) $\sqrt{0,27 \cdot 36 + 0,73 \cdot 36}$;

4) $\sqrt{(313^2 - 312^2)(82^2 - 18^2)}$.

- 3.** Розв'яжіть рівняння:

1) $-\sqrt{y^2} = -\sqrt{45 \cdot 80}$;

2) $2\sqrt{p^4} = \sqrt{8 \cdot 98}$.

- 4.** Спростіть вирази:

1) $-5\sqrt{a^2 + 12a + 36}$, якщо $a < -6$;

2) $\frac{\sqrt{a^2 + 14a + 49}}{a + 7}$, якщо $a < -7$.

- 5.** За яких умов рівності будуть тотожностями:

1) $\sqrt{x^{22}} = x^{11}$;

2) $\sqrt{a^{16}} = a^8$;

3) $\sqrt{(-p)^2} = -p$?

- 6.** Спростіть вирази:

1) $\sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$;

2) $\sqrt{16 - 6\sqrt{7}}$;

3) $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$.

- 7.** Доведіть формулу $\sqrt{a^2 + b} = a + \frac{b}{2a}$.

- 8. Творче завдання.** Напишіть комп'ютерну програму добування квадратного кореня зі степеня з натуральним показником.

VIII. Рефлексія (2 хв)

- 1.** Я знаю, що таке арифметичний квадратний корінь.

Так

Ще треба потренуватися

Ні

- 2.** Я розумію, як добувати арифметичний квадратний корінь із чисел, які є точними квадратами.

Так

Ще треба потренуватися

Ні

- 3.** Я відрізняю дії піднесення кореня до квадрата та добування кореня із квадрата.

Так

Ще треба потренуватися

Ні

4. Я можу використовувати властивості арифметичного квадратного кореня для обчислень та спрощень виразів.
- | | | |
|-----|------------------------|----|
| Так | Ще треба потренуватися | Ні |
|-----|------------------------|----|
5. Я вмію множити і ділити між собою арифметичні квадратні корені.
- | | | |
|-----|------------------------|----|
| Так | Ще треба потренуватися | Ні |
|-----|------------------------|----|
6. Я розумію, як використовувати вивчену тему при розв'язуванні задач практичного змісту.
- | | | |
|-----|------------------------|----|
| Так | Ще треба потренуватися | Ні |
|-----|------------------------|----|

Можливі теми проєктів

1. Арифметичний квадратний корінь у геометричних задачах.
2. Квадратний корінь у комп'ютерній графіці.
3. Створіть демонстраційний постер, який наочно ілюструє властивості арифметичного квадратного кореня та сфери його застосування.
4. Дослідіть різні методи обчислення арифметичних квадратних коренів. Порівняйте точність обчислень при застосуванні цих методів.
5. Аналіз ролі квадратного кореня в алгоритмах шифрування даних.
6. Способи наближених обчислень арифметичного квадратного кореня.