



Тема 1. Корені n -го степеня

Урок 2. Урок–практикум. Добування коренів n -го степеня та обчислення значень виразів

РОБОЧИЙ АРКУШ

(моє ім'я)

I. Очікувані результати навчальних досягнень

На уроці ви:

- 1) відпрацюєте вміння та навички щодо добування коренів n -го степеня;
- 2) відпрацюєте вміння та навички розв'язання рівнянь виду $x^n = a$;
- 3) застосуєте знання про нерівності для знаходження ОДЗ виразів із коренями n -го степеня;
- 4) відпрацюєте перетворення ірраціональних виразів із декількома коренями n -го степеня у нескладних випадках;
- 5) застосуєте набуті знання, вміння та навички для розв'язання прикладної задачі методами алгебри.

II. Обчислення значень виразів із декількома коренями n -го степеня

Робота в парах

Означення. Коренем n -го степеня ($n \in \mathbb{N}, n \neq 1$) із даного числа a називають таке число, n -ий степінь якого дорівнює a .

Означення. Арифметичним коренем n -го степеня ($n \in \mathbb{N}, n \neq 1$) із даного невід'ємного числа a називають таке невід'ємне число, n -ий степінь якого дорівнює a .

Випадок	Властивості	Позначення	ОДЗ	Приклади
n — непарне	Для будь-якого дійсного числа a існує єдиний корінь n -го степеня з a .	$\sqrt[n]{a}$	$a \in \mathbb{R}$	$\sqrt[3]{27} = 3$, $\sqrt[5]{-32} = -2$, $\sqrt[3]{7} \approx 1,912931183$.
n — парне	1. Якщо $a > 0$, то існують два протилежних значення кореня n -го степеня з числа a . 2. Якщо $a = 0$, то існує один корінь n -го степеня, і він дорівнює нулю. 3. Якщо $a < 0$, то кореня n -го степеня з числа a в дійсних числах не існує.	$\sqrt[n]{a}$; $-\sqrt[n]{a}$	$a \geq 0$	$\sqrt[4]{81} = 3$, $\sqrt[6]{0} = 0$, $\sqrt[8]{-256}$ не існує, $\sqrt[4]{17} \approx 2,030543185$.

Завдання для роботи в парах

1. Знайдіть: $\sqrt[4]{256}$.
2. Обчисліть: $\sqrt[3]{4\frac{17}{27}}$.
3. Спростіть вираз $\sqrt[3]{0,064} - \sqrt[5]{0,01024}$.
4. Знайдіть та виправте помилку у наступному завданні на добування кореня:

$$\sqrt[4]{6\frac{346}{625}}.$$

Розв'язання. Перетворимо підкореневий вираз на неправильний дріб:

$$6\frac{346}{625} = \frac{6 \cdot 625 + 346}{625} = \frac{4096}{625} = \frac{2^{12}}{5^4} = \frac{8^4}{5^4}.$$

Отже, отримуємо два числа, які у четвертому степені дають $6\frac{346}{625}$, а саме: $\frac{8}{5}; -\frac{8}{5}$.

Звідси знаходимо два значення кореня: $\sqrt[4]{6\frac{346}{625}} = \pm \frac{8}{5}$.

Відповідь. 1,6; -1,6.

5. Заповніть пропуски в наступному розв'язанні завдання на знаходження значення виразу з декількома коренями n -го степеня: $\sqrt[3]{26+15\sqrt{3}} + \sqrt[3]{26-15\sqrt{3}}$.

III. Знаходження області допустимих значень коренів n -го степеня

Найпростіші рівняння n -го степеня		
Вид рівняння	Відповідь	Приклади
$x^n = a$, n — непарне	$x = \sqrt[n]{a}$	$x^5 = 32 \Leftrightarrow x = \sqrt[5]{32} \Leftrightarrow x = 2$ $x^3 = 12 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{12} \approx 2,29$
$x^n = a$, n — парне	$x_{1,2} = \pm \sqrt[n]{a}$, при $a > 0$ $x = 0$, при $a = 0$ $x \in \emptyset$, при $a < 0$	$x^4 = 16 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt[4]{16} \Leftrightarrow x = \pm 2$ $x^6 = -64 \Leftrightarrow x \in \emptyset$ $x^4 = 24 \Leftrightarrow x = \sqrt[4]{24} \approx 2,21$

Завдання для роботи в малих групах

- Розв'яжіть рівняння $(x - 0,1)^3 = 1,331$. Чи є отримана відповідь раціональним числом?
- Розв'яжіть в дійсних числах рівняння $(2x + 3)^4 = 25$. Спростіть отримані значення для коренів рівняння.
- Розв'яжіть рівняння $3x^6 - 5,2 = 11,6$. Знайдіть наближені значення коренів рівняння та заокругліть їх до десятих.
- При яких значеннях змінної має зміст вираз $\sqrt[4]{2x^2 + 3x - 5} - \frac{\sqrt[3]{x^2 - 1}}{\sqrt[6]{x^2 - 8x + 16}}$? Запишіть відповідь у вигляді об'єднання проміжків.
- Скільки чисел входить до ОДЗ виразу $\sqrt[4]{x^2 - 3x + 2} - \sqrt[6]{x - 1} + \frac{2x + 3}{\sqrt[8]{2 - x}}$ на множині $\mathbb{R}$?

IV. Самостійна робота

- Обчисліть: $\left(\left(\sqrt[3]{3}\right)^3\right)^3$.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt[3]{3}$	3	9	27	інша відповідь

- Знайдіть значення виразу $(1 - \sqrt{7})^2 + 2\sqrt{7}$.

А	Б	В	Г	Д
7	8	9	$4\sqrt{7}$	інша відповідь

- Скільки натуральних чисел входить до ОДЗ виразу $\sqrt[6]{5x - 2x^2 - 2}$?

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	жодного	безліч

4. Знайдіть добуток коренів рівняння $4(2x + 3)^4 = 0,25$.

А	Б	В	Г	Д
$2\frac{3}{16}$	$-2\frac{3}{16}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$-1\frac{1}{2}$

5. Усі дійсні корені рівняння $3(3x - 2)^3 = -0,081$ є ...

А	Б	В	Г	Д
натуральними числами.	цілими недодатними числами.	раціональними, але не цілими числами.	від'ємними числами.	ірраціональними числами.

V. Розв'язання практичної задачі. Групова робота

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Газ у кубічній посудині ізотермічно стиснули так, що тиск зріс зі 100 кПа до 2700 кПа, причому всі лінійні розміри посудини зменшилися в одне й те саме число разів (ізотропне стискання). У скільки разів зменшилися розміри куба?

Рефлексія

- Я вмію застосовувати означення кореня n -го степеня.
Так Ще треба потренуватися Ні
- Я вмію знаходити ОДЗ коренів парного та непарного степенів.
Так Ще треба потренуватися Ні
- Я вмію розв'язувати рівняння виду $x^n = a$ при парному та непарному показниках степеня.
Так Ще треба потренуватися Ні
- Я вмію обчислювати арифметичний корінь n -го степеня з невід'ємних чисел у нескладних випадках.
Так Ще треба потренуватися Ні
- Я знаю, як знаходити $(\sqrt[n]{a})^n$ на ОДЗ.
Так Ще треба потренуватися Ні
- Я розумію ідею застосування коренів n -го степеня для розв'язування практичних задач.
Так Ще треба потренуватися Ні

Можливі теми проєктів

1. Розробіть алгоритм для спрощення виразів виду $\sqrt[3]{p \pm q\sqrt{r}}$, за умови, що таке спрощення можливе (p, q, r – натуральні, r — вільне від квадратів). Продемонструйте роботу алгоритму на конкретних прикладах. Напишіть програму, що спрощує перебір, потрібний для реалізації алгоритму.
2. Розробіть алгоритм для спрощення виразів виду $\sqrt[3]{p + q\sqrt{r}} \pm \sqrt[3]{p - q\sqrt{r}}$, за умови, що таке спрощення можливе (p, q, r – натуральні, r — вільне від квадратів). Продемонструйте роботу алгоритму на конкретних прикладах, в яких значення виразу буде цілим числом. Напишіть програму, що спрощує перебір, потрібний для розв’язання відповідного кубічного рівняння в цілих числах.







