



Тема 1.

Корені n -го степеня

Урок 2. Урок–практикум. Добування коренів n -го степеня та обчислення значень виразів

План уроку

1. Розширена фронтальна перевірка домашнього завдання.
2. Робота в парах над добуванням коренів n -го степеня. Обчислення значень виразів з декількома коренями n -го степеня.
3. Робота в малих групах над розв'язуванням рівнянь виду $x^n = a$ при різних натуральних показниках степеня. Знаходження області допустимих значень коренів n -го степеня.
4. Самостійна робота.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

самостійно чи у співпраці з іншими визначає суттєві дані у комплексній проблемній ситуації та їхню достовірність [12 МАО 3.1.1–1];

за потреби, виправляє помилки та вносить зміни у математичну модель та/або спосіб розв'язання [12 МАО 3.2.3–1];

самостійно та у співпраці з іншими добирає доцільні математичні поняття, факти та послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 МАО 4.2.1–2].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Основна мета уроку — формування стійких умінь та навичок щодо обчислення та застосування коренів n -го степеня у нескладних випадках.
- 2) Додаткова мета уроку — формування умінь розв'язувати більш складні завдання із коренями n -го степеня.
- 3) Важливо постійно акцентувати увагу на ОДЗ коренів n -го степеня, при парних та непарних значеннях показника степеня.
- 4) Сформулюйте задачу на використання коренів n -го степеня. Розв'язання пропонуємо у вигляді групової роботи наприкінці уроку.

- 5) На початку уроку запропонуйте учням письмову бліцперевірку відповідей до нескладних номерів домашнього завдання. За необхідності, зробіть аналіз декотрих із запропонованих завдань.
- 6) Обговоріть фронтально «ідейні» задачі домашнього завдання. При необхідності використайте опитування біля дошки або інші форми роботи.
- 7) Під час роботи учнів/учениць у парах учитель виступає в ролі консультанта та радника. Важливим елементом роботи є набуття навичок самоперевірки та взаємоперевірки.
- 8) Увесь запропонований матеріал неможливо подати в часових вимірах одного уроку, тому обирайте кількість матеріалу на ваш розсуд.
- 9) Час уроку розподіляємо у відповідності до того, що є головною метою, а що — додатковою.
- 10) Обов'язково включаємо в урок задачі практичного змісту та тренувальні вправи як важливий компонент формування практичних навичок та навчання учнів самостійної роботи над завданнями.
- 11) Запропонуйте учням/ученицям індивідуальне домашнє завдання. Оберіть для учнів/учениць схему, що відповідає засвоєнню ними теми уроку та інших індивідуальних чинників. Зверніть їхню увагу на завдання практичного змісту.
- 12) Акцентуйте увагу учнів/учениць на важливості створення проєктів, які можуть бути альтернативою контрольної роботи з теми. Запропонуйте учням/ученицям обрати теми для індивідуальних (групових) проєктів. Робота над обраним проєктом може тривати впродовж вивчення усієї змістової теми.

I. Організаційна частина (2 хв)

Розширена фронтальна перевірка домашнього завдання. Завдання для перевірки

1. Обчисліть: $\sqrt[4]{625}$.
2. Знайдіть значення виразу $\sqrt[3]{\sqrt{64}} - \sqrt[3]{64}$.
3. Знайдіть множину розв'язків рівняння $(2x - 5)^4 = \frac{16}{81}$.
4. Визначте, при яких значеннях змінної має зміст вираз: $\sqrt[4]{x^2 - 6x + 8}$.
5. Розв'яжіть рівняння методом заміни змінної: $x^8 - 9x^4 + 18 = 0$.

Відповідь. 1) 5; 2) 0 ; 3) $\left\{2\frac{1}{6}; 2\frac{5}{6}\right\}$; 4) $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$; 5) $\sqrt[4]{3}; \sqrt[4]{6}$.

Завдання для обговорення

1. Розв'яжіть нерівність, ураховуючи його ОДЗ: $\sqrt{x - 10} \leq 3$. Корінь парного степеня визначений на множині невід'ємних чисел і набуває невід'ємних значень, нерівність для невід'ємних чисел можна підносити до натурального степеня.
Відповідь. $[10; 91]$.

2. Вкладник поклав на рахунок до банку 10000 грн, а через 4 роки отримав гроші із прибутком 4641 грн. Кожного року банк нараховував один і той самий відсоток на гроші, що зберігаються на рахунку. Який відсоток щорічної винагороди для вкладників установив банк? Нехай банк щороку збільшував суму на рахунку в x разів, тоді $10000 \cdot x^4 = 10000 + 4641$.

Відповідь. 10 %.

3. Обчисліть значення виразу $\sqrt[3]{26+15\sqrt{3}}$.

Нехай значення виразу записано у вигляді $a + b\sqrt{3}$, де a, b — раціональні числа, тоді після піднесення до куба отримаємо $(a^3 + 9ab^2) + (3a^2b + 3b^3)\sqrt{3} = 26 + 15\sqrt{3}$, що справджується при $a = 2, b = 1$. Інших варіантів не існує, оскільки корінь не-парного степеня в дійсних числах знаходиться однозначно.

Відповідь. $2 + \sqrt{3}$.

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Газ у кубічній посудині ізотермічно стиснули так, що тиск збільшився з 100 кПа до 2700 кПа, причому всі лінійні розміри посудини зменшилися в одне й те саме число разів (ізотропне стискання). У скільки разів зменшилися розміри куба?

II. Обчислення значень виразів із декількома коренями n -го степеня

Робота в парах

Означення. Коренем n -го степеня ($n \in \mathbb{N}, n \neq 1$) із даного числа a називають таке число, n -ий степінь якого дорівнює a .

Означення. Арифметичним коренем n -го степеня ($n \in \mathbb{N}, n \neq 1$) із даного невід'ємного числа a називають таке невід'ємне число, n -ий степінь якого дорівнює a .

Випадок	Властивості	Позначення	ОДЗ	Приклади
n — непарне	Для будь-якого дійсного числа a існує єдиний корінь n -го степеня з a .	$\sqrt[n]{a}$	$a \in \mathbb{R}$	$\sqrt[3]{27} = 3$, $\sqrt[5]{-32} = -2$, $\sqrt[3]{7} \approx 1,912931183$.
n — парне	1. Якщо $a > 0$, то існують два протилежних значення кореня n -го степеня з числа a . 2. Якщо $a = 0$, то існує один корінь n -го степеня, і він дорівнює нулю. 3. Якщо $a < 0$, то кореня n -го степеня з числа a в дійсних числах не існує.	$\sqrt[n]{a}; -\sqrt[n]{a}$	$a \geq 0$	$\sqrt[4]{81} = 3$, $\sqrt[6]{0} = 0$, $\sqrt[8]{-256}$ не існує, $\sqrt[4]{17} \approx 2,030543185$.

Завдання для роботи в парах

1. Знайдіть: $\sqrt[4]{256}$.
2. Обчисліть: $\sqrt[3]{4\frac{17}{27}}$.
3. Спростіть вираз $\sqrt[3]{0,064} - \sqrt[5]{0,01024}$.
4. Знайдіть та виправте помилку у наступному завданні на добування кореня:

$$\sqrt[4]{6\frac{346}{625}}.$$

Розв'язання. Перетворимо підкореневий вираз на неправильний дріб:

$$6\frac{346}{625} = \frac{6 \cdot 625 + 346}{625} = \frac{4096}{625} = \frac{2^{12}}{5^4} = \frac{8^4}{5^4}.$$

Отже, отримуємо два числа, які у четвертому степені дають $6\frac{346}{625}$, а саме: $\frac{8}{5}; -\frac{8}{5}$.

Звідси знаходимо два значення кореня: $\sqrt[4]{6\frac{346}{625}} = \pm \frac{8}{5}$.

Відповідь. 1,6; -1,6.

5. Заповніть пропуски в наступному розв'язанні завдання на знаходження значення виразу з декількома коренями n -го степеня: $\sqrt[3]{26+15\sqrt{3}} + \sqrt[3]{26-15\sqrt{3}}$.

Розв'язання. Нехай $\sqrt[3]{26+15\sqrt{3}} + \sqrt[3]{26-15\sqrt{3}} = A$.

Піднесемо обидві частини цього рівняння до куба, скориставшись формулою $(a+b)^3 = a^3 + 3ab(a+b) + b^3$, і отримаємо рівносильне рівняння:

$$26+15\sqrt{3} + 3\left(\sqrt[3]{26+15\sqrt{3}} + \sqrt[3]{26-15\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt[3]{26+15\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{26-15\sqrt{3}} + 26-15\sqrt{3} = \dots$$

Підставимо ... замість виразу у дужках:

$$\dots + 3 \cdot \dots \cdot \sqrt[3]{26+15\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{26-15\sqrt{3}} = \dots$$

Після виконання рівносильних перетворень отримуємо рівняння зі змінною A :

$$3\sqrt[3]{26+15\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{26-15\sqrt{3}} \cdot \dots = \dots$$

Спростуємо та отримуємо рівняння:

$$A^3 - \dots A - \dots = 0.$$

Розкладемо ліву частину рівняння на множники:

$$A^3 - \dots A - \dots = 0 \Leftrightarrow A^3 - 16A + \dots A - \dots = 0 \Leftrightarrow A(A-4)(A+4) + \dots(A-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (A-4)(\dots) = 0.$$

Розв'язуємо рівняння і отримуємо єдиний корінь: $A = \dots$.

Відповідь.

III. Знаходження області допустимих значень коренів n -го степеня

Найпростіші рівняння n -го степеня		
Вид рівняння	Відповідь	Приклади
$x^n = a$, n — непарне	$x = \sqrt[n]{a}$	$x^5 = 32 \Leftrightarrow x = \sqrt[5]{32} \Leftrightarrow x = 2$ $x^3 = 12 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{12} \approx 2,29$
$x^n = a$, n — парне	$x_{1,2} = \pm \sqrt[n]{a}$, при $a > 0$ $x = 0$, при $a = 0$ $x \in \emptyset$, при $a < 0$	$x^4 = 16 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt[4]{16} \Leftrightarrow x = \pm 2$ $x^6 = -64 \Leftrightarrow x \in \emptyset$ $x^4 = 24 \Leftrightarrow x = \sqrt[4]{24} \approx 2,21$

Завдання для роботи в малих групах

- Розв'яжіть рівняння $(x - 0,1)^3 = 1,331$. Чи є отримана відповідь раціональним числом?
- Розв'яжіть в дійсних числах рівняння $(2x + 3)^4 = 25$. Спростіть отримані значення для коренів рівняння.
- Розв'яжіть рівняння $3x^6 - 5,2 = 11,6$. Знайдіть наближені значення коренів рівняння та округліть їх до десятих.
- При яких значеннях змінної має зміст вираз $\sqrt[4]{2x^2 + 3x - 5} - \frac{\sqrt[3]{x^2 - 1}}{\sqrt[6]{x^2 - 8x + 16}}$? Запишіть відповідь у вигляді об'єднання проміжків.
- Скільки чисел входить до ОДЗ виразу $\sqrt[4]{x^2 - 3x + 2} - \sqrt[6]{x - 1} + \frac{2x + 3}{\sqrt[8]{2 - x}}$ на множині $\mathbb{R}$?

IV. Самостійна робота

- Обчисліть: $\left(\left(\sqrt[3]{3}\right)^3\right)^3$.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt[3]{3}$	3	9	27	інша відповідь

- Знайдіть значення виразу $(1 - \sqrt{7})^2 + 2\sqrt{7}$.

А	Б	В	Г	Д
7	8	9	$4\sqrt{7}$	інша відповідь

- Скільки натуральних чисел входить до ОДЗ виразу $\sqrt[6]{5x - 2x^2 - 2}$?

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	жодного	безліч

- 4.** Знайдіть добуток коренів рівняння $4(2x + 3)^4 = 0,25$.

А	Б	В	Г	Д
$2\frac{3}{16}$	$-2\frac{3}{16}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$-1\frac{1}{2}$

- 5.** Усі дійсні корені рівняння $3(3x-2)^3 = -0,081$ є ...

А	Б	В	Г	Д
натуральними числами.	цілими недодатними числами.	раціональними, але не цілими числами.	від'ємними числами.	ірраціональними числами.

V. Розв'язання практичної задачі. Групова робота

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Газ у кубічній посудині ізотермічно стиснули так, що тиск зріс зі 100 кПа до 2700 кПа, причому всі лінійні розміри посудини зменшилися в одне й те саме число разів (ізотропне стискання). У скільки разів зменшилися розміри куба?

Розв'язання. При ізотермічному процесі, за законом Бойля-Маріотта, тиск та об'єм газу обернено пропорційні: $\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2}$, звідки $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2700}{100} = 27$, тобто об'єм посудини зменшився у 27 разів. Оскільки об'єм куба дорівнює кубу його ребра, то розміри куба зменшилися у $\sqrt[3]{27} = 3$ рази.

Відповідь. У 3 рази.

VI. Рефлексія

- | | | | | |
|----|---|-----|------------------------|----|
| 1. | Я вмію застосовувати означення кореня n -го степеня. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 2. | Я вмію знаходити ОДЗ коренів парного та непарного степенів. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 3. | Я вмію розв'язувати рівняння виду $x^n = a$ при парному та непарному показниках степеня. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 4. | Я вмію обчислювати арифметичний корінь n -го степеня з невід'ємних чисел у нескладних випадках. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |

