



Тема 1.

Корені n -го степеня

Урок 5. Тотожні перетворення виразів, які містять корені n -го степеня

План уроку

1. Винесення множника з-під знака кореня.
2. Внесення множника під знак кореня. Порівняння коренів із різних чисел.
3. Зведення подібних коренів.
4. Звільнення від ірраціональності в знаменнику дробового виразу.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

самостійно чи у співпраці з іншими визначає суттєві дані у комплексній проблемній ситуації та їхню достовірність [12 МАО 3.1.1–1];

за потреби, виправляє помилки та вносить зміни у математичну модель та/або спосіб розв'язання [12 МАО 3.2.3–1];

самостійно та у співпраці з іншими добирає доцільні математичні поняття, факти та послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 МАО 4.2.1–2].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) На початку уроку запропонуйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку. Запитання варто лише сформулювати, а відповіді на них давати поступово в процесі викладення матеріалу.
- 2) Сформулюйте задачу на використання кореня. Розв'язання пропонуємо у вигляді групової роботи наприкінці уроку.
- 3) Теорію подавайте глибоко за змістом, але стисло за формою, акцентуйте увагу на її практичному застосуванні для розв'язування задач з алгебри, геометрії, фізики, хімії тощо.
- 4) До кожної частини уроку наведено кілька ілюстративних прикладів. Обирайте ілюстративні приклади на свій розсуд.
- 5) Формулюйте мотиваційні запитання, які запропоновані до кожної частини уроку.
- 6) Увесь запропонований матеріал неможливо подати в часових вимірах одного уроку, тому обирайте кількість матеріалу на ваш розсуд.

7) Наводьте ілюстративні приклади у межах часових можливостей уроку. Обирайте ілюстративні приклади на свій розсуд.

8) Пропонуйте учням розв'язання практичної задачі в межах уроку. Об'єднайте клас у кілька груп (4 – 6 груп). Упродовж розв'язування задачі групами важливо формувати комунікаційні навички, знаходити математичного партнера, з яким під силу розв'язати задачу, інтегрувати здобуті знання у розв'язання практичних проблем.

9) Обов'язково включаємо в урок задачі практичного змісту та тренувальні вправи як важливий компонент формування практичних навичок та навчання учнів/учениць самостійної роботи над завданнями.

10) Запропонуйте учням/ученицям індивідуальне домашнє завдання: дорозв'язати обраний на занятті рівень тренувальних вправ або розв'язати інший рівень, або розв'язати окремі завдання з усіх рівнів (оберіть для учнів схему, що відповідає засвоєнню ними теми на уроці та інших індивідуальних чинників). Зверніть їхню увагу на завдання практичного змісту.

11) Акцентуйте увагу учнів/учениць на важливості створення проєктів, які можуть бути альтернативою контрольної роботи з теми. Запропонуйте учням/ученицям обрати теми для проєктів.

I. Організаційна частина (2 хв)

Мотиваційні запитання

1) Як спростити вираз $\sqrt[3]{81}$?

2) Як порівняти без калькулятора $\sqrt[4]{8}$ та $\sqrt[4]{12}$?

3) Як спростити вираз $\sqrt[3]{81} + 5\sqrt[3]{3}$?

4) Як скоротити дріб $\frac{x^3 - 5}{x - \sqrt[3]{5}}$?

5) Як можна позбутися ірраціональності в знаменнику дробу $\frac{44}{\sqrt[3]{4}}$?

II. Повторення

1. Знайдіть значення виразу $(\sqrt{7})^4 - (\sqrt[4]{49})^2$.

А	Б	В	Г	Д
-42	42	56	0	$7 - \sqrt{49}$

2. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[3]{x^3} \cdot \sqrt[4]{x^4} = -25$.

А	Б	В	Г	Д
± 5	5	± 25	-5	немає розв'язків

3. Спростіть вираз $\sqrt[8]{x^3} \cdot \sqrt[8]{x}$.

А	Б	В	Г	Д
$\pm x$	$ x $	$\sqrt[4]{x}$	$\sqrt{x}$	$-\sqrt{x}$

4. Знайдіть значення дробу $\frac{\sqrt[4]{125}}{\sqrt[4]{0,2}}$.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{5}$	5	± 5	$\sqrt[4]{5}$	$\pm \sqrt[4]{5}$

5. Обчисліть: $\sqrt[3]{-16 \cdot 108}$.

А	Б	В	Г	Д
$3\sqrt[3]{16}$	$16\sqrt[3]{3}$	-16	-12	не існує

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Виробник протезів планував відправити спеціальний тонкий протез, який треба було помістити по діагоналі в картонне пакування з розмірами (100x70x60) см. Але на пошті коробки з такими розмірами не виявилося, натомість були кубічні коробки з ребром 80 см. Чи поміститься протез у таке пакування?

III. Винесення множника з-під знака кореня

При перетвореннях виразів з коренями варто звертати увагу на «подібні доданки». Але для створення відповідної можливості для їхнього «зведення» треба спростити кожний корінь — шляхом винесення множника з-під радикала.

Винесення множника з-під знака кореня		
Випадок	Властивості	Приклади
n — непарне	$\sqrt[n]{a^n b} = a \sqrt[n]{b}$.	$\sqrt[3]{5^3 \cdot 7} = 5 \sqrt[3]{7}$, $\sqrt[5]{128} = \sqrt[5]{2^7} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 2^2} = 2 \cdot \sqrt[5]{4}$.
n — парне	$\sqrt[n]{a^n b} = a \cdot \sqrt[n]{b}, b \geq 0$.	$\sqrt[6]{5^6 \cdot 4} = 5 \sqrt[6]{4} = 5 \sqrt[6]{2^2} = 5 \sqrt[3]{2}$, $\sqrt[6]{(-3)^6 \cdot x} = -3 \cdot \sqrt[6]{x} = 3 \sqrt[6]{x}, x \geq 0$.

Ілюстративні приклади

6. Винесіть множник за знак радикала $\sqrt[4]{243a^6}$, якщо $a < 0$.

Розв'язання. $\sqrt[4]{243a^6} = \sqrt[4]{3^5 \cdot a^6} = \sqrt[4]{(3a)^4 \cdot 3a^2} = |3a| \cdot \sqrt[4]{3a^2} = -3a\sqrt[4]{3a^2}$.

Відповідь. $-3a\sqrt[4]{3a^2}$.

7. Спростіть вираз $\sqrt[4]{64a^5}$.

Розв'язання. Знайдемо ОДЗ даного виразу: $64a^5 \geq 0 \Leftrightarrow a \geq 0$. Тоді:

$$\sqrt[4]{64a^5} = \sqrt[4]{2^6 \cdot a^5} = \sqrt[4]{(2a)^4 \cdot 2^2 \cdot a} = |2a| \cdot \sqrt[4]{4a} = 2a\sqrt[4]{4a}.$$

Відповідь. $2a\sqrt[4]{4a}$ при $a \geq 0$.

IV. Внесення множника під знак кореня. Порівняння коренів із різних чисел

При перетвореннях ірраціональних виразів інколи доводиться виконувати дію, зворотну до винесення множника з-під радикала, тобто внесення множника під корінь. Зокрема, така дія може значно полегшити порівняння двох ірраціональних виразів.

Внесення множника під знак кореня		
Випадок	Властивості	Приклади
n — непарне	$a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$	$2\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2} = \sqrt[3]{16}$.
n — парне	$a\sqrt[n]{b} = \begin{cases} \sqrt[n]{a^n b}, & a \geq 0, b \geq 0, \\ \sqrt[n]{a^n b}, & a < 0, b \geq 0. \end{cases}$	$2\sqrt[6]{5} = \sqrt[6]{2^6 \cdot 5} = \sqrt[6]{64 \cdot 5} = \sqrt[6]{320}$, $x\sqrt[4]{-3x} = -\sqrt[4]{x^4 \cdot (-3x)} = -\sqrt[4]{-3x^5}$, якщо $x \leq 0$.

Усі наведені властивості можна легко перевірити за означенням кореня n -го степеня.

Щодо застосування їх на практиці — це стане у нагоді або для спрощення ірраціональних виразів, або для порівняння значень ірраціональних чисел.

Порівняння значень коренів		
Випадок	Властивості	Приклади
n — непарне	$\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b} \Leftrightarrow a < b$.	$\sqrt[3]{12} < \sqrt[3]{16}$, $2\sqrt[3]{3} < 3\sqrt[3]{2}$, $2\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = \sqrt[3]{24}$, $3\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2} = \sqrt[3]{54}$.
n — парне	$\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b} \Leftrightarrow a < b$ $(a \geq 0, b \geq 0)$.	$\sqrt[3]{5} < \sqrt{3}$, $\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[6]{25}$, $\sqrt{3} = \sqrt[3]{3^3} = \sqrt[6]{27}$.

Наведені властивості щодо порівняння значень коренів нескладно довести, застосувавши властивості нерівностей.

Нехай n — непарне, $a < 0, b \geq 0$. Тоді зрозуміло, що $a < b$ і водночас $\sqrt[n]{a} < 0, \sqrt[n]{b} \geq 0$, звідки $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$.

Нехай n — непарне, $a \geq 0, b \geq 0$. Якщо $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$, то піднесемо обидві частини цієї нерівності до n -го степеня й отримаємо: $a < b$. Якщо $a < b$, то й $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$. Дійсно, припустимо супротивне: $\sqrt[n]{a} \geq \sqrt[n]{b}$. Піднесемо обидві частини цієї нерівності до n -го степеня й отримаємо $a \geq b$ — суперечність. Отже, при $a < b$ обов'язково $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$.

Нехай n — непарне, $a < 0, b < 0$. Якщо $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$, то $-\sqrt[n]{a} > -\sqrt[n]{b}$ — отримали нерівність для додатних чисел; піднесемо обидві частини до n -го степеня, й отримаємо: $-a > -b$, звідки $a < b$. Якщо $a < b$, то й $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$. Дійсно, маємо нерівність для додатних чисел: $-a > -b$, і за отриманим вище тоді: $\sqrt[n]{-a} > \sqrt[n]{-b}$. Якщо домножити обидві частини цієї нерівності на -1 , то отримаємо $-\sqrt[n]{-a} < -\sqrt[n]{-b}$, тобто $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$.

Нехай n — парне, $a \geq 0, b \geq 0$. Властивість $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b} \Leftrightarrow a < b$ доводиться так само, як і при непарному значенні n у відповідному випадку.

Ілюстративні приклади

8. Внесіть множник під знак кореня: $xy\sqrt[6]{\frac{8}{x^3y^2}}$ при $x > 0, y < 0$.

Розв'язання. Оскільки $x > 0, y < 0$, то $xy < 0$, отже

$$xy\sqrt[6]{\frac{8}{x^3y^2}} = -\sqrt[6]{(xy)^6 \cdot \frac{8}{x^3y^2}} = -\sqrt[6]{8x^3y^4}.$$

Відповідь. $-\sqrt[6]{8x^3y^4}$.

9. Порівняйте значення виразів $-\sqrt[3]{15}$ та $-\sqrt[4]{18}$.

Розв'язання. Зведемо корені до однакового показника 12, оскільки НСК (3; 4) = 12:

$$\sqrt[3]{15} = \sqrt[3 \cdot 4]{15^4} = \sqrt[12]{225^2} = \sqrt[12]{50625}, \quad \sqrt[4]{18} = \sqrt[4 \cdot 3]{18^3} = \sqrt[12]{5832}.$$

Оскільки $50625 > 5832$, то $\sqrt[12]{50625} > \sqrt[12]{5832}$, звідки $\sqrt[3]{15} > \sqrt[4]{18}$. Помножимо останню нерівність на -1 , та отримаємо: $-\sqrt[3]{15} < -\sqrt[4]{18}$.

Відповідь. $-\sqrt[3]{15} < -\sqrt[4]{18}$.

V. Зведення подібних коренів

При перетвореннях виразів із коренями варто звертати увагу на «подібні доданки». Але для створення відповідної можливості для їхнього «зведення» треба спростити корені — шляхом винесення множника з-під радикала або внесення множника під знак радикала. Також при цьому спрощенні виразу може допомогти застосування формул скороченого множення.

Ілюстративні приклади

10. Спростіть вираз $\sqrt[3]{81} - 2\sqrt[3]{3}$.

Розв'язання. $\sqrt[3]{81} - 2\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3} - 2\sqrt[3]{3} = 3\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3}$.

Відповідь. $\sqrt[3]{3}$.

11. Знайдіть значення виразу $(\sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{8})^2 - 2\sqrt{2}$.

Розв'язання. $(\sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{8})^2 - 2\sqrt{2} = (\sqrt[4]{2})^2 + 2\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8} + (\sqrt[4]{8})^2 - 2\sqrt{2} =$
 $= \sqrt{2} + 2\sqrt[4]{16} + \sqrt{8} - \sqrt{8} = \sqrt{2} + 4.$

Відповідь. $\sqrt{2} + 4.$

VI. Звільнення від ірраціональності в знаменнику дробового виразу

При перетвореннях виразів із коренями часто потрібно позбутися ірраціональності у знаменнику дробу. Це може виконуватися одночасно із скороченням дробу, але в окремих випадках варто помножити чисельник та знаменник дробу на вираз, «спряжений» до знаменника.

Окремі випадки звільнення від ірраціональності в знаменнику дробового виразу		
Знаменник	Перетворення	Приклади
$\sqrt[n]{a}$	$\frac{b \sqrt[n]{a^{n-1}}}{\sqrt[n]{a}} = \frac{b \sqrt[n]{a^{n-1}}}{a}$	$\frac{1}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{2}.$
$\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$	$\frac{c \sqrt{a \mp b}}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a} \mp \sqrt{b})}{a - b}$	$\frac{4}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} = \frac{4 \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{2})}{6 - 2} = \sqrt{6} + \sqrt{2}.$
$\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b}$	$\frac{c \sqrt[3]{a^2 \mp ab + b^2}}{\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b}} = \frac{c(\sqrt[3]{a^2} \mp \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})}{a \pm b}$	$\frac{3}{\sqrt[3]{4} - 1} = \frac{3(\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{4} + 1)}{(\sqrt[3]{4} - 1)(\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{4} + 1)} =$ $= \frac{3(\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{4} + 1)}{4 - 1} = 2\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} + 1.$

Ілюстративні приклади

12. Позбудьтеся ірраціональності у знаменнику дробу $\frac{2}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}.$

Розв'язання. $\frac{2}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} = \frac{2(\sqrt[3]{2} - 1)}{(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)(\sqrt[3]{2} - 1)} = \frac{2(\sqrt[3]{2} - 1)}{(\sqrt[3]{2})^3 - 1^3} = \frac{2(\sqrt[3]{2} - 1)}{2 - 1} = 2(\sqrt[3]{2} - 1).$

Відповідь. $2(\sqrt[3]{2} - 1).$

VII. Розв'язання практичної задачі. Групова робота

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Виробник протезів планував відправити спеціальний тонкий протез, який треба було помістити по діагоналі в картонне пакування з розмірами $100\text{ см} \times 70\text{ см} \times 60\text{ см}$. Але на пошті коробки з такими розмірами не виявилося, натомість були кубічні коробки з ребром 80 см . Чи поміститься протез у таке пакування?

Розв'язання. Діагональ замовленого пакування дорівнює

$$\sqrt{100^2 + 70^2 + 60^2} = 10\sqrt{10^2 + 7^2 + 6^2} = 10\sqrt{185} \text{ (см)}.$$

Діагональ наявного на пошті пакування дорівнює

$$\sqrt{80^2 + 80^2 + 80^2} = 10\sqrt{3 \cdot 8^2} = 10\sqrt{192} \text{ (см)}.$$

Оскільки $192 > 185$, то $10\sqrt{192} > 10\sqrt{185}$. Отже, якщо протез мав розміститися уздовж діагоналі в замовлене пакування, то й у запропоноване поштою він також розміститься.

Відповідь. Так.

VIII. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

Рівень А

1. Винесіть множник з-під знака кореня:

1) $\sqrt{2^5}$; 2) $\sqrt[5]{729}$; 3) $\sqrt[6]{x^{14}}$.

2. Внесіть множник під знак кореня:

1) $3\sqrt{2}$; 2) $2\sqrt[5]{3}$; 3) $x^2 \cdot \sqrt[4]{x^3}$.

3. Спростіть вираз:

1) $\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2}}$; 2) $\sqrt{3\sqrt[4]{3}}$; 3) $\sqrt[7]{x\sqrt[7]{x^2}}$.

4. Порівняйте числа без використання калькулятора:

1) $\sqrt{5}$ та $2\sqrt{2}$; 2) $\sqrt[4]{10}$ та $\sqrt{3}$; 3) $\sqrt[3]{3}$ та $\sqrt{2}$.

5. Звільніться від ірраціональності в знаменнику дробу:

1) $\frac{6}{\sqrt[3]{2}}$; 2) $\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$; 3) $\frac{14}{\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{2}}$.

6. Спростіть вираз:

1) $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{250} + 3\sqrt[3]{2}$; 2) $2\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{192}$; 3) $\frac{\sqrt{a} - \sqrt[4]{a}}{\sqrt[4]{a} - 1}$.

Рівень В

1. Винесіть множник з-під знака кореня:

1) $\sqrt[3]{-3000}$; 2) $\sqrt[5]{-486}$; 3) $\sqrt[4]{32a^5}$.

2. Винесіть множник з-під радикала, враховуючи обмеження на змінні:

1) $\sqrt[4]{162a^6}$, $a \geq 0$; 2) $\sqrt[6]{a^6b^7}$, $a < 0$; 3) $\sqrt[6]{a^{11}b^6}$, $b \neq 0$.

3. Внесіть множник під знак кореня:

1) $-x^5\sqrt{x}$; 2) $ab^4\sqrt[4]{2}$, $a \geq 0, b \leq 0$; 3) $-ab^4\sqrt[4]{3a^2}$, $a \geq 0, b \geq 0$.

4. Внесіть множник під радикал, ураховуючи обмеження на змінні:

1) $a^4\sqrt{-a}$; 2) $2ab^2\sqrt[4]{-2a}$; 3) $ab^4\sqrt[4]{3a}$.

5. Спростіть вираз:

1) $\sqrt{2^3\sqrt[4]{2}}$; 2) $\sqrt[3]{2^4\sqrt[4]{2}}$; 3) $\sqrt[3]{x^4\sqrt{x}}$.

6. Порівняйте числа без використання калькулятора:

1) $-\sqrt[10]{10}$ та $-\sqrt[4]{\sqrt[5]{99}}$; 2) $\sqrt{2^3\sqrt[3]{3}}$ та $\sqrt[3]{5}$; 3) $-\sqrt{2^3\sqrt[3]{6}}$ та $-\sqrt[3]{5\sqrt{2}}$.

7. Розташуйте числа в порядку зростання:

1) $\sqrt{3}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[6]{18}$; 2) $-\sqrt[5]{3}, -\sqrt[3]{2}, -\sqrt[15]{30}$; 3) $\sqrt[5]{4}, \sqrt[6]{3\sqrt[5]{3}}, \sqrt[10]{25}$.

8. Позбудьтеся знака кореня в знаменнику дробу:

1) $\frac{29}{3+\sqrt[3]{2}}$; 2) $\frac{3}{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3}}$; 3) $\frac{4}{\sqrt[4]{2}+1}$.

9. Звільніться від ірраціональності в знаменнику дробу:

1) $\frac{1}{\sqrt[5]{2}-1}$; 2) $\frac{1}{\sqrt[4]{2}+\sqrt[4]{4}+\sqrt[4]{8}+2}$; 3) $\frac{3}{\sqrt{2}-\sqrt[3]{2}}$.

10. Скоротіть дріб:

1) $\frac{4-3\sqrt{2}}{(\sqrt[4]{2}-\sqrt[4]{8})^2}$; 2) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[3]{b}}$; 3) $\frac{\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt[6]{a}-\sqrt{b}}$.

11. Розв'яжіть рівняння, спростивши попередньо його ліву частину:

1) $\frac{x^3\sqrt{x}-1}{\sqrt[3]{x^2}-1} - \frac{\sqrt[3]{x^2}-1}{\sqrt[3]{x}+1} = 4$; 2) $\frac{1}{\sqrt[4]{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2\sqrt[4]{x}} = \frac{8}{\sqrt[4]{x^3}-4\sqrt[4]{x}}$.

12. Побудуйте графік функції:

1) $y = \frac{x^4\sqrt{x}}{\sqrt[8]{x^{10}}}$; 2) $y = \frac{x^3\sqrt{x}-\sqrt[3]{x^4}}{x}$; 3) $y = \frac{x^6\sqrt{2x^2}+\sqrt[6]{2x^8}}{\sqrt{-x}}$.

Рівень С

1. Спростіть вираз:

1) $\sqrt[3]{26+15\sqrt{3}} \cdot (2-\sqrt{3})$; 2) $\sqrt[3]{45-29\sqrt{2}} \cdot (3+\sqrt{2})$.

2. Винесіть множник з-під радикала, враховуючи ОДЗ:

1) $\sqrt[4]{162a^6b}$; 2) $\sqrt[6]{a^6b^7}$; 3) $\sqrt[6]{a^{11}b^6}$.

3. Скоротіть дріб:

1) $\frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt[6]{x}(x+1)-2\sqrt[3]{x^2}}$; 2) $\frac{1-\sqrt{a}+\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{a^3}}{\sqrt{a}-a}$.

4. Обчисліть значення виразу $\frac{15\sqrt[3]{4\sqrt[3]{192}}+21\sqrt[3]{18\sqrt[3]{81}}}{\sqrt[3]{12\sqrt[3]{24}}+6\sqrt[3]{375}}$.

5. Ознайомтеся з програмою для порівняння $\sqrt[n]{a}$ та $\sqrt[m]{b}$, написаною III мовою програмування Паскаль. Які властивості коренів використані для створення цієї програми? Які переваги та недоліки ви знайшли у цій програмі? Яким чином можна позбутися знайдених недоліків?

program CompareRoots;

```
uses math;

var
  a, b, n, m: integer;
  pow1, pow2: int64;

function PowerInt(x, k: integer): int64;
var
  i: integer;
  res: int64;
begin
  res := 1;
  for i := 1 to k do
    res := res * x;
  PowerInt := res;
end;

begin
  writeln('Введіть число a:');
  readln(a);
  writeln('Введіть степінь n (корінь n-го степеня з a:');
  readln(n);
  writeln('Введіть число b:');
  readln(b);
  writeln('Введіть степінь m (корінь m-го степеня з b:');
  readln(m);

  pow1 := PowerInt(a, m); { am }
  pow2 := PowerInt(b, n); { bn }

  writeln('Порівнюємо am(m) = ', pow1, ' і bn(n) = ', pow2);

  if pow1 = pow2 then
    writeln('Корені рівні')
  else if pow1 > pow2 then
    writeln('Корінь ', n, '-го степеня з ', a, ' більший')
  else
    writeln('Корінь ', m, '-го степеня з ', b, ' більший');
end.
```

6. Розташуйте числа в порядку зростання: $\sqrt[16]{64}$, $\sqrt[10]{7\sqrt[4]{7}}$, $\sqrt[4]{2\sqrt{1\frac{1}{4}}}$.

IX. Рефлексія

- | | | | |
|----|---|------------------------|----|
| 1. | Я знаю, як виносити множник з-під знака кореня n -го степеня. | | |
| | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 2. | Я вмію вносити множник під знак радикала у випадках парного та непарного показників кореня. | | |
| | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 3. | Я розумію алгоритм порівняння коренів із різних чисел та його застосування. | | |
| | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 4. | Я вмію зводити подібні доданки в ірраціональних виразах. | | |
| | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 5. | Я вмію звільнятися від ірраціональності в знаменнику дробу в стандартних випадках. | | |
| | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 6. | Я розумію ідею застосування коренів n -го степеня для розв'язування практичних задач. | | |
| | Так | Ще треба потренуватися | Ні |

Можливі теми проєктів

1. Алгоритми порівняння значень ірраціональних виразів для різних випадків.
2. Штучні прийоми перетворень для ірраціональних виразів.
3. Застосування тотожних перетворень виразів для розв'язання практичних задач.