



Тема 1. Корені n -го степеня

Урок 8. Означення степеня з раціональним показником. Властивості степенів із раціональними показниками

План уроку

1. Означення степеня з раціональним показником.
2. Доведення властивостей степенів з раціональними показниками.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

сприймає інформацію математичного змісту в декількох формах [12 МАО 2.1.1–1 П];

визначає, яких даних недостатньо і чи є надлишкові дані, під час розв'язання специфічної проблемної ситуації [12 МАО 3.1.2–1 П];

досліджує специфічну проблемну ситуацію, використовуючи різноманітні інформаційні джерела [12 МАО 1.2.1–1 П];

оцінює достовірність і доцільність використання даних у специфічних проблемних ситуаціях [12 МАО 1.2.2–1 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) На початку уроку запропонуйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку.
- 2) Сформулюйте задачу на використання степенів з дробовим показником. Розв'язання пропонуємо у вигляді групової роботи наприкінці уроку.
- 3) Теорію подавайте глибоко за змістом, але стисло за формою, акцентуйте увагу на її практичному застосуванні для розв'язування задач з алгебри, геометрії, фізики, хімії тощо.
- 4) До кожної частини уроку наведено кілька ілюстративних прикладів. Обирайте ілюстративні приклади на свій розсуд.
- 5) Увесь запропонований матеріал неможливо подати в часових вимірах одного уроку, тому обирайте кількість матеріалу на ваш розсуд.
- 6) Наводьте ілюстративні приклади у межах часових можливостей уроку.

7) Пропонуйте учням розв'язання практичної задачі в межах уроку. Об'єднайте учнів/учениць у кілька груп (4 – 6 груп). Упродовж розв'язування задачі групами важливо формувати комунікаційні навички, знаходити математичного партнера, з яким під силу розв'язати задачу, інтегрувати здобуті знання у розв'язання практичних проблем.

8) Заплануйте розв'язання задачі практичного змісту та тренувальні вправи як важливий компонент формування практичних навичок і навчання учнів/учениць самостійної роботи над завданнями.

9) Запропонуйте учням/ученицям індивідуальне домашнє завдання: дорозв'язати обраний на занятті рівень тренувальних вправ або розв'язати інший рівень, або розв'язати окремі завдання з усіх рівнів (оберіть для учнів схему, що відповідає засвоєнню ними теми на уроку та інших індивідуальних чинників). Зверніть їхню увагу на завдання практичного змісту.

10) Акцентуйте увагу учнів/учениць на важливості створення проєктів, які можуть бути альтернативою контрольної роботи з теми. Запропонуйте учням/ученицям обрати теми для проєктів.

I. Організаційна частина (2 хв)

Мотиваційні запитання

1) Як піднести число до натурального степеня?

2) Чому дорівнює нульовий степінь числа?

3) Як записати дріб $\frac{1}{x}$, використовуючи степінь?

4) Як піднести додатне число до дробового степеня?

5) Як пов'язані властивості коренів та степенів з раціональним показником?

II. Повторення

1. Знайдіть значення виразу $\sqrt[3]{216} - \sqrt[4]{81}$.

А	Б	В	Г	Д
3	135	-3	± 3	$\sqrt[12]{135}$

2. Розв'яжіть рівняння $x^{-2} = 25$.

А	Б	В	Г	Д
± 5	$\pm 0,2$	0,2	$\frac{1}{5}$	625

3. Спростіть вираз $\sqrt{\sqrt[3]{x}}$.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt[4]{x}$	$\sqrt[5]{x}$	$\sqrt[6]{x}$	$\sqrt[5]{ x }$	$\sqrt[3]{x^2}$

4. Знайдіть ОДЗ виразу $\sqrt[4]{(2x-5)^3}$.

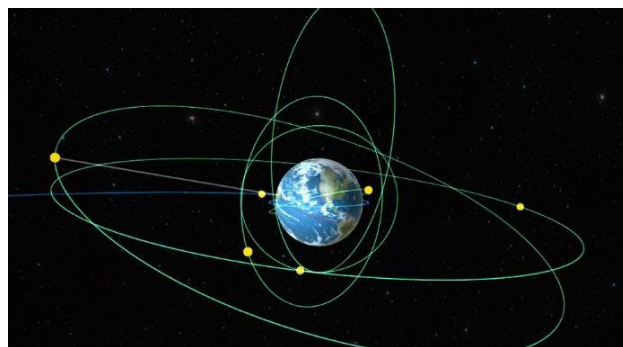
А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 2,5]$	$(-\infty; 2,5)$	$[0; +\infty)$	$x \neq 2,5$	$[2,5; +\infty)$

5. Обчисліть: $\left(\sqrt[4]{(-5)^2}\right)^2$.

А	Б	В	Г	Д
± 5	-5	5	-25	25

Як я вирішую певну проблему?

Задача. За законом Кеплера, супутники обертаються по еліптичній орбіті, причому квадрат періоду обертання пропорційний до куба більшої півосі. Орбіту штучного супутника вирішили змінити таким чином, щоби період обертання зріс удвічі. У скільки разів доведеться змінити більшу піввісь траєкторії супутника?



III. Означення степеня з раціональним показником

При перетвореннях ірраціональних виразів варто звернути увагу на те, що властивості коренів подібні до властивостей степенів. Отже, можна поєднати відповідні ідеї та застосовувати надалі узагальнення понять степенів з цілим показником та коренів n -го степеня.

Випадок для показника степеня	Означення	ОДЗ	Приклади
n — натуральне число	$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$ $a^1 = a$	$a \in \mathbb{R}$	$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$, $-2^1 = -2$.
n — від'ємне ціле число	$a^n = \frac{1}{a^{-n}} = \frac{1}{\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{-n}}$ $a^{-1} = \frac{1}{a}$		$(-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)} = \frac{1}{81}$.

Випадок для показника степеня	Означення	ОДЗ	Приклади
$n = 0$	$a^0 = 1.$	$a \neq 0$	$(-\pi)^0 = 1.$
$p = \frac{m}{n}$ — раціональне додатне число	$a^p = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ ($m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}, n \neq 1$).	$a \geq 0$	$8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = (\sqrt[3]{8})^2 = 2^2 = 4,$ $0^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{0^3} = \sqrt[4]{0} = 0.$
$p = \frac{m}{n}$ — раціональне від'ємне число	$a^p = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^k}}$ ($m = -k, k \in \mathbb{N},$ $n \in \mathbb{N}, n \neq 1$).	$a > 0$	$8^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8^2}} = \frac{1}{(\sqrt[3]{8})^2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}.$

Ілюстративні приклади

6. Подайте ірраціональний вираз, використовуючи степінь з раціональним показником:

1) $\sqrt[4]{12}$; 2) $\sqrt[3]{-126}$; 3) $\sqrt[3]{x^2}, x \geq 0$; 4) $\sqrt[3]{\sqrt{x}}$.

Розв'язання.

1) $\sqrt[4]{12} = \sqrt[4]{12^1} = 12^{\frac{1}{4}}.$

Відповідь. $12^{\frac{1}{4}}.$

2) $\sqrt[3]{-126} = -\sqrt[3]{126} = -\sqrt[3]{126^1} = -126^{\frac{1}{3}}.$

Відповідь. $-126^{\frac{1}{3}}.$

3) $\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}, x \geq 0.$

Відповідь. $x^{\frac{2}{3}}.$

4) Знайдемо допустимі значення змінної.

ОДЗ: $x \geq 0.$

$\sqrt[3]{\sqrt{x}} = \sqrt[3]{\sqrt[2]{x}} = \sqrt[6]{x^1} = x^{\frac{1}{6}}.$

Зауважимо, що виконані перетворення є рівносильними для будь-яких значень змінної з ОДЗ.

Відповідь. $x^{\frac{1}{6}}$ при $x \geq 0.$

7. Замініть степені з дробовими показниками виразами з коренями:

1) $2^{\frac{2}{5}}$; 2) $3^{-\frac{3}{4}}$; 3) $(x+1)^{\frac{1}{7}}.$

Розв'язання.

1) $2^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{2^2} = \sqrt[5]{4}$

Відповідь. $\sqrt[5]{4}.$

$$2) 3^{-\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{3^{-3}} = \frac{1}{\sqrt[4]{3^3}} = \frac{1}{\sqrt[4]{27}}.$$

Відповідь. $\frac{1}{\sqrt[4]{27}}$.

3) Знайдемо допустимі значення змінної.

ОДЗ: $x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$.

$$(x+1)^{\frac{1}{7}} = \sqrt[7]{(x+1)^1} = \sqrt[7]{x+1}.$$

Зауважимо, що виконані перетворення є рівносильними для будь-яких значень змінної з ОДЗ.

Відповідь. $\sqrt[7]{x+1}$ при $x \geq -1$.

IV. Доведення властивостей степенів із раціональними показниками

Властивості степенів із раціональними показниками ґрунтуються на відомих вам властивостях степенів із цілими показниками та властивостях арифметичних коренів n -го степеня.

<i>Властивості степенів з раціональними показниками</i>			
Дії зі степенями	Формула $a, b > 0$ $p, q \in \mathbb{Q}$	Ідея доведення	Приклади
Множення степенів	$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$	$a^p \cdot a^q = a^{\frac{m_1}{n_1}} \cdot a^{\frac{m_2}{n_2}} = \sqrt[n_1]{a^{m_1}} \cdot \sqrt[n_2]{a^{m_2}} =$ $= \sqrt[n_1 n_2]{a^{m_1 n_2}} \cdot \sqrt[n_1 n_2]{a^{m_2 n_1}} = \sqrt[n_1 n_2]{a^{m_1 n_2 + m_2 n_1}} =$ $= \sqrt[n_1 n_2]{a^{m_1 n_2 + m_2 n_1}} = a^{\frac{m_1 n_2 + m_2 n_1}{n_1 n_2}} = a^{\frac{m_1}{n_1} + \frac{m_2}{n_2}} = a^{p+q}.$	$x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{2}{3} + \frac{3}{4}} =$ $= x^{\frac{8}{12} + \frac{9}{12}} = x^{\frac{17}{12}}.$
Ділення степенів	$a^p : a^q = a^{p-q}$	$a^p : a^q = a^{\frac{m_1}{n_1}} : a^{\frac{m_2}{n_2}} = \sqrt[n_1]{a^{m_1}} : \sqrt[n_2]{a^{m_2}} =$ $= \sqrt[n_1 n_2]{a^{m_1 n_2}} : \sqrt[n_1 n_2]{a^{m_2 n_1}} = \sqrt[n_1 n_2]{a^{m_1 n_2} : a^{m_2 n_1}} =$ $= \sqrt[n_1 n_2]{a^{m_1 n_2 - m_2 n_1}} = a^{\frac{m_1 n_2 - m_2 n_1}{n_1 n_2}} = a^{\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}} = a^{p-q}.$	$x^{\frac{1}{3}} : a^{\frac{2}{5}} = x^{\frac{1}{3} - \frac{2}{5}} =$ $= x^{\frac{5}{15} - \frac{6}{15}} = x^{-\frac{1}{15}}.$
Піднесення степеня до степеня	$(a^p)^q = a^{pq}$	$(a^p)^q = \left(a^{\frac{m_1}{n_1}}\right)^{\frac{m_2}{n_2}} = \sqrt[n_2]{\left(\sqrt[n_1]{a^{m_1}}\right)^{m_2}} = \sqrt[n_2]{\sqrt[n_1]{a^{m_1 m_2}}} =$ $= \sqrt[n_1 n_2]{a^{m_1 m_2}} = a^{\frac{m_1 m_2}{n_1 n_2}} = a^{\frac{m_1}{n_1} \cdot \frac{m_2}{n_2}} = a^{pq}.$	$\left(x^{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{15}{2}} = x^{\frac{1}{5} \cdot \frac{15}{2}} =$ $= x^{\frac{15}{10}} = x^{\frac{3}{2}}.$
Піднесення добутку до степеня	$(ab)^p = a^p b^p$	$(ab)^p = (ab)^{\frac{m_1}{n_1}} = \sqrt[n_1]{(ab)^{m_1}} = \sqrt[n_1]{a^{m_1} b^{m_1}} =$ $= \sqrt[n_1]{a^{m_1}} \cdot \sqrt[n_1]{b^{m_1}} = a^{\frac{m_1}{n_1}} b^{\frac{m_1}{n_1}} = a^p b^p.$	$\left(x^{\frac{1}{5}} y^{0,1}\right)^{10} =$ $= \left(x^{\frac{1}{5}}\right)^{10} \cdot \left(y^{0,1}\right)^{10} =$ $= x^2 y^1 = x^2 y.$

Властивості степенів з раціональними показниками			
Дії зі степенями	Формула $a, b > 0$ $p, q \in \mathbb{Q}$	Ідея доведення	Приклади
Піднесення частки до степеня	$\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^p = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m_1}{n_1}} = \sqrt[n_1]{\left(\frac{a}{b}\right)^{m_1}} = \sqrt[n_1]{a^{m_1} : b^{m_1}} =$ $= \sqrt[n_1]{a^{m_1}} : \sqrt[n_1]{b^{m_1}} = a^{\frac{m_1}{n_1}} : b^{\frac{m_1}{n_1}} = a^p : b^p = \frac{a^p}{b^p}.$	$\left(\frac{x^{\frac{1}{5}}}{y^{\frac{3}{4}}}\right)^{10} = \frac{\left(x^{\frac{1}{5}}\right)^{10}}{\left(y^{\frac{3}{4}}\right)^{10}} =$ $= \frac{x^2}{y^{\frac{15}{2}}}.$
Піднесення до степенів із протилежними показниками	$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$	$a^{-p} = a^{-\frac{m_1}{n_1}} = a^{\frac{-m_1}{n_1}} = \sqrt[n_1]{a^{-m_1}} =$ $= \sqrt[n_1]{\frac{1}{a^{m_1}}} = \frac{1}{\sqrt[n_1]{a^{m_1}}} = \frac{1}{a^{\frac{m_1}{n_1}}} = \frac{1}{a^p}.$	$a^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{a^{\frac{2}{3}}}.$

Ілюстративні приклади

8. Обчисліть:

$$1) 9^{0,75} \cdot 81^{\frac{1}{4}} \cdot 27^{-\frac{1}{6}}; \quad 2) \left(2^{-\frac{1}{9}}\right)^{1,8}; \quad 3) \frac{4^{3n} \cdot 32^{n-4}}{16^{n-3} \cdot 2^{7n-9}}.$$

Розв'язання.

$$1) 9^{0,75} \cdot 81^{\frac{1}{4}} \cdot 27^{-\frac{1}{6}} = (3^2)^{0,75} \cdot (3^4)^{\frac{1}{4}} \cdot (3^3)^{-\frac{1}{6}} = 3^{\frac{3}{2}} \cdot 3^1 \cdot 3^{-\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3}{2}+1-\frac{1}{2}} = 3^2 = 9.$$

Відповідь. 9.

$$2) \left(2^{-\frac{1}{9}}\right)^{1,8} = 2^{-\frac{1}{9} \cdot \frac{18}{10}} = 2^{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{\sqrt[5]{2}}.$$

Відповідь. $\frac{1}{\sqrt[5]{2}}.$

$$3) \frac{4^{3n} \cdot 32^{n-4}}{16^{n-3} \cdot 2^{7n-9}} = \frac{(2^2)^{3n} \cdot (2^5)^{n-4}}{(2^4)^{n-3} \cdot 2^{7n-9}} = \frac{2^{6n} \cdot 2^{5n-20}}{2^{4n-12} \cdot 2^{7n-9}} = \frac{2^{11n-20}}{2^{11n-21}} = 2^{11n-20-(11n-21)} = 2^1 = 2.$$

Відповідь. 2.

9. Спростіть вираз: $\frac{x^{1,5}y - xy^{1,5}}{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}.$

$$\text{Розв'язання. } \frac{x^{1,5}y - xy^{1,5}}{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}} = \frac{xy(x^{0,5} - y^{0,5})}{xy^{\frac{1}{2}} - yx^{\frac{1}{2}}} = \frac{xy\left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)}{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}\left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)} = x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} = \sqrt{xy},$$

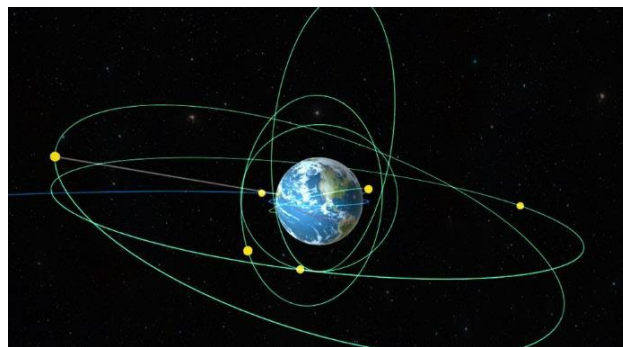
при $x > 0, y > 0, x \neq y.$

Відповідь. $\sqrt{xy}$, при $x > 0, y > 0, x \neq y.$

V. Розв'язання практичної задачі. Групова активність

Як я вирішую певну проблему?

Задача. За законом Кеплера, супутники обертаються по еліптичній орбіті, причому квадрат періоду обертання пропорційний до куба більшої півосі. Орбіту штучного супутника вирішили змінити таким чином, щоби період обертання зріс удвічі. У скільки разів доведеться змінити більшу піввісь траєкторії супутника?



Розв'язання. Нехай спочатку супутник рухався по орбіті з більшою піввіссю a_1 та робив повний оберт за час T_1 , а після зміни орбіти ці параметри змінилися на a_2 та T_2 відповідно. Згідно із законом Кеплера, маємо:

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{a_1^3}, \text{ тобто } \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^2 = \left(\frac{a_2}{a_1} \right)^3.$$

Підносимо обидві частини отриманої рівності до степеня $\frac{1}{2}$ і отримуємо:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{a_2}{a_1} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

За умовою, період обертання має зрости вдвічі, тож: $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{a_2}{a_1} \right)^{\frac{3}{2}} = 2$.

При піднесенні до степеня $\frac{2}{3}$ маємо: $\left(\left(\frac{a_2}{a_1} \right)^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow \frac{a_2}{a_1} = 2^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow a_2 = 2^{\frac{2}{3}} \cdot a_1$.

Отже, більшу піввісь траєкторії треба збільшити в $2^{\frac{2}{3}}$ разу.

При переході до коренів можемо порахувати наближено:

$$2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2} = \left(\sqrt[3]{2} \right)^2 \approx (1,26)^2 \approx 1,59.$$

Таким чином, більшу піввісь еліптичної орбіти треба збільшити приблизно на 59%.

Відповідь. У $2^{\frac{2}{3}}$ разу, або приблизно на 59%.

VI. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

Рівень А

1. Подайте степінь із дробовим показником у вигляді кореня:

- 1) $2a^{\frac{1}{3}}$; 2) $(2a)^{-\frac{3}{4}}$; 3) $(4x)^{-1,5}$.

2. Знайдіть значення виразу:

1) $9^{-\frac{1}{6}} \cdot 9 : 9^{\frac{1}{3}}$;

2) $25^{\frac{1}{4}} \cdot \left(5^{-\frac{1}{6}}\right)^{-3}$;

3) $\left(\frac{1}{16} \cdot 9^2\right)^{-\frac{1}{4}}$.

3. Замініть арифметичний корінь степенем із дробовим показником:

1) $\sqrt[5]{3^2}$;

2) $\frac{1}{\sqrt{x}}$;

3) $\sqrt[11]{2x^2}$.

4. Спростіть вираз:

1) $(8x^{-0,3})^{-\frac{2}{3}}$;

2) $a^{2,5} \cdot \left(a^{-\frac{3}{14}}\right)^7$;

3) $(32y^{-2,5})^{\frac{2}{5}}$.

5. Визначте, при яких значеннях змінної має зміст вираз:

1) $(8x-4)^{\frac{2}{3}}$;

2) $(y-2)^{-\frac{3}{4}} + (1+y)^{0,5}$;

3) $(2a+1)^{\frac{3}{8}+0,125-\frac{1}{2}}$.

6. Скоротіть дріб:

1) $\frac{a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}}{a^{\frac{1}{6}}}$;

2) $\frac{a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}}-b^{\frac{1}{4}}}$;

3) $\frac{(\sqrt{a})^3 - (\sqrt{b})^3}{a + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b}$.

Рівень В

1. Подайте степінь із дробовим показником у вигляді кореня:

1) $-2x^{-1,75}$;

2) $(a-b)^{\frac{3}{5}}$;

3) $-2^{0,25}x^{-1}$.

2. Знайдіть значення виразу:

1) $100^{1,3} \cdot 100^{-\frac{2}{15}} : 100^{\frac{2}{3}}$;

2) $\left(2,5^{-\frac{2}{9}}\right)^{1,5} \cdot \left(\frac{4}{25}\right)^{-\frac{1}{6}}$;

3) $\left(\frac{27}{216} \cdot 0,064\right)^{-\frac{2}{3}}$.

3. Перетворіть ірраціональний вираз, використовуючи степінь із дробовим показником:

1) $a^5\sqrt{a^2\sqrt{a}}$;

2) $\frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[6]{a^5}}$;

3) $\sqrt[4]{\sqrt[8]{2}}$.

4. Спростіть вираз:

1) $\left(\frac{3^{-\frac{4}{3}} \cdot 3^{-\frac{3}{4}}}{3^{-\frac{1}{12}}}\right)^{\frac{1}{2}}$;

2) $\left(a^{-\frac{5}{14}}b^{\frac{5}{7}}\right)^{1,4} \cdot \left(a^{\frac{1}{5}}b^{0,4}\right)^{-2,5}$;

3) $\frac{\sqrt[3]{a} \cdot b^{\frac{5}{6}}}{a^{-\frac{5}{6}} \cdot (b^{-1,2})^{\frac{5}{18}}}$.

5. Визначте, при яких значеннях змінної має зміст вираз:

1) $\left(\frac{6-7x+x^2}{1-x}\right)^{\frac{2}{3}}$;

2) $\frac{x^{\frac{1}{3}-0,(3)}}{x^{\frac{1}{3}}}$;

3) $\frac{\sqrt[3]{x+2}}{(x+2)^{\frac{1}{3}}}$.

6. Скоротіть дріб:

1) $\frac{a^{\frac{3}{4}}-a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{3}{4}}-a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{2}}}$;

2) $\frac{a-2+a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}}$;

3) $\frac{(\sqrt{a})^3 - (\sqrt{b})^3}{a^{\frac{4}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b + a^{\frac{5}{6}}b^{\frac{1}{2}}}$.

7. Спростіть вираз:

1) $\left(x^{\frac{1}{4}} + 3x^{\frac{3}{2}}\right)^2 - \sqrt{x} - 9x^3;$

2) $\left(x^{\frac{1}{8}} + y^{\frac{1}{8}}\right)\left(x^{\frac{1}{8}} - y^{\frac{1}{8}}\right)\left(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}\right);$

3) $\left(x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}}\right)\left(x^{\frac{4}{3}} - x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{4}{3}}\right).$

8. Використайте відповідні формули скороченого множення та подайте у вигляді добутку вираз:

1) $a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{2}};$

2) $a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{2}};$

3) $a^{\frac{1}{4}} + 1.$

9. Спростіть вираз:

1) $\frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} - 3} + \frac{x}{9 - x} - \frac{3}{x^{\frac{1}{2}} + 3};$

2) $\left(\frac{x}{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} + y} - \frac{y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}\right) : \frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{y^{\frac{1}{2}}};$

3) $\left(\frac{x - x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} - 1} - 2\sqrt[3]{x} + 1\right) \cdot \frac{x^{\frac{1}{3}} + 1}{1 - x^{\frac{2}{3}}}.$

10. Розв'яжіть рівняння:

1) $(x - 1)^{-\frac{2}{5}} = 4;$

2) $x^{0,8} \cdot x^{1,2} - x^{0,8} \cdot x^{0,2} - 2 = 0;$

3) $2x^{\frac{4}{3}} - 3x\sqrt[3]{\frac{1}{x}} = 20.$

11. Оцініть значення виразу, за умови, що $256 \leq x < 729$:

1) $x^{0,75};$

2) $4x^{0,5} - 5x^{0,25};$

3) $\sqrt[4]{x^{0,5}} + 2x^{-\frac{1}{4}}.$

12. Знайдіть усі значення змінної x , що задовольняють рівність:

1) $\sqrt[4]{x} = x^{\frac{1}{4}};$

2) $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}};$

3) $\sqrt[5]{x} = -(-x)^{\frac{1}{5}}.$

Рівень С

1. Подайте у вигляді степеня з основою x :

1) $\frac{x\sqrt{x^3\sqrt{x}}}{\sqrt[4]{x^3\sqrt{x^2}}};$

2) $\frac{x^2\sqrt{x^2\sqrt[3]{x^2}}}{\sqrt[6]{x\sqrt{x}}};$

3) $\left(\sqrt[6]{x^{\frac{1}{2}\sqrt[3]{x}}}\right)^{-0,5}.$

2. З'ясуйте, чи може значення виразу $\left(\frac{0,5x^{\frac{1}{4}}}{(2-x)^{0,75}} + \frac{(2-x)^{\frac{1}{4}}x^{-\frac{3}{4}}}{2}\right) : (2x - x^2)^{0,25}$ дорівнювати:

1) 0;

2) 1;

3) $-\frac{1}{3}.$

3. Доведіть, що числове значення виразу $\left(\left(\frac{1}{81}\right)^{-0,5} \cdot 10^{-3} + 10000^{-0,75}\right)^{\frac{1}{2}}$ є коренем рівняння $110x^2 - 21x + 1 = 0$.

4. Розв'яжіть рівняння $\left(x^{\frac{8}{3}} - 2x^2\right)^{\frac{1}{3}} - 2\left(x^{\frac{2}{3}} - 2\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{81}$ методом розкладання на множники.
5. При якому значенні параметра a рівняння $x^2\sqrt[3]{x^2} - (a+2)x^{\frac{4}{3}} + 2a = 0$ має єдиний розв'язок?
6. Розв'яжіть рівняння $x^{3,2} + (2a-3)x\sqrt[5]{x^3} - 6a = 0$ в залежності від значень параметра a .

VII. Рефлексія (1–2 хв)

- 1) Я сьогодні навчився/навчилась
-
-
- 2) Мені здалося цікавим
-
-
- 3) У мене залишилися запитання щодо
-
-

Можливі теми проєктів

1. Історія виникнення степенів із дробовим показником.
2. Степені в природі: закони росту.
3. Обчислення степенів із дробовими показниками на комп'ютері.
4. Степені в техніці та в архітектурі.