

Урок 3. Побудова графіків степеневі функції з натуральними показниками

РОБОЧИЙ АРКУШ

(моє ім'я)

I. Очікувані результати навчальних досягнень

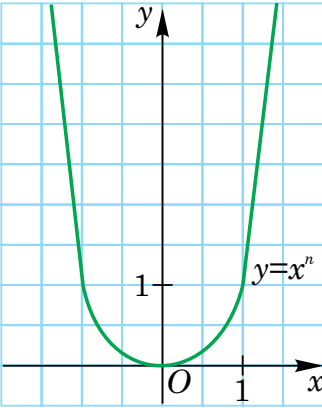
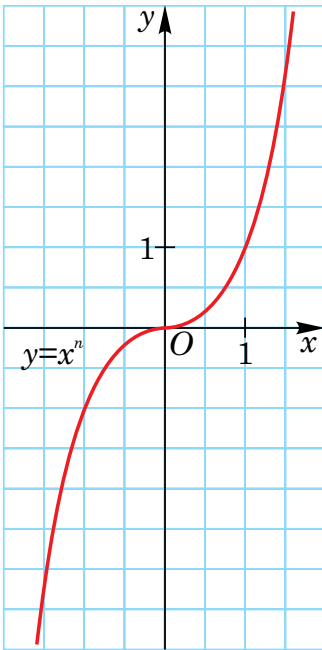
На уроці ви:

- 1) дізнаєтесь, як будувати графіки степеневих функцій з натуральними показниками;
- 2) навчитесь розпізнавати парні та непарні степеневі функції за їхніми графіками;
- 3) навчитесь порівнювати графіки різних степеневих функцій та робити висновки про їхню поведінку;
- 4) зрозумієте, як за допомогою графіків розв'язувати рівняння та системи рівнянь, що містять степеневі функції.

II. Повторення

1. Порівняйте числа:
1) $2,7^6$ і $2,4^6$; 2) $(-7)^8$ і $(-8)^8$; 3) $4,5^9$ і $4,8^9$; 4) $(-6)^9$ і $(-4)^9$.
2. Знайдіть значення виразу $\sqrt{(1-x)^2} - \sqrt{(x-3)^2}$, якщо $x = \sqrt{10}$.
3. Розв'яжіть графічно рівняння $x^3 = 3 - 2x$.
4. Укажіть нуль функції $y = x^5 - 1$.

III. Властивості та графік степеневої функції з натуральним показником

Функція $y = x^n$	n — парне	n — непарне
Область визначення	$(-\infty; +\infty)$.	$(-\infty; +\infty)$.
Множина значення	$[0; +\infty)$.	$(-\infty; +\infty)$.
Зростання, спадання	Функція зростає, якщо $x \in [0; +\infty)$. Функція спадає, якщо $x \in (-\infty; 0]$.	Функція є зростаючою на всій області визначення.
Парність, непарність	Парна.	Непарна.
Точки, через які проходить графік функції	$(0; 0)$, $(1; 1)$, $(-1; 1)$.	$(0; 0)$, $(1; 1)$, $(-1; -1)$.
Розташування графіка функції	У I і II координатних четвертях.	У I і III координатних четвертях.
Графік функції		

IV. Графічний метод розв'язування рівнянь та систем рівнянь

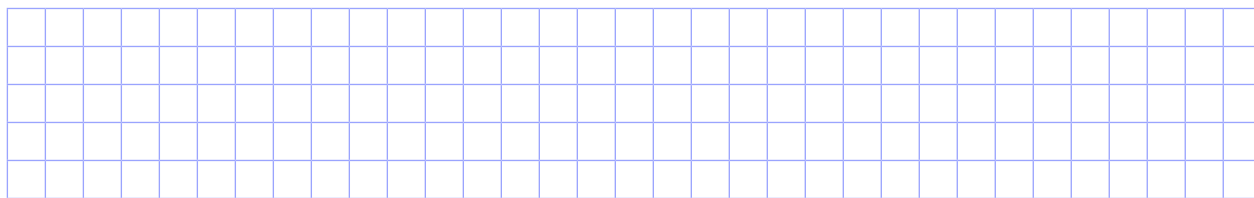
Схема розв'язування рівняння графічним методом

1. Будуємо графік лівої частини рівняння.
2. Будуємо графік правої частини рівняння.
3. Визначаємо координати точок перетину графіків, абсциси яких є розв'язками рівняння.

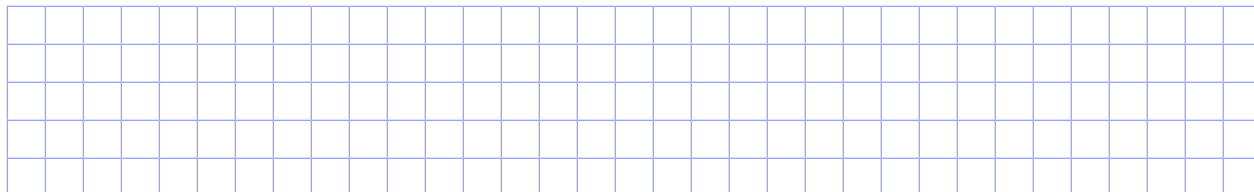
Схема розв'язування систем рівнянь графічним методом

1. Будуємо графік першого рівняння системи.
2. Будуємо графік другого рівняння системи.
3. Визначаємо координати точок перетину графіків, які є розв'язками системи.

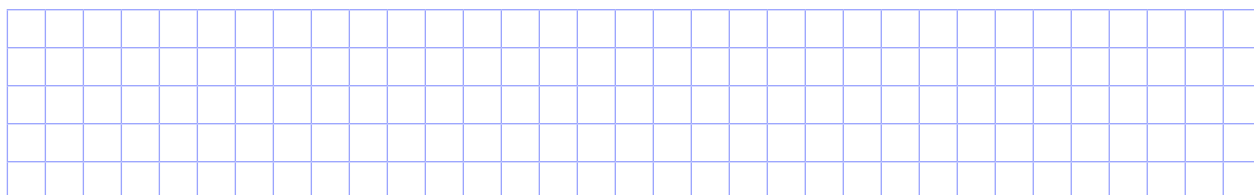
Приклад 1. Установіть графічно кількість коренів рівняння $x^3 = x^2 - 4$.



Приклад 2. Установіть графічно кількість розв'язків системи рівнянь $\begin{cases} y = x^3, \\ y = 2 - x^2. \end{cases}$



Приклад 3. Установіть кількість коренів рівняння $2x^4 = a - 2$ залежно від значень параметра a .



V. Розв'язування практичної задачі

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Молода підприємниця створила невелику компанію, яка виготовляє еко-свічки ручної роботи. Вона помітила, що прибуток компанії зростає разом із кількістю проданих свічок, але не лінійно. Було встановлено, що залежність прибутку P (у тис. грн) від кількості проданих свічок x , описується степеневою функцією $P = 0,5x^2$. Підприємниця запланувала отримати прибуток 45000 грн за місяць і хоче дізнатись, скільки свічок потрібно продати, щоб реалізувати свій план. Скільки одиниць товару треба продати, щоб отримати запланований прибуток?

VI. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С

Рівень А

- Розв'яжіть графічним методом рівняння:
1) $x^2 = 4$; 2) $x^3 = -2$; 3) $x^2 = -3$; 4) $x^4 = 1$.
- Установіть графічно кількість коренів рівняння:
1) $x^8 = x + 1$; 2) $x^5 = 3 - 2x$; 3) $x^4 = 0,5x - 2$.
- Установіть графічно кількість розв'язків системи рівнянь $\begin{cases} y = x^6, \\ 2x - y - 3 = 0. \end{cases}$
- Скільки коренів має рівняння $x^{12} = a - 6$ залежно від значень параметра a ?

- 5.** Скільки коренів має рівняння $x^n = 1600$, якщо:
- 1) n — парне натуральне число;
 - 2) n — непарне натуральне число?
- 6.** Серед рівнянь 1) – 6) укажіть рівняння, які не мають розв'язків. Обґрунтуйте відповідь графічним методом. Якщо рівняння 1) – 6) має дійсні корені, то знайдіть їх.
- 1) $x^2 + 4 = 0$;
 - 2) $x^3 - 27 = 0$;
 - 3) $x^4 + 1 = 0$;
 - 4) $x^5 = x$;
 - 5) $x^6 = 16$;
 - 6) $x^2 = -9$.
- 7.** Побудуйте графік функції:
- 1) $y = |x|x^3$;
 - 2) $y = |x|x^4 - x^5$.
- 8.** Установіть графічно кількість коренів рівняння:
- 1) $x^2 = 4$;
 - 2) $x^3 = x$;
 - 3) $x^4 = \sqrt{x}$;
 - 4) $x^2 = \frac{1}{x}$;
 - 5) $x^4 = |x - 3|$;
 - 6) $x^3 = 3 - 2x$;
 - 7) $\frac{1}{x-4} = x^3$;
 - 8) $x^3 = 4 - x^2$.
- Якщо можливо, запишіть значення коренів.

Рівень В

- 1.** Побудуйте графік функції:
- 1) $y = |x|x^4$;
 - 2) $y = |x|x^4 + x^5$.
- 2.** Розв'яжіть рівняння:
- 1) $4x^3 + x^7 = -5$;
 - 2) $x^6 + 3x^8 = 4$;
 - 3) $5x^{17} - 3x^8 = 2$;
 - 4) $11x^{15} + 2x^4 = -9$.
- 3.** Скільки коренів має рівняння $x^{24} = a^2 + 7a - 8$ залежно від значень параметра a ?
- 4.** Установіть графічно кількість коренів рівняння:
- 1) $x^8 = x + 1$;
 - 2) $x^5 = 3 - 2x$;
 - 3) $x^4 = 0,5x - 2$;
 - 4) $x^3 = x^2 - 3$.
- 5.** Установіть графічно кількість розв'язків системи рівнянь:
- 1) $\begin{cases} y = x^6, \\ 2x - y - 3 = 0; \end{cases}$
 - 2) $\begin{cases} y = x^5, \\ y = 2 - 0,5x^2. \end{cases}$
- 6.** Скільки коренів має рівняння $x^8 = 9a - a^3$ залежно від значень параметра a ?

Рівень С

- 1.** Розв'яжіть рівняння:
- 1) $x^{11} + x^3 = 2$;
 - 2) $2x^4 + x^{10} = 3$.
- 2.** Установіть графічно кількість розв'язків системи рівнянь:
- 1) $\begin{cases} y = x^2 - 4, \\ y = 2x + 1; \end{cases}$
 - 2) $\begin{cases} y = x^2, \\ y = 2x + 3; \end{cases}$
 - 3) $\begin{cases} y = x^3, \\ y = x + 1; \end{cases}$
 - 4) $\begin{cases} y = -x^2 + 1, \\ y = x^3 + 1; \end{cases}$
 - 5) $\begin{cases} y = x^5 - 1, \\ y = 0; \end{cases}$
 - 6) $\begin{cases} y = x^2 + 2, \\ y = 3x + 4. \end{cases}$
- 3.** Побудуйте графік функції:
- 1) $y = x^3 - 1$;
 - 2) $y = -0,5x^4$;
 - 3) $y = (x + 1)^4 - 1$;
 - 4) $y = |x^3|$.
- 4.** Розв'яжіть графічно нерівність $x^5 > x^4$.

- ## Рефлексія

- 1) Сьогодні я дізнався/дізналась, що

- 2) Цей урок допоміг мені зрозуміти, що

- 3) Під час уроку я зрозумів/зрозуміла, що вже вмію

- 4) Найскладнішим для мене було

- 5) Тепер я впевнений/упевнена у своїй здатності

- 6) Найбільше мені сподобалося

1. Порівняння графіків парних і непарних степеневих функцій.
2. Розв'язування практичних задач графічним методом із використанням степеневих функцій.
3. Створення інтерактивної моделі степеневих функцій у GeoGebra.
4. Графічне розв'язування систем рівнянь, що містять степеневі функції.
5. Використання степеневих функцій у дизайні, в архітектурі та в мистецтві.







