

10

Тема 3.

Ірраціональні рівняння, системи ірраціональних рівнянь. Ірраціональні нерівності

Урок 1. Означення та класифікація ірраціональних рівнянь

Тип уроку: урок засвоєння нових знань.

План уроку

1. Означення ірраціонального рівняння.
2. Види ірраціональних рівнянь.
3. Теореми про піднесення обох частин рівняння до непарного та парного степенів.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

оцінює достовірність і доцільність використання даних у специфічних проблемних ситуаціях [12 МАО 1.2.2–1 П];

пропонує альтернативні шляхи досягнення результатів розв'язання специфічної проблемної ситуації, оцінює можливі ризики [12 МАО 1.3.2–1 П];

заохочує і підтримує членів групи під час представлення та обговорення результатів, конструктивно реагує на критику [12 МАО 2.4.2–1 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Сформулюйте мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку.
- 2) Запропонуйте учням/ученицям розв'язати завдання на повторення.
- 3) Сформулюйте геометричну задачу (без розв'язання). Розв'язання пропонуємо у вигляді групової роботи наприкінці уроку.
- 4) Теорію подавайте стисло, акцентуйте увагу (коли можливо) на її практичному застосуванні.

5) До кожного теоретичного твердження наведено кілька ілюстративних прикладів. Обирайте ілюстративні приклади на свій розсуд.

6) Матеріал уроку подано з надлишком, тому обирайте кількість матеріалу на власний розсуд.

7) Заплануйте проведення останніх блоків уроку, а саме: розв'язування геометричної задачі й тренувальні вправи як важливий компонент формування практичних навичок і навчання учнів/учениць самостійної роботи над завданнями.

8) Під час розв'язання задачі групами важливо формувати комунікаційні навички, знаходити математичного партнера, з яким під силу розв'язати задачу.

9) Мотивуйте учнів/учениць до проектної діяльності. Можливі теми для створення проєктів запропоновані. Робота над обраним проєктом може тривати впродовж вивчення усієї змістової теми. Тематами проєктів можуть бути практичні завдання за рівнями складності В або С. Якщо учень/учениця розв'язали рівень А, то для проєкту вони можуть обрати рівні В або С.

I. Організаційна частина (2 хв)

Мотиваційні запитання

1) Які числа називають раціональними?

2) Які числа називають ірраціональними?

3) Наведіть приклади ірраціональних чисел.

4) Які рівняння називають ірраціональними?

5) Що таке ОДЗ ірраціонального рівняння?

6) У якій ситуації при розв'язуванні ірраціонального рівняння може виникнути сторонній корінь?

II. Повторення (3–4 хв)

1. Серед даних чисел оберіть ірраціональне число.

А	Б	В	Г	Д
0	1	-2,25	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{4}$

2. Число 2 є коренем рівняння:

А	Б	В	Г	Д
$2x^2 + x - 11 = 0$	$2x + 4 = 0$	$x^2 - 5x + 6 = 0$	$\frac{x^2 - 4}{2 - x} = 0$	$\sqrt{x - 3} = 2$

3. Укажіть значення виразу $16^{-\frac{3}{4}}$.

А	Б	В	Г	Д
-12	-8	8	0,125	інша відповідь

4. Знайдіть ОДЗ виразу $\sqrt{7-2x}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 3,5]$	$(-\infty; 3,5)$	$[0; +\infty)$	$x \neq 0$	$[3,5; +\infty)$

5. Оберіть рівняння, яке не має дійсних коренів.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt[3]{x} = -2$	$\sqrt{x} = 2$	$x^{\frac{2}{3}} = 1$	$\frac{2x-1}{2x-1} = 1$	$\sqrt{x} = -1$

Як я вирішую певну проблему?

Задача. У гострокутному трикутнику провели висоту. Вона поділила сторону на відрізки, довжини яких відрізняються на 9 см. Знайдіть площу трикутника, якщо дві його сторони, що мають із проведеною висотою спільну вершину, дорівнюють 10 см та 17 см.

III. Означення ірраціонального рівняння

Ви знаєте вже важливі типи рівнянь, які часто використовуються в математиці та прикладних ситуаціях і мають відомі алгоритми для розв'язання: лінійні, квадратні, дробово-раціональні. У всіх цих рівняннях змінна підносилася до цілого степеня. Розглянемо важливий тип рівнянь, для якого така властивість не виконується.

Означення. Ірраціональними називають рівняння, в яких невідома величина (змінна) знаходиться під знаком кореня або невідома величина підноситься до степеня з дробовим показником.

Так само, як і для дробово-раціональних рівнянь, важливу роль при розв'язуванні ірраціональних рівнянь відіграє *ОДЗ (область допустимих значень)* – множина значень змінної, при яких обидві частини рівняння мають сенс, тобто всі дії в них можна коректно виконати.

Для коренів парного степеня підкореневі вирази мають бути невід'ємними.

Як і при розв'язанні інших типів рівнянь, часто потрібно виконати деякі алгебричні перетворення. При цьому можуть виникати рівняння двох типів: *рівносильні рівняння* (мають таку саму множину розв'язків, як і початкове рівняння) і *рівняння-наслідки* (множина їхніх розв'язків складається з усіх коренів початкового рівняння і деяких інших чисел – *сторонніх коренів*). Сторонні корені рівняння можна відкинути перевіркою – підстановкою цих чисел замість змінної у початкове рівняння. Зайвих пере-

творень часто можна уникнути, якщо крім ОДЗ рівняння звертати увагу на множину значень відомих функцій.

Ілюстративні приклади

6. Знайдіть область допустимих значень ірраціонального рівняння:

а) $\sqrt{x-3} + \sqrt{4-x} = 5$; б) $\sqrt[3]{x-3} - \sqrt[5]{4-x} = \sqrt{2}$; в) $x^{\frac{2}{3}} - x^{-\frac{2}{3}} = 3,75$.

Розв'язання.

а) Оскільки у рівнянні змінна присутня під знаком квадратного кореня (парного степеня), то підкореневі вирази мають бути невід'ємними:

$$\begin{cases} x-3 \geq 0, \\ 4-x \geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow 3 \leq x \leq 4.$$

Отже, ОДЗ даного рівняння – це проміжок $[3; 4]$.

Відповідь. $[3; 4]$.

б) Оскільки у рівнянні змінна присутня лише під знаком кубічного кореня (непарного степеня), то ніякого обмеження на підкореневі вирази, окрім того, щоб вони були коректно визначені, немає. Отже, ОДЗ даного рівняння – вся множина дійсних чисел.

Відповідь. $\mathbb{R}$.

в) Оскільки до складу рівняння входить змінна у дробових степенях, то для знаходження ОДЗ використовуємо означення степеня з раціональним показником:

$$\begin{cases} x \geq 0, \\ x > 0; \end{cases} \Leftrightarrow x > 0.$$

Отже, ОДЗ даного рівняння складається з усіх додатних чисел.

Відповідь. $(0; +\infty)$.

7. Розв'яжіть рівняння:

а) $\sqrt{x-3} = 5$; б) $(x^2 - 6x + 5) \cdot \sqrt{x-2} = 0$; в) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x+5} = 6$.

Розв'язання.

а) Обидві частини даного рівняння набувають невід'ємних значень, а для таких чисел функція $y = t^2$ є зростаючою, і рівність аргументів рівносильна до рівності відповідних значень функцій (піднесення до квадрата дасть *рівносильне рівняння*):

$$\sqrt{x-3} = 5 \Leftrightarrow x-3 = 25 \Leftrightarrow x = 28.$$

Відповідь. 28.

б) Добуток дорівнює нулю у випадку, коли принаймні один із множників дорівнює нулю, тож:

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 5 = 0, \\ \sqrt{x-2} = 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5, \\ x = 1, \\ x = 2. \end{cases}$$

Зробимо перевірку:

$$(5^2 - 6 \cdot 5 + 5) \cdot \sqrt{5-2} = 0, \quad (1^2 - 6 \cdot 1 + 5) \cdot \sqrt{1-2} = 0, \quad (2^2 - 6 \cdot 2 + 5) \cdot \sqrt{2-2} = 0.$$

Перевірка показала, що корінь $x = 1$ виявився стороннім (не входить до ОДЗ), тобто отримана в ході розв'язання сукупність є лише наслідком даного рівняння.

Відповідь. 2; 5.

в) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x+5} = 6$.

Зрозуміло, що $x+1 < x+5$ при будь-яких значеннях змінної. Тож, ліва частина рівняння набуває на ОДЗ лише від'ємних значень, натомість права частина рівняння є додатним числом. Тому рівняння не має дійсних коренів.

Відповідь. $\emptyset$.

IV. Види ірраціональних рівнянь

При розв'язуванні ірраціональних рівнянь використовують як рівносильні перетворення, що призводять до рівносильних рівнянь, так і перетворення, що призводять до рівнянь-наслідків. Але метою всіх цих перетворень, у будь-якому випадку, є зведення даного рівняння до одного з найпростіших видів. А для них знаходження коренів є доволі простим.

<i>Найпростіші ірраціональні рівняння</i>		
Вид рівняння	Рівносильна умова	Приклад
$\sqrt[n]{f(x)} = a, a \geq 0, n — \text{парне}$	$f(x) = a^n$	$\sqrt{x^2 - 5x + 10} = 2,$ $x^2 - 5x + 10 = 4,$ $x^2 - 5x + 6 = 0,$ $x = 2, x = 3.$
$\sqrt[n]{f(x)} = a, a < 0, n — \text{парне}$	$\emptyset$	$\sqrt{x^2 - 5x + 7} = -2.$ Немає розв'язків.
$\sqrt[n]{f(x)} = a, n — \text{непарне}$	$f(x) = a^n$	$\sqrt[3]{7x - 1} = -2,$ $7x - 1 = -8,$ $7x = -7,$ $x = -1.$
$\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)}, n — \text{парне}$	$\begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) \geq 0 \end{cases}$	$\sqrt{x^2 - 5x + 1} = \sqrt{x - 4},$ $\begin{cases} x^2 - 5x + 1 = x - 4, \\ x - 4 \geq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - 6x + 5 = 0, \\ x \geq 4; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 5, \\ x = 1, \Leftrightarrow x = 5 \\ x \geq 4. \end{cases}$
$\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)}, n — \text{непарне}$	$f(x) = g(x)$	$\sqrt[3]{2x - 3} = \sqrt[3]{x + 1},$ $2x - 3 = x + 1,$ $x = 4.$

V. Теорема про піднесення обох частин рівняння до непарного та парного степенів

При виконанні перетворень, що спрощують вид ірраціонального рівняння, найчастіше зустрічаються піднесення обох частин рівняння до однакового степеня. Важливо слідкувати за тим, коли це є рівносильним перетворенням (призводить до рівносильного рівняння, отримані корені не потребують перевірки), а коли – ні (отримаємо рівняння-наслідок, його корені потребують перевірки підстановкою до початкового рівняння).

Теорема 1. При піднесенні обох частин рівняння до одного й того самого непарного натурального степеня отримаємо рівносильне рівняння.

Теорема 2. При піднесенні обох частин рівняння до одного й того самого парного натурального степеня отримаємо (у загальному випадку) рівняння-наслідок.

Доведення теореми 1 ґрунтується на тому, що степенева функція при непарному натуральному показнику є зростаючою. Тому рівність аргументів рівносильна до рівності відповідних значень функцій, тобто: $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f^n(x) = g^n(x)$ при непарному натуральному значенні n .

Доведення теореми 2 відрізняється від доведення теореми 1, оскільки степенева функція при парному натуральному показнику не є зростаючою на множині дійсних чисел. Тому рівність аргументів призводить до рівності відповідних значень функцій, тобто: $f(x) = g(x) \Rightarrow f^n(x) = g^n(x)$ при парному натуральному значенні n . Але навпаки, взагалі кажучи, це неправильно. Наприклад, при деякому значенні аргументу може бути так, що $f(x) = -g(x)$, але $f^n(x) = g^n(x)$ при парному натуральному значенні n .

Ілюстративні приклади

8. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[5]{2x^2 + x - 1} = -1$.

Розв'язання. Оскільки в даному рівнянні корінь непарного степеня, то можна одразу перейти до рівносильного рівняння (піднести обидві частини рівняння до п'ятого степеня): $\sqrt[5]{2x^2 + x - 1} = -1 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 = -1 \Leftrightarrow 2x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = -0,5$.

Відповідь. 0; -0,5.

9. Розв'яжіть рівняння: $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{2x+6} = x+3$.

Розв'язання. Піднесемо обидві частини рівняння до квадрата й отримаємо рівняння-наслідок: $(x-1) \cdot (2x+6) = (x+3)^2$.

Після виконання рівносильних перетворень отримуємо рівняння

$$x^2 - 2x - 15 = 0 \text{ з коренями } x = 5; x = -3.$$

Зробимо перевірку: $\sqrt{5-1} \cdot \sqrt{2 \cdot 5 + 6} = 5 + 3 \oplus$, $\sqrt{-3-1} \cdot \sqrt{2 \cdot (-3) + 6} = -3 + 3 \otimes$.

Відповідь. $x = 5$.

10. Знайдіть корені рівняння $\sqrt{x+5} - \sqrt{x} = 1$.

Розв'язання. Піднесемо обидві частини рівняння до квадрата й отримаємо рівняння-наслідок:

$$x+5-2\sqrt{x+5}\cdot\sqrt{x}+x=1.$$

Після виконання рівносильних перетворень отримуємо рівняння

$$x+2=\sqrt{x+5}\cdot\sqrt{x}.$$

Знов підносимо обидві частини рівняння до квадрата:

$$x^2+4x+4=x^2+5x, \text{ звідки } x=4.$$

Зробимо перевірку:

$$\sqrt{4+5}-\sqrt{4}=1.$$

Відповідь. $x=4$.

11. Знайдіть множину коренів рівняння $\sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{2x-1} = 1$.

Розв'язання. Піднесемо обидві частини рівняння до куба, скориставшись формулою $(a+b)^3 = a^3 + 3ab(a+b) + b^3$, і отримаємо рівносильне рівняння:

$$x-1+3(\sqrt[3]{x-1}+\sqrt[3]{2x-1})\cdot\sqrt[3]{x-1}\sqrt[3]{2x-1}+2x-1=1.$$

Підставимо значення 1 замість виразу у дужках (нерівносильне перетворення):

$$3x-2+3\cdot 1\cdot\sqrt[3]{x-1}\sqrt[3]{2x-1}=1.$$

Після виконання рівносильних перетворень отримуємо рівняння

$$\sqrt[3]{x-1}\sqrt[3]{2x-1}=1-x.$$

Знов підносимо обидві частини рівняння до куба:

$$(x-1)(2x-1)=(1-x)^3.$$

Звідси або $x=1$, або $2x-1=-x^2+2x-1 \Leftrightarrow x=0$.

Зробимо перевірку:

$$\sqrt[3]{1-1}+\sqrt[3]{2\cdot 1-1}=1; \sqrt[3]{0-1}+\sqrt[3]{2\cdot 0-1}=1.$$

Відповідь. $x=1$.

Висновок. Ірраціональні рівняння є важливим класом рівнянь. Їх можна розв'язувати як рівносильними перетвореннями, що призводять до рівносильних рівнянь з такою самою множиною розв'язків, або нерівносильними перетвореннями, що призводять до рівнянь-наслідків. У такому випадку треба перевіряти знайдені корені підстановкою до початкового рівняння. Найбільш поширеним типом таких нерівносильних перетворень є піднесення до квадрата при розв'язуванні рівнянь з квадратними коренями.

VI. Розв'язання геометричної задачі. Групова активність (6–8 хв)

Як я вирішую певну проблему?

Задача. У гострокутному трикутнику провели висоту. Вона поділила сторону на відрізки, довжини яких відрізняються на 9 см. Знайдіть площу трикутника, якщо дві його сторони, що мають із проведеною висотою спільну вершину, дорівнюють 10 см та 17 см.

Розв'язання. Зробимо рисунок відповідно до умови та будемо розв'язувати задачу, виходячи з нього.

Нехай $AD = x$ (см), тоді $DC = x + 9$ (см).

Оскільки більшій проєкції відповідає більша похила, то $AB = 10$ (см), $BC = 17$ (см).

Знайдемо висоту BD трикутника ABC двома способами, використовуючи теорему Піфагора в трикутниках ABD та CBD :

$$BD = \sqrt{100 - x^2}, \quad BD = \sqrt{289 - (x + 9)^2}.$$

Отримаємо рівняння, яке розв'яжемо відповідно до схеми розв'язання найпростіших видів ірраціональних рівнянь:

$$\sqrt{100 - x^2} = \sqrt{289 - (x + 9)^2}, \quad \begin{cases} 100 - x^2 = 289 - (x + 9)^2, \\ 100 - x^2 \geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 100 - x^2 = 289 - x^2 - 18x - 81, \\ x^2 \leq 100; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 6, \\ |x| \leq 10. \end{cases}$$

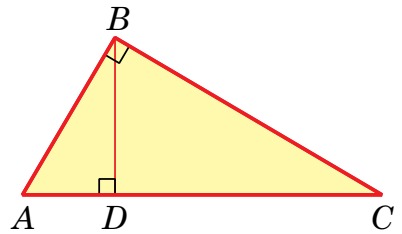
З урахуванням, що через x позначено довжину відрізка, отримуємо, що $x = 6$.

Звідси знаходимо: $AD = 6$ (см), $DC = 6 + 9 = 15$ (см), $AC = 6 + 15 = 21$ (см),

$$BD = \sqrt{100 - 6^2} = 8 \text{ (см)}.$$

Остаточно знаходимо площу трикутника ABC : $S = \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot 8 = 84 \text{ (см}^2\text{)}.$

Відповідь. 84 см^2 .



VII. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

Рівень А

1. Знайдіть ОДЗ рівняння:

а) $\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x} = 5$; б) $\sqrt{x - 2} + \sqrt{5 - x} = \sqrt{3}$; в) $\sqrt[3]{x + 1} + \sqrt[3]{2 - x} = 0$.

2. Установіть, чи є рівносильними рівняння:

а) $\sqrt{x - 2} = 4$ і $x - 2 = 16$; б) $\sqrt[3]{2 - x} = 1$ і $x + 2 = 3$; в) $\sqrt{x - 2} = -4$ і $x - 2 = 16$.

3. Розв'яжіть рівняння:

а) $\sqrt{2x + 1} = 5$; б) $\sqrt{x - 2} = -\sqrt{3}$; в) $\sqrt{x^2 - 7x + 10} = 0$.

4. Розв'яжіть рівняння:

а) $\sqrt[3]{5 - 3x} = -2$; б) $\sqrt[5]{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt[5]{x^2 - x + 3}$; в) $\sqrt[3]{5 + 3x} = \sqrt[3]{-2}$.

5. Розв'яжіть рівняння:

а) $\sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{-2x}$; б) $\sqrt{x^2 - 4x} = \sqrt{6 - 3x}$; в) $\sqrt{x^2 + x - 3} = \sqrt{1 - 2x}$.

6. Доведіть, що рівняння не має дійсних коренів:

а) $\sqrt{x^2 - x - 6} = -6$; б) $\sqrt{x^2 - 4x} + \sqrt{6 - 3x} = -2$; в) $\sqrt{x^2 - 3} - \sqrt{x^2 + 3} = 6$.

Рівень В

1. Знайдіть ОДЗ рівняння:

а) $\sqrt{x^2-1} + \sqrt{x^2-5x+6} = 5$; б) $\frac{2-x}{\sqrt{x-2}} + \sqrt{5-x} = -\sqrt{3}$; в) $\frac{4-x}{\sqrt{x-4}} + \sqrt[3]{2-x} = 5$.

2. Установіть, чи є рівносильними рівняння:

а) $\sqrt{x-5} = 9$ і $x+2 = 88$; б) $\sqrt[4]{2-x} = -1$ і $2-x = 1$; в) $\sqrt{x+6} = x$ і $x+6 = x^2$.

3. Доведіть, що рівняння не має дійсних коренів:

а) $\sqrt{3x-1} + \sqrt{5x+3} + 4 = 0$; б) $\sqrt{x-8} + 3 = \sqrt{7-x}$; в) $\sqrt{1-x^2} + \sqrt[4]{5x-5} = 2$.

4. Розв'яжіть рівняння:

а) $\sqrt{14+|x|} = \sqrt{x^2-16}$; б) $\sqrt{x+1} = \frac{|x|}{x} + 1$; в) $\sqrt[4]{2+\sqrt{x-5}} = \sqrt{2}$.

5. Розв'яжіть рівняння:

а) $\sqrt[3]{3+\sqrt[3]{3+\sqrt[3]{x}}} = 1$; б) $\sqrt[3]{x^3+x^2+x+1} = \sqrt[3]{x^3+2x^2-x+2}$;
в) $\sqrt[3]{x^3+3x^2+x+1} = x+1$.

6. Розв'яжіть рівняння:

а) $\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+5} = x$; б) $(x-5) \cdot \sqrt{x^2-10x+24} = 0$; в) $\frac{\sqrt{x^2+3x}}{x^2+5x+6} = 0$.

7. Розв'яжіть рівняння:

а) $\sqrt{x-2+2\sqrt{x+6}} = 4$; б) $\sqrt{2x+6} + \sqrt{4+x} = 7$; в) $\sqrt{2x^2+8x+7} = x+2$.

8. Розв'яжіть рівняння:

а) $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-3} = \sqrt{3x+4}$; б) $\sqrt{3x+1} - \sqrt{4+x} = 1$;
в) $\sqrt{3x+12} - \sqrt{x+1} = \sqrt{4x+13}$.

9. Розв'яжіть рівняння:

а) $\sqrt[3]{x-10} + \sqrt[3]{x-17} = 3$; б) $\sqrt[3]{4x+3} - \sqrt[3]{x+2} = 1$; в) $\sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{x-2} = \sqrt[3]{2x-3}$.

10. Розв'яжіть рівняння:

а) $\sqrt{x-2} - \sqrt{7x-x^2-12} = 2x+1$; б) $\sqrt{x-2} - \sqrt{2-x} = x^2-5x+6$;
в) $\sqrt{x^2-5x+6} - \sqrt{4x-x^2-4} = \sqrt{4x+13}$.

11. Розв'яжіть рівняння:

а) $(x-1)^{\frac{5}{6}} = 32$; б) $(2-x)^{-\frac{2}{3}} = 25$; в) $(x^2-5x+5)^{\frac{1}{3}} = -1$.

12. Розв'яжіть рівняння з параметром a :

а) $\sqrt{x-4} = \sqrt{2x-a}$; б) $\sqrt{5-x} = a-2$; в) $\frac{\sqrt{x-1}-a}{5-x} = 0$.

Рівень С

1. Знайдіть ОДЗ рівняння $\sqrt{x^2-21x+98} - \sqrt{x^2-16x+63} = \sqrt{x^2-13x+42}$ та множину його розв'язків.

2. Розв'яжіть рівняння, знайшовши попередньо найбільше або найменше значення для обох частин рівняння:

а) $\sqrt{x^2+2x+5} = x^4+3$; б) $\sqrt{x^2-2x+5} + \sqrt{4+x^2} = 4$; в) $2 - \sqrt{x^2-1} = x + \frac{1}{x}$.

- 3.** Розв'яжіть рівняння з використанням властивостей монотонних функцій:
 а) $\sqrt{x+4} + \sqrt{x+11} = 7$; б) $\sqrt{11-x} + \sqrt{10-3x} = 5$; в) $\sqrt{12+x} + \sqrt{21+x} = 13-x$.
- 4.** Розв'яжіть рівняння:
 а) $\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+2)^2} = 3$; б) $\sqrt[4]{(2-x)^4} + \sqrt[4]{(2+x)^4} = 4$; в) $\sqrt[6]{(x-3)^6} - \sqrt[6]{(2+x)^6} = 5$.
- 5.** Розв'яжіть рівняння з параметром a :
 а) $\sqrt{x-4} \cdot \sqrt{x-a} = 0$; б) $\frac{\sqrt{x-a}}{\sqrt{x-1}} = 0$; в) $a^2\sqrt{x-5} + \sqrt{x-2} = 0$.
- 6.** Розв'яжіть рівняння:
 а) $\sqrt[3]{x+7} = \sqrt{x+3}$; б) $\sqrt{5-\sqrt{x+1}+\sqrt{2x^2+x+3}} = 1$;
 в) $\sqrt{x+\sqrt{x+11}} + \sqrt{x-\sqrt{x+11}} = 4$.

VIII. Рефлексія (1–2 хв)

- | | | | | |
|-----------|--|-----|------------------------|----|
| 1. | Я знаю означення ірраціонального рівняння. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 2. | Я вмію знаходити ОДЗ ірраціонального рівняння. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 3. | Я знаю схему розв'язання найпростіших видів ірраціональних рівнянь. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 4. | Я знаю означення рівносильних рівнянь. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 5. | Я знаю, що таке рівняння-наслідок та сторонній корінь рівняння. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 6. | Я розумію застосування теорем про піднесення обох частин рівняння до натурального степеня. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |

Можливі теми проєктів

- Геометричні задачі, що призводять до ірраціональних рівнянь.
- Використання монотонності функцій при розв'язуванні ірраціональних рівнянь.
- Використання області визначення та множини значень функції при розв'язуванні ірраціональних рівнянь.
- Використання нерівностей при розв'язуванні ірраціональних рівнянь.
- Використання графіків функцій при розв'язуванні ірраціональних рівнянь.