

10

Тема 3.

Ірраціональні рівняння, системи ірраціональних рівнянь. Ірраціональні нерівності

Урок 12. Розв'язування ірраціональних рівнянь, систем ірраціональних рівнянь та нерівностей

Тип уроку: урок узагальнення та систематизації знань.

План уроку

1. Робота учнів/учениць над індивідуальними (груповими) проєктами.
2. Узагальнення та розв'язування ірраціональних рівнянь.
3. Узагальнення та розв'язування систем ірраціональних рівнянь.
4. Узагальнення та розв'язування ірраціональних нерівностей.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

упорядковує та перетворює інформацію математичного змісту в специфічних проблемних ситуаціях, зокрема із застосуванням інформаційних технологій [12 МАО 2.1.3–1 П];

пропонує альтернативні шляхи досягнення результатів розв'язання специфічної проблемної ситуації, оцінює можливі ризики [12 МАО 1.3.2–1 П];

заохочує і підтримує членів групи під час представлення та обговорення результатів, конструктивно реагує на критику [12 МАО 2.4.2–1 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Основна мета уроку — узагальнення та систематизація знань, умінь та навичок щодо розв'язування ірраціональних рівнянь, нерівностей та систем ірраціональних рівнянь.
- 2) Додаткова мета уроку — підготовка до тематичного оцінювання.
- 3) Під час командної гри варто слідкувати як за правильністю відповідей учасників команд, так і за атмосферою доброзичливості у кожній команді, формуванням навичок комунікації, академічною доброчесністю.

4) Слід акцентувати увагу учнів та учениць на тому, що виграти гру — важливо, але навчитися гідно працювати в команді та підготуватися до підсумкового оцінювання — важливіше.

I. Організаційна частина (2–3 хв)

На початку вчитель об'єднує учнів/учениць у команди (орієнтовно по 6 осіб). У командах учні/учениці працюють як над мініпроєктами з узагальнення навчального матеріалу за темою, так і при розв'язуванні задач командної гри «Математична карусель». Порадьте учнівству облаштувати місце для командної роботи, обрати капітанів та назви команд. За необхідності, проведіть інструктаж із техніки безпеки на уроці. Під час роботи учнів/учениць над мініпроєктами вчитель виконує роль консультанта.

II. Робота учнів/учениць над груповими проєктами

Завдання для проєктів

1. Опишіть спосіб розв'язання ірраціонального рівняння та відповідної нерівності за допомогою рівносильного переходу або алгоритму. Розв'яжіть описаним способом подані завдання.

Вид завдання	Спосіб розв'язання	Приклади
$\sqrt[n]{f(x)} = a$		$\sqrt{x^2 + 3x - 2} = 4$ $\sqrt[3]{x^2 - x - 1} = -1$
$\sqrt[n]{f(x)} \geq a$		$\sqrt{x^2 + 3x - 2} \geq 4$ $\sqrt[3]{x^2 - x - 1} \geq -1$

- 3.** Опишіть спосіб розв'язання ірраціонального рівняння та відповідної нерівності за допомогою рівносильного переходу або алгоритму. Розв'яжіть описаним способом подані завдання.

Вид завдання	Спосіб розв'язання	Приклади
$\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)}$		$\sqrt{x^2 - 3x - 6} = \sqrt{10 - 3x}$ $\sqrt[3]{x^2 - x - 13} = \sqrt[3]{x + 2}$
$\sqrt[n]{f(x)} \leq \sqrt[n]{g(x)}$		$\sqrt{10 - 3x} \leq \sqrt{x^2 - 3x - 6}$ $\sqrt[3]{x^2 + x - 2} \leq \sqrt[3]{x^2 - x}$

- 4.** Опишіть спосіб розв'язання ірраціонального рівняння та відповідної нерівності за допомогою рівносильного переходу або алгоритму. Розв'яжіть описаним способом подані завдання.

Вид завдання	Спосіб розв'язання	Приклади
$\sqrt[n]{f(x)} = g(x)$		$\sqrt{x^2 - 3x - 6} = x - 1$ $\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 - 13} = x - 1$
$\sqrt[n]{f(x)} \geq g(x)$		$\sqrt{x^2 - 3x - 6} \geq x - 1$ $\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 - 13} \geq x - 1$

- 5.** Опишіть спосіб розв'язання ірраціонального рівняння та відповідної нерівності за допомогою рівносильного переходу або алгоритму. Розв'яжіть описаним способом подані завдання.

Вид завдання	Спосіб розв'язання	Приклади
$\sqrt[n]{f(x)} = g(x)$		$\sqrt{2x^2 - 3x - 11} = x - 1$ $\sqrt[3]{x^3 + 3x - 13} = x - 1$
$\sqrt[n]{f(x)} \leq g(x)$		$\sqrt{2x^2 - 3x - 11} \leq x - 1$ $\sqrt[3]{x^3 + 3x - 13} \leq x - 1$

III. Розв'язування ірраціональних рівнянь, систем та нерівностей у командній грі «Математична карусель»

Правила проведення гри «Математична карусель»

Математична карусель — це командне змагання з розв'язування задач. Перемагає в ньому команда, яка набирає найбільшу кількість очок. Задачі розв'язуються на двох етапах — вивідному та заліковому, але очки нараховуються тільки за задачі, розв'язані на заліковому етапі. На початку гри всі члени кожної команди розташовуються на своєму вивідному етапі, їм присвоюють номери з 1 по 6. За сигналом ведучого команди отримують задачу та починають її розв'язувати.

Якщо команда вважає, що задача розв'язана правильно, то її представник з номером 1 показує відповідь судді. Якщо відповідь правильна, то гравець з номером 1 переходить на заліковий етап і отримує задачу там, а члени команди, які залишилися на вивідному етапі, також отримують нову задачу. В подальшому члени команди, які перебувають на вивідному та заліковому етапах, розв'язують різні задачі незалежно один від одного.

Щоб зрозуміти наступну частину правил, потрібно уявити собі, що на кожному з етапів гравці, які на ньому перебувають, вишикувані в чергу. Перед початком гри на вивідному етапі вони йдуть у порядку зростання номерів. Якщо члени команди, які перебувають на одному з двох етапів, вважають, що вони розв'язали чергову задачу, відповідь до судді приносить гравець, який стоїть у черзі першим. Якщо відповідь є правильною, то з вивідного етапу цей гравець переходить до залікового, а на заліковому етапі повертається на своє місце в черзі. Якщо відповідь неправильна, то на вивідному етапі гравець повертається на своє місце в черзі, а із залікового переходить в кінець черги до вивідного. На обох етапах команда в будь-який момент може відмовитись від розв'язування певної задачі. В такій ситуації задача вважається нерозв'язаною.

Після того, як частина команди, яка перебуває на якомусь з двох етапів, представила відповідь або відмовилась від розв'язання даної задачі, вона отримує нову задачу. Якщо на етапі в цей момент немає жодного учасника/учасниці, задачу починають розв'язувати, коли на етапі з'явиться хоча б один гравець.

За першу правильно розв'язану на заліковому етапі задачу команда отримує три бали. Якщо команда на заліковому етапі правильно розв'язує декілька задач поспіль, то за кожну наступну задачу вона отримує на 1 бал більше, ніж за попередню. Якщо ж чергова задача № n розв'язана неправильно, то за наступну задачу № $n + 1$ бали нараховуються наступним чином. Якщо задача № n мала принести команді більше 6 балів, то правильна відповідь до задачі № $n + 1$ приносить 5 балів. Якщо задача № n мала принести команді 4, 5 або 6 балів, то правильна відповідь до задачі № $n + 1$ приносить на один бал менше. Якщо задача № n мала принести команді 3 бали, то правильна відповідь до задачі № $n + 1$ приносить також 3 бали.

Гра для команди закінчується, якщо:

- а) скінчився відведений час, або
- б) скінчилися задачі на заліковому етапі, або
- в) скінчилися задачі на вивідному етапі, а на заліковому етапі немає жодного гравця.

Час гри, кількість вивідних та залікових завдань обговорюється заздалегідь.

Методичний коментар. В окремих ситуаціях наведені класичні правила варто дещо спростити. Наприклад, якщо у вчителя немає помічників для проведення гри,

можна розділити клас на три команди (не обов'язково по 6 гравців), скасувати правило щодо жорсткого слідування за тим, хто саме з черги гравців приносить відповідь. Вчитель у такому разі може самостійно впоратися з ролями ведучого, лічильника та судді одночасно. Також інколи доцільно спростити наведену схему нарахування балів і користуватися такими правилами: правильна відповідь дає можливість за наступну задачу отримати на 1 бал більше, ніж за дану, неправильна знижує «вартість» наступної задачі до 3 балів.

Звісно, всі правила ретельно обговорюються з учнями/ученицями заздалегідь, учитель готує комплекти карток із завданнями за кількістю команд, для судді – аркуш із правильними відповідями, для лічильників балів — таблицю на певну кількість команд та завдань.

За 10 хвилин до кінця уроку гру завершують, підраховують бали та виявляють команду-переможницю, а також команди, що посіли друге та третє місця. На розсуд ведучого (вчителя), учасники та учасниці з таких команд можуть бути нагороджені дипломами та/або отримати додаткові заохочувальні бали до результату підсумкового оцінювання за темою.

Задачі для вивідного етапу

№ з/п	Формулювання задачі	Відповідь
В-1	Розв'яжіть рівняння $\sqrt{3x+1} = \sqrt{5}$.	$1\frac{1}{3}$.
В-2	Скільки цілих чисел входить до ОДЗ рівняння $\sqrt{3x+1} - \sqrt{27-5x} = 3$?	Шість.
В-3	Розв'яжіть нерівність $\sqrt{2x-1} \geq 9$.	$[41; +\infty)$.
В-4	Скільки цілих чисел задовольняють нерівність $\sqrt{3x+11} < 7$?	16.
В-5	Розв'яжіть рівняння $\sqrt{4x-1} = 3 - \pi$.	$\emptyset$.
В-6	Скільки дійсних розв'язків має рівняння $\sqrt{3x+1} = \sqrt{29-5x-3x^2}$?	Один.
В-7	Знайдіть усі дійсні корені рівняння $2\sqrt{3x-1} - \sqrt{1-3x} = 0$.	$\frac{1}{3}$.
В-8	Розв'яжіть систему рівнянь: $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3, \\ 2\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 7. \end{cases}$	(4; 1).
В-9	Скільки спільних точок мають графіки функцій: $y = x$, $y = \sqrt{3x^2 - 2}$?	Одну.
В-10	Розв'яжіть нерівність $\sqrt{3x-5} \leq \sqrt{2x+7}$.	$\left[1\frac{2}{3}; 12\right]$.

Картки для роздавання на вивідному етапі

В-1	В-2	В-3	В-4
Розв'яжіть рівняння $\sqrt{3x+1} = \sqrt{5}$.	Скільки цілих чисел входить до ОДЗ рівняння $\sqrt{3x+1} - \sqrt{27-5x} = 3$?	Розв'яжіть нерівність $\sqrt{2x-1} \geq 9$.	Скільки цілих чисел задовольняють нерівність $\sqrt{3x+11} < 7$?
В-5	В-6	В-7	В-8
Розв'яжіть рівняння $\sqrt{4x-1} = 3 - \pi$.	Скільки дійсних розв'язків має рівняння: $\sqrt{3x+1} = \sqrt{29-5x-3x^2}$?	Знайдіть усі дійсні корені рівняння $2\sqrt{3x-1} - \sqrt{1-3x} = 0$.	Розв'яжіть систему рівнянь: $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3, \\ 2\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 7. \end{cases}$
В-9	В-10		
Скільки спільних точок мають графіки функцій: $y = x$ і $y = \sqrt{3x^2 - 2}$?	Розв'яжіть нерівність $\sqrt{3x-5} \leq \sqrt{2x+7}$.		

Задачі для залікового етапу

№ з/п	Формулювання задачі	Відповідь
З-1	Розв'яжіть рівняння: $\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{2x-6} = 2$.	-1; 3; 35.
З-2	Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{y+2} = \sqrt{x+2y}, \\ 2x - y = 7. \end{cases}$	(3; -1).
З-3	Розв'яжіть нерівність $\frac{6-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \geq 0$.	(4; 36].
З-4	При якому значенні параметра a рівняння $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-1} = 3$ має дійсні корені?	$a \in [-10; 8]$.
З-5	Знайдіть корені рівняння $x^2 + 3 - \sqrt{2x^2 - 3x + 2} = 1,5(x+4)$.	-2; 3,5.
З-6	Знайдіть усі розв'язки системи рівнянь $\begin{cases} \frac{1}{1+(x-y)^2} = z+4, \\ \sqrt{z+3} + 2x = 8. \end{cases}$	(4; 4; -3).
З-7	Знайдіть множину розв'язків нерівності $\sqrt{x+4} - \sqrt{2x+1} < \sqrt{2-x}$.	$\left(\frac{3-\sqrt{23}}{4}; \frac{3+\sqrt{23}}{4} \right)$.
З-8	Знайдіть суму всіх натуральних розв'язків нерівності $\sqrt{x+8} - \sqrt{x-4} \geq 2$.	30.

№ з/п	Формулювання задачі	Відповідь
3-9	Розв'яжіть систему $\begin{cases} y = x + 3, \\ \sqrt{-xy} \leq x + 7. \end{cases}$	$(t; t+3), t \in [-3; 0]$.
3-10	Одна зі сторін трикутника дорівнює 8 см, а прилеглий до неї кут – 60° . Оцініть довжину іншої сторони, прилеглої до цього ж кута, за умови, що протилежна до нього сторона не менша від 7 см.	Не більша за 3 см або не менша від 5 см.

Картки для роздавання на заліковому етапі

3-1 Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{2x-6} = 2$.	3-2 Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{y+2} = \\ = \sqrt{x+2y}, \\ 2x - y = 7. \end{cases}$	3-3 Розв'яжіть нерівність $\frac{6 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} \geq 0$.	3-4 При якому значенні параметра a рівняння $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-1} = 3$ має дійсні корені?
3-5 Знайдіть корені рівняння $x^2 + 3 - \sqrt{2x^2 - 3x + 2} = 1,5(x+4)$.	3-6 Знайдіть усі розв'язки системи $\begin{cases} \frac{1}{1 + (x-y)^2} = z + 4, \\ \sqrt{z+3} + 2x = 8. \end{cases}$	3-7 Знайдіть множину розв'язків нерівності $\sqrt{x+4} - \sqrt{2x+1} < \sqrt{2-x}$.	3-8 Знайдіть суму всіх натуральних розв'язків нерівності $\sqrt{x+8} - \sqrt{x-4} \geq 2$.
3-9 Розв'яжіть систему $\begin{cases} y = x + 3, \\ \sqrt{-xy} \leq x + 7. \end{cases}$	3-10 Одна зі сторін трикутника дорівнює 8 см, а прилеглий до неї кут становить 60° . Оцініть довжину іншої сторони, прилеглої до цього ж кута, за умови, що протилежна до нього сторона не менша від 7 см.		

IV. Підведення підсумків

Підведіть підсумки гри, оголосіть, які заохочувальні призи отримають члени команди (команд), що виграли змагання.

Запропонуйте учасникам та учасницям команд індивідуальне домашнє завдання з представленою для гри «Математична карусель» переліку задач.

V. Рефлексія (1 хв)



РЕФЛЕКСІЯ– ОЦІНКА



ОЦІНИ Й ОПИШИ, ЯК ТИ СЕБЕ ПОЧУВАЄШ
ПІСЛЯ УРОКУ СЬОГОДНІ

