

Урок 15. Підсумковий урок

Тип уроку: урок корекції знань.

План уроку

1. Аналіз контрольної роботи.
2. Корегування знань учнів. Розв'язування задач за результатами контрольної роботи.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

пропонує альтернативні шляхи досягнення результатів розв'язання специфічної проблемної ситуації, оцінює можливі ризики [12 МАО 1.3.2–1 П];

оцінює результати за наданими чи самостійно розробленими критеріями [12 МАО 2.4.1–1 П];

оцінює обґрунтованість математичного розв'язання в контексті реальної комплексної проблемної ситуації [12 МАО 3.2.3–1 П];

робить висновки щодо застосування математичних понять і фактів [12 МАО 4.1.2–1 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Урок спрямований на аналіз підсумкової контрольної роботи, за результатами вивчення теми 4 та на корегування знань учнів/учениць із цієї теми.
- 2) Урок можна використати як додатковий урок для захисту проєктів.
- 3) Для захисту проєктів забезпечте учнів/учениць технічними та навчальними засобами (ноутбуками, проєкторами тощо).
- 4) Якщо ви проводите захист учнівських проєктів, то мотивуйте учнів/учениць до активного обговорення запропонованих проєктів.
- 5) За результатами захисту проєктів виставте учням/ученицям підсумкові (тематичні) оцінки.
- 6) До кожного завдання контрольної роботи наведено відповіді та розв'язки.
- 7) Після кожного завдання наведено вправи для корегування, які можна запропонувати індивідуально учням/ученицям, у котрих було виявлено прогалини в знаннях.

I. Організаційна частина (2–3 хв)

II. Захист індивідуальних (групових) проєктів

III. Аналіз контрольної роботи. Корегування знань учнів/учениць

Завдання 1

Варіант 1. Обчисліть $\operatorname{ctg} \frac{11\pi}{3}$.

Розв'язання. $\operatorname{ctg} \frac{11\pi}{3} = \operatorname{ctg} \left(4\pi - \frac{\pi}{3} \right) = \operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{3} \right) = -\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Відповідь. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Варіант 2. Обчисліть $\operatorname{ctg} \frac{11\pi}{6}$.

Розв'язання. $\operatorname{ctg} \frac{11\pi}{6} = \operatorname{ctg} \left(2\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{6} \right) = -\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = -\sqrt{3}$.

Відповідь. $-\sqrt{3}$.

Вправи для корегування

1. Обчисліть:

1) $\sin \frac{47\pi}{6}$; 2) $\operatorname{tg} \frac{25\pi}{4}$; 3) $\operatorname{ctg} \frac{27\pi}{4}$; 4) $\cos \frac{21\pi}{4}$.

2. Знайдіть значення виразу:

1) $\cos \frac{23\pi}{4} - \sin \frac{15\pi}{4} - \operatorname{ctg} \left(-\frac{11\pi}{2} \right)$; 2) $\sin \frac{25\pi}{3} - \cos \left(-\frac{17\pi}{2} \right) - \operatorname{tg} \frac{10\pi}{3}$;
3) $\sin(-7\pi) - 2\cos \frac{31\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{7\pi}{4}$; 4) $\cos(-9\pi) + 2\sin \left(-\frac{49\pi}{6} \right) - \operatorname{ctg} \left(-\frac{21\pi}{4} \right)$.

Завдання 2

Варіант 1. Розташуйте числа: $a = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$, $b = \operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}$, $c = \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$, $d = \operatorname{tg} \frac{3\pi}{8}$ у порядку зростання.

Розв'язання. Оскільки $\frac{3\pi}{4}$ — кут третьої чверті, то $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} < 0$.

На проміжку $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$ функція $y = \operatorname{tg} x$ є зростаючою. Якщо $\frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{4} < \frac{3\pi}{8}$, то

$\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} < \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} < \operatorname{tg} \frac{3\pi}{8}$. Отже, $b < c < a < d$.

Відповідь. $b < c < a < d$.

Варіант 2. Розташуйте числа: $a = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}$, $b = \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4}$, $c = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$, $d = \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{8}$ у порядку зростання.

Розв'язання. Оскільки $\frac{3\pi}{4}$ — кут третьої чверті, то $\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4} < 0$.

На проміжку $(0; \pi)$ функція $y = \operatorname{ctg} x$ є спадною.

Якщо $\frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{4} < \frac{3\pi}{8}$, то $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} > \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} > \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{8}$. Отже, $b < d < a < c$.

Відповідь. $b < d < a < c$.

Вправи для корегування

3. Розташуйте числа в порядку спадання:

1) $\sin(-0,2)$, $\sin 0,2$, $\sin 1,5$, $\sin 1$, $\sin 0,9$;

2) $\cos 0,1$, $\cos 1,4$, $\cos 2,4$, $\cos 3,1$, $\cos 1,8$.

4. Розташуйте числа в порядку зростання:

1) $\operatorname{ctg} 3,2$, $\operatorname{ctg} 4,6$, $\operatorname{ctg} 6$, $\operatorname{ctg} 5,3$;

2) $\operatorname{tg} 0,5$, $\operatorname{tg} 1,2$, $\operatorname{tg}(-0,4)$, $\operatorname{tg} 0,9$.

Завдання 3

Варіант 1. Визначте правильну нерівність.

А $\sin 100^\circ < 0$

Б $\sin 180^\circ < \sin 200^\circ$

В $\cos 89^\circ < \cos 31^\circ$

Г $\cos 123^\circ < \cos 170^\circ$

Д $\operatorname{tg}(-13^\circ) < \operatorname{tg}(-45^\circ)$

Відповідь. В.

Варіант 2. Визначте правильну нерівність.

А $\operatorname{ctg} 20^\circ < \operatorname{ctg} 70^\circ$

Б $\sin 90^\circ < \sin 91^\circ$

В $\cos \pi > \cos \frac{\pi}{2}$

Г $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) > \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$

Д $\cos(-300^\circ) > \cos 80^\circ$

Відповідь. Д.

Вправи для корегування

5. Порівняйте:

1) $\cos 1,6\pi$ і $\cos 1,68\pi$;

2) $\sin 20^\circ$ і $\sin 21^\circ$;

3) $\cos 20^\circ$ і $\cos 21^\circ$;

4) $\sin \frac{10\pi}{9}$ і $\sin \frac{25\pi}{18}$.

5) $\operatorname{tg} \frac{2\pi}{9}$ і $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{18}$;

6) $\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{8}$ і $\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{12}$.

Завдання 4

Варіант 1. Переведіть радіани в градуси $\frac{11\pi}{4}$.

Розв'язання. Щоб перевести радіани в градуси потрібно помножити даний кут на $\frac{180^\circ}{\pi}$.

$$\frac{11\pi}{4} = \frac{11\pi}{4} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 495^\circ.$$

Відповідь. 495° .

Варіант 2. Переведіть радіани в градуси $\frac{13\pi}{6}$.

Розв'язання. Щоб перевести радіани в градуси потрібно помножити даний кут на $\frac{180^\circ}{\pi}$.

$$\frac{13\pi}{6} = \frac{13\pi}{6} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 390^\circ.$$

Відповідь. 390° .

Вправи для корегування

6. Знайдіть градусну міру кута:

1) $-\frac{7\pi}{4}$ рад;

2) $-\frac{20\pi}{3}$ рад;

3) $\frac{13\pi}{15}$ рад;

4) $\frac{\pi}{20}$ рад;

5) $-\frac{13\pi}{180}$ рад;

6) $0,5$ рад.

Завдання 5

Варіант 1. У якій чверті знаходиться точка, що відповідає куту 4 радіани?

Розв'язання. Оскільки $\pi < 4 < \frac{3\pi}{2}$, то точка знаходиться у третій чверті.

Відповідь. У третій.

Варіант 2. У якій чверті знаходиться точка, що відповідає куту 3 радіани?

Розв'язання. Оскільки $\frac{\pi}{2} < 3 < \pi$, то точка знаходиться у другій чверті.

Відповідь. У другій.

Вправи для корегування

7. У якій координатній чверті знаходиться точка одиничного кола, отримана в результаті повороту точки $A_0(1; 0)$ на кут:

1) 138° ;

2) 500° ;

3) $\frac{\pi}{7}$;

4) $-\frac{11\pi}{6}$;

5) 2;

6) -140° ?

Завдання 6

Варіант 1. Обчисліть $\sin 1470^\circ$.

Розв'язання. $\sin 1470^\circ = \sin(4 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = \sin 30^\circ = 0,5$.

Відповідь. 0,5.

Варіант 2. Обчисліть $\cos 1140^\circ$.

Розв'язання. $\cos 1140^\circ = \cos(3 \cdot 360^\circ + 60^\circ) = \cos 60^\circ = 0,5$.

Відповідь. 0,5.

Вправи для корегування

8. Обчисліть:

1) $\cos 630^\circ - \sin 1470^\circ - \operatorname{ctg} 1125^\circ$;

2) $\operatorname{tg} 1800^\circ - \sin 495^\circ + \cos 945^\circ$;

3) $3\cos 3660^\circ + \sin(-1560^\circ) + \cos(-450^\circ)$.

Завдання 7

Варіант 1. Знайдіть радіанну міру кута 150° .

Розв'язання. Щоб перевести градусну міру кута в радіанну, необхідно помножити значення кута заданого в градусах на $\frac{\pi}{180^\circ}$.

$$150^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{5\pi}{6}.$$

Відповідь. $\frac{5\pi}{6}$.

Варіант 2. Знайдіть радіанну міру кута 120° .

Щоб перевести градусну міру кута в радіанну, необхідно помножити значення кута заданого в градусах на $\frac{\pi}{180^\circ}$.

$$120^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{2\pi}{3}.$$

Відповідь. $\frac{2\pi}{3}$.

Вправи для корегування

9. Переведіть градусну міру кута в радіанну міру:

1) 40° ;

2) 105° ;

3) 75° ;

4) 32° ;

5) 100° ;

6) 140° .

Завдання 8

Варіант 1. Укажіть найменший додатний період функції $y = 3 \operatorname{tg}\left(5x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Розв'язання. Якщо число T є головним періодом функції $y = f(x)$, то число $\frac{T}{|k|}$, де

$k \neq 0$, є періодом функції $y = f(kx + b)$.

Головним періодом функції $y = \operatorname{tg} x$ є число π , тому головним періодом функції

$y = 3 \operatorname{tg}\left(5x + \frac{\pi}{4}\right)$ буде число $\pi : 5 = \frac{\pi}{5}$.

Відповідь. $\frac{\pi}{5}$.

Варіант 2. Укажіть найменший додатний період функції $y = \frac{1}{3} \operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{5}\right)$.

Розв'язання. Головним періодом функції $y = \operatorname{ctg} x$ є число π , тому головним періо-

дом функції $y = \frac{1}{3} \operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{5}\right)$ буде число $\pi : \frac{1}{2} = 2\pi$.

Відповідь. 2π .

Вправи для корегування

10. Знайдіть головний період функції:

1) $f(x) = \cos\left(\frac{4}{5}x + 1\right)$;

2) $f(x) = \operatorname{ctg}\left(\frac{4\pi x}{7} + 1\right)$;

3) $f(x) = \operatorname{tg}\left(\frac{5}{3}x + 2\right)$;

4) $f(x) = \sin\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{7}x\right)$.

Завдання 9

Варіант 1. Укажіть найменше значення функції $y = 2 - 3 \cos 2x$.

Розв'язання. $-1 \leq \cos 2x \leq 1$, $-3 \leq -3 \cos 2x \leq 3$, $-1 \leq -3 \cos 2x + 2 \leq 5$.

Найменше значення функції $y = 2 - 3 \cos 2x$ дорівнює -1 .

Відповідь. -1 .

Варіант 2. Укажіть найбільше значення функції $y = 3 - 2 \sin 2x$.

Розв'язання. $-1 \leq \sin 2x \leq 1$, $-2 \leq -2 \sin 2x \leq 2$, $1 \leq -2 \sin 2x + 3 \leq 5$.

Найбільше значення функції $y = 3 - 2 \sin 2x$ дорівнює 5 .

Відповідь. 5 .

Вправи для корегування

11. Знайдіть найбільше і найменше значення функції:

1) $y = 4 - 3 \sin 2x$; 2) $y = \left|\cos \frac{x}{3}\right|$; 3) $y = 4 \cos^4 x + 2$; 4) $y = 0,3 \operatorname{ctg}^2 x - 1$.

Завдання 10

Варіант 1. За якого з наведених значень x , функція $y = \operatorname{tg} 4x$ не існує?

Розв'язання. Функція $y = \operatorname{tg} x$ не визначена в точках виду $\frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. Тобто $4x$ не може бути числом виду $\frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. Якщо $x = \frac{\pi}{8}$, то $4x = \frac{\pi}{2}$.

Відповідь. $\frac{\pi}{8}$.

Варіант 2. За якого з наведених значень x , функція $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{4}$ не існує?

Розв'язання. Функція $y = \operatorname{ctg} x$ не визначена в точках виду πn , $n \in \mathbb{Z}$. Тобто $\frac{x}{4}$ не може бути числом виду πn , $n \in \mathbb{Z}$. Якщо $x = 8\pi$, то $\frac{x}{4} = 2\pi$.

Відповідь. 8π .

Вправи для корегування

12. При яких значеннях x , функція не визначена:

- 1) $y = \operatorname{tg} 2x$; 2) $y = \operatorname{ctg} 3x$; 3) $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$; 4) $y = \operatorname{tg} \frac{x}{3}$?

Завдання 11

Варіант 1. Укажіть проміжки спадання функції $y = \sin x$.

Розв'язання. Функція $y = \sin x$ зростає на кожному з проміжків виду

$$\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right], n \in \mathbb{Z} \text{ та спадає на кожному з проміжків виду}$$

$$\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right], n \in \mathbb{Z}.$$

Відповідь. $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right], n \in \mathbb{Z}$.

Варіант 2. Укажіть проміжки спадання функції $y = \cos x$.

Розв'язання. Функція $y = \cos x$ зростає на кожному з проміжків виду

$$[\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n], n \in \mathbb{Z} \text{ та спадає на кожному з проміжків виду}$$

$$[2\pi n; \pi + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}.$$

Відповідь. $[2\pi n; \pi + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$.

Вправи для корегування

13. На яких із наведених проміжків функція $y = \sin x$ зростає:

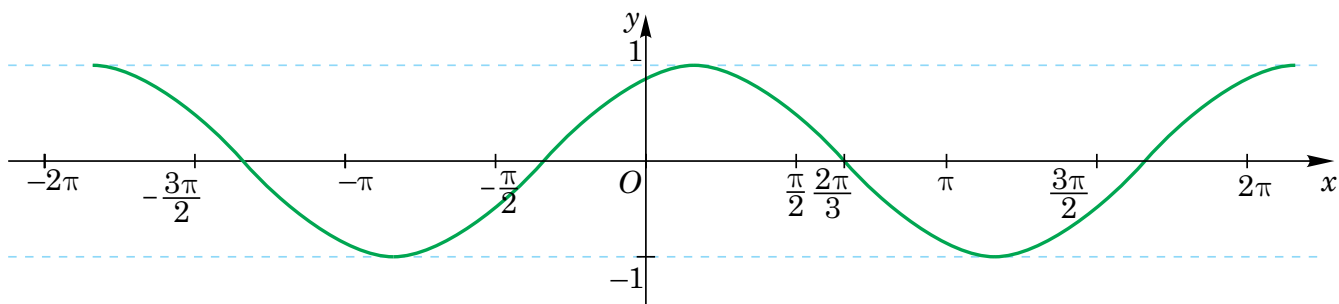
- 1) $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$; 2) $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$; 3) $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$; 4) $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$?

14. Побудуйте графік функції $y = \sin x$ на відрізку $[-2\pi; 2\pi]$ та укажіть проміжки зростання функції на цьому відрізку.

- 15.** Побудуйте графік функції $y = \cos x$ на відрізку $[-\pi; 3\pi]$ та укажіть проміжки спадання функції на цьому відрізку.

Завдання 12

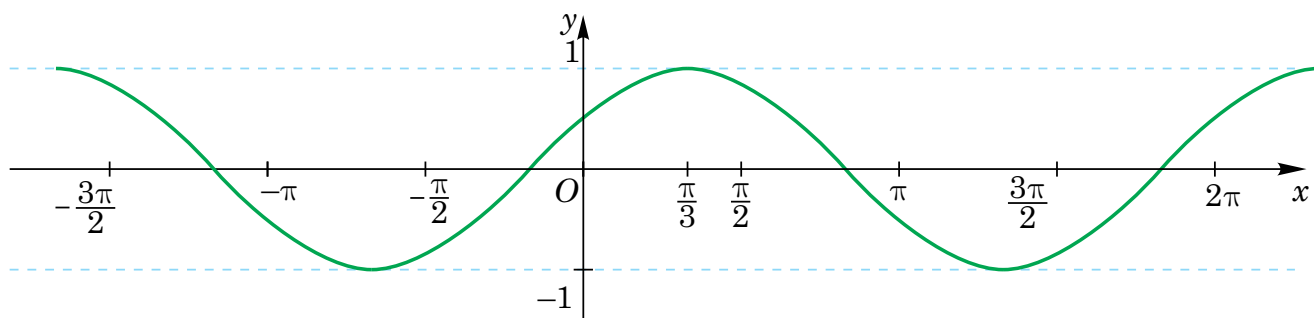
Варіант 1. Графік якої із функцій зображено на рисунку?



Розв'язання. На рисунку побудовано графік функції $y = \sin x$, який зміщений уздовж осі Ox на $\frac{\pi}{3}$ одиниці ліворуч. Унаслідок такого перетворення отримуємо функцію $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

Відповідь. $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

Варіант 2. Графік якої із наведених функцій зображено на рисунку?



Розв'язання. На рисунку побудовано графік функції $y = \cos x$, який зміщений уздовж осі Ox на $\frac{\pi}{3}$ одиниці праворуч. Унаслідок такого перетворення отримуємо функцію $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$.

Відповідь. $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$.

Вправи для корегування

16. Побудуйте графік функції:

1) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$; 2) $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$; 3) $y = \operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$; 4) $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

Завдання 13

Варіант 1. Укажіть непарну функцію.

А $f(x) = x \cos x + x^3$

Б $f(x) = x^2 + \sin x$

В $f(x) = x^2 + \cos x$

Г $f(x) = x^3 \sin x$

Д $f(x) = x \cos x + x^2$

Розв'язання. Розглянемо функцію $f(x) = x \cos x + x^3$.

$$f(-x) = -x \cos(-x) + (-x)^3 = -x \cos x - x^3 = -(x \cos x + x^3) = -f(x).$$

Відповідь. А.

Варіант 2. Укажіть парну функцію.

А $f(x) = x \cos x + x^3$

Б $f(x) = x^2 + \sin x$

В $f(x) = x^3 + \cos x$

Г $f(x) = x^3 \sin x$

Д $f(x) = x \cos x + x^2$

Розв'язання. Розглянемо функцію $f(x) = x^3 \sin x$.

$$f(-x) = (-x)^3 \sin(-x) = -x^3 \cdot (-\sin x) = x^3 \sin x = f(x).$$

Відповідь. Г.

Вправи для корегування

17. Дослідіть на парність функцію:

1) $f(x) = \sqrt{\cos x}$;

2) $f(x) = \sqrt{\sin x}$.

3) $f(x) = \sin(2 \cos x)$;

4) $f(x) = 5 \cos(\sin x)$.

Завдання 14

Варіант 1. Укажіть найбільше число.

А	Б	В	Г	Д
$\operatorname{ctg} 83^\circ$	$\operatorname{ctg} 82^\circ$	$\operatorname{ctg} 79^\circ$	$\operatorname{ctg} 100^\circ$	$\operatorname{ctg} 99^\circ$

Розв'язання. Функція $y = \operatorname{ctg} x$ є спадною, тому найменшому з наведених значень аргументу відповідатиме найбільше значення функції, тобто значення $\operatorname{ctg} 79^\circ$.

Відповідь. $\operatorname{ctg} 79^\circ$.

Варіант 2. Укажіть найменше число.

А	Б	В	Г	Д
$\operatorname{tg} 63^\circ$	$\operatorname{tg} 60^\circ$	$\operatorname{tg} 79^\circ$	$\operatorname{tg} 80^\circ$	$\operatorname{tg} 62^\circ$

Розв'язання. Функція $y = \operatorname{tg} x$ є зростаючою, тому найменшому із наведених значень аргументу відповідатиме найменше значення функції, тобто значення $\operatorname{tg} 60^\circ$.

Відповідь. $\operatorname{tg} 60^\circ$.

Вправи для корегування

18. Порівняйте:

1) $\operatorname{tg}(-94^\circ)$ і $\operatorname{tg}(-92^\circ)$;

2) $\operatorname{ctg} 286^\circ$ і $\operatorname{ctg} 288^\circ$;

3) $\operatorname{tg} 4$ і $\operatorname{tg} 4,5$;

4) $\operatorname{ctg}(-7)$ і $\operatorname{ctg}(-6,5)$.

Завдання 15

Варіант 1. Обчисліть: $\frac{2}{\pi^2} \operatorname{arctg} \sqrt{3} \cdot \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$.

Розв'язання. $\frac{2}{\pi^2} \operatorname{arctg} \sqrt{3} \cdot \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{\pi^2} \cdot \frac{\pi}{6} \cdot \frac{2\pi}{3} = \frac{2}{9}$.

Відповідь. $\frac{2}{9}$.

Варіант 2. Обчисліть: $\frac{2}{\pi^2} \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

Розв'язання. $\frac{2}{\pi^2} \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{2}{\pi^2} \cdot \frac{\pi}{3} \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{9}$.

Відповідь. $-\frac{1}{9}$.

Вправи для корегування

19. Обчисліть:

1) $\arcsin(-1) - \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$;

2) $\sin\left(\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$;

3) $\arccos\left(\sin \frac{\pi}{3}\right)$;

4) $\operatorname{tg}\left(\arcsin \frac{1}{2} - \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + \operatorname{arctg}(-1)\right)$;

5) $\operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}\right)$.

Завдання 16

Варіант 1. Установіть відповідність між функцією (1–3) та головним періодом (А–Д) функції.

Функція

1 $y = \sin 3x$

2 $y = \cos \frac{x}{3}$

3 $y = \operatorname{ctg} 3x$

Головний період функції

А 6π

Б 2π

В π

Г $\frac{2\pi}{3}$

Д $\frac{\pi}{3}$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐

Відповідь. 1 – Г, 2 – А, 3 – Д.

Варіант 2. Установіть відповідність між функцією (1–3) та головним періодом (А–Д) функції.

- Функція*
- 1 $y = \operatorname{tg} 3x$
- 2 $y = \sin \frac{x}{6}$
- 3 $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{6}$

- Головний період функції*
- А 6π
- Б 12π
- В 2π
- Г $\frac{2\pi}{3}$
- Д $\frac{\pi}{3}$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐

Відповідь. 1 – Д, 2 – Б, 3 – А.

Вправи для корегування

20. Знайдіть головний період функції:

- 1) $f(x) = \sin\left(-\frac{1}{3}x + 1\right)$; 2) $f(x) = \operatorname{tg}\left(\frac{1}{4}x + 1\right)$;
- 3) $f(x) = \operatorname{ctg}\left(-\frac{1}{5}x + 2\right)$; 4) $f(x) = \sin\left(\frac{1}{5}\pi x\right)$.

Завдання 17

Варіант 1. Установіть відповідність між геометричним перетворенням графіка функції $y = \sin x$ (1–3) та функцією, яка є результатом перетворення (А–Д).

Перетворення графіка функції $y = \sin x$

- 1 Графік функції $y = \sin x$ паралельно перенесли вздовж осі Ox на чотири одиниці у від'ємному напрямку.
- 2 Графік функції $y = \sin x$ розтягнули від осі Ox у чотири рази.
- 3 Графік функції $y = \sin x$ розтягнули від осі Oy у чотири рази.

Функція, яка є результатом перетворення

- А $y = 4 \sin x$
- Б $y = \sin(x - 4)$
- В $y = \sin(x + 4)$
- Г $y = \sin \frac{x}{4}$
- Д $y = \sin x + 4$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐

Відповідь. 1 – В, 2 – А, 3 – Г.

Варіант 2. Установіть відповідність між геометричним перетворенням графіка функції $y = \operatorname{tg} x$ (1–3) та функцією, яка є результатом перетворення (А–Д).

Перетворення графіка функції $y = \operatorname{tg} x$

- 1 Графік функції $y = \operatorname{tg} x$ паралельно перенесли вздовж осі Oy на дві одиниці у від'ємному напрямку.
- 2 Графік функції $y = \operatorname{tg} x$ стиснули до осі Ox у два рази.
- 3 Графік функції $y = \operatorname{tg} x$ стиснули до осі Oy у два рази.

Функція, яка є результатом перетворення

- А $y = \operatorname{tg} 2x$
- Б $y = \operatorname{tg}(x - 2)$
- В $y = \operatorname{tg}(x + 2)$
- Г $y = \frac{1}{2} \operatorname{tg} x$
- Д $y = \operatorname{tg} x - 2$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐

Відповідь. 1 – Д, 2 – Г, 3 – А.

Вправи для корегування

21. Побудуйте графік функції:

$$1) y = 2 \cos 4x + \frac{3}{2};$$

$$2) y = -3 \cos \left(x - \frac{\pi}{5} \right) + 1;$$

$$3) y = \frac{3}{2} \cos \left(3x - \frac{3\pi}{4} \right) - \frac{1}{2};$$

$$4) y = 2 \cos \left(x - \frac{2\pi}{3} \right) + 3;$$

$$5) y = 2 \operatorname{tg} \left(3x + \frac{\pi}{3} \right);$$

$$6) y = 2 \operatorname{tg} \left(3x - \frac{\pi}{6} \right).$$

Завдання 18

Варіант 1. Установіть відповідність між функцією (1–3) та множиною її значень (А–Д).

Функція

1 $y = 2 \cos |x| - 3$

2 $y = |2 \cos x - 3|$

3 $y = |2 \cos x| - 3$

Множина значень функції

А $[1; 5]$

Б $[-5; 5]$

В $[-3; -1]$

Г $[-5; -1]$

Д $[-3; 0]$

А Б В Г Д

1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Відповідь. 1 – Г, 2 – А, 3 – В.

Варіант 2. Установіть відповідність між функцією (1–3) та множиною її значень (А–Д).

Функція

1 $y = 2 \sin |x| + 1$

2 $y = |2 \sin x + 1|$

3 $y = |2 \sin x| + 1$

Множина значень функції

А $[-1; 1]$

Б $[0; 3]$

В $[-3; 3]$

Г $[-1; 3]$

Д $[1; 3]$

А Б В Г Д

1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Відповідь. 1 – Г, 2 – Б, 3 – Д.

Вправи для корегування

22. Укажіть найбільше і найменше значення виразу:

1) $3|\sin \alpha| - 4;$

2) $2 - |\sin \alpha|;$

3) $\sin^2 \alpha;$

4) $4 + 3 \cos |\alpha|;$

5) $|6 - 2 \cos \alpha|;$

6) $|2 \cos^2 \alpha - 3|.$

Завдання 19

Варіант 1. Знайдіть амплітуду та кутову швидкість гармонічного коливання, яке задане рівнянням $y = 6 \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$. У відповідь запишіть їхню суму.

Розв'язання. Формула $y = 6 \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$ задає гармонічне коливання з амплітудою $A = 6$ та кутовою швидкістю $\omega = 2$. Сума знайдених величин становить 8.
Відповідь. 8.

Варіант 2. Знайдіть амплітуду та кутову швидкість гармонічного коливання, яке задане рівнянням $y = 4 \cos \left(3x + \frac{\pi}{6} \right)$. У відповідь запишіть їхній добуток.

Розв'язання. Функція $y = 4 \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$ задає гармонічне коливання з амплітудою $A = 4$ та кутовою швидкістю $\omega = 3$. Добуток знайдених величин становить 12.
Відповідь. 12.

Вправи для корегування

23. Укажіть амплітуду і циклічну частоту гармонічного коливання:

$$1) y = -2 \sin\left(6 - \frac{\pi x}{2}\right); \quad 2) y = -1,5 \cos\left(-5x - \frac{\pi}{6}\right).$$

24. Коливання кульки, прикріпленої до пружини, описується рівнянням $y = 0,3 \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$. Визначте початкову фазу коливання, циклічну частоту й період коливання кульки.

Завдання 20

Варіант 1. Знайдіть нулі функції $y = \sin 4\pi x$. У відповідь запишіть найменший додатний нуль цієї функції.

Розв'язання. Нулями функції $y = \sin x$ є числа виду $x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, тому $4\pi x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

$x = \frac{1}{4}n$, $n \in \mathbb{Z}$. Найменший додатний нуль даної функції становить $\frac{1}{4} = 0,25$.

Відповідь. 0,25.

Варіант 2. Знайдіть нулі функції $y = \sin 5\pi x$. У відповідь запишіть найбільший від'ємний нуль функції.

Розв'язання. Нулями функції $y = \sin x$ є числа виду $x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, тому $5\pi x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

$x = \frac{1}{5}n$, $n \in \mathbb{Z}$. Найбільший від'ємний нуль даної функції становить $-\frac{1}{5} = -0,2$.

Відповідь. $-0,2$.

Вправи для корегування

25. Побудуйте графіки функції $y = \sin 2x$ та $y = \cos 2x$ на відрізку $[-2\pi; 2\pi]$ та укажіть нулі функцій на цьому відрізку.

Завдання 21

Варіант 1. Знайдіть найбільше значення функції $y = 2 \cos(x - 1) - 7$.

Розв'язання. $-1 \leq \cos(x - 1) \leq 1$, $-2 \leq 2 \cos(x - 1) \leq 2$, $-9 \leq 2 \cos(x - 1) - 7 \leq -5$.

Таким чином, найбільше значення функції $y = 2 \cos(x - 1) - 7$ дорівнює -5 .

Відповідь. -5 .

Варіант 2. Знайдіть найменше значення функції $y = 2\cos(x-1) - 7$.

Розв'язання. $-1 \leq \cos(x-1) \leq 1$, $-2 \leq 2\cos(x-1) \leq 2$, $-9 \leq 2\cos(x-1) - 7 \leq -5$.

Таким чином, найменше значення функції $y = 2\cos(x-1) - 7$ дорівнює -9 .

Відповідь. -9 .

Вправи для корегування

26. Знайдіть найбільше і найменше значення функції:

1) $f(x) = \frac{1}{3}\sin x - 1$;

2) $f(x) = \frac{2}{3}\cos x + \frac{4}{5}$.

Завдання 22

Варіант 1. Знайдіть S — суму нулів функції $y = \cos \frac{x}{2} + 1$ на проміжку $[-2\pi; 2\pi]$. У від-

повідь запишіть $\frac{S}{\pi}$.

Розв'язання. $\cos \frac{x}{2} + 1 = 0$, $\cos \frac{x}{2} = -1$, $\frac{x}{2} = \pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, $x = 2\pi + 4\pi n$.

$$-2\pi \leq 2\pi + 4\pi n \leq 2\pi, \quad -1 \leq 1 + 2n \leq 1, \quad -2 \leq 2n \leq 0, \quad -1 \leq n \leq 0.$$

Якщо $n = -1$, то $x = -2\pi$.

Якщо $n = 0$, то $x = 2\pi$.

Сума знайдених коренів дорівнює 0. Тоді $\frac{S}{\pi} = 0$.

Відповідь. 0.

Варіант 2. Знайдіть S — суму нулів функції $y = \sin \frac{x}{2} - 1$ на проміжку $[-2\pi; 2\pi]$. У від-

повідь запишіть $\frac{S}{\pi}$.

Розв'язання. $\sin \frac{x}{2} - 1 = 0$, $\sin \frac{x}{2} = 1$, $\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, $x = \pi + 4\pi n$.

$$-2\pi \leq \pi + 4\pi n \leq 2\pi, \quad -2 \leq 1 + 4n \leq 2, \quad -3 \leq 4n \leq 1, \quad -\frac{3}{4} \leq n \leq \frac{1}{4}.$$

Якщо $n = 0$, то $x = \pi$.

Сума знайдених коренів дорівнює π . Тоді $\frac{S}{\pi} = 1$.

Відповідь. 1.

Вправи для корегування

27. Знайдіть нулі функції на проміжку $[-3\pi; \pi]$:

1) $f(x) = \sin \frac{x}{2} + 1$;

2) $f(x) = \cos \frac{x}{4} - 1$.

IV. Рефлексія (1–2 хв)

Позначте на числовій прямій свої успіхи в розв'язанні задач сьогоднішнього уроку від 0 балів до 10 балів.



- 1) Що нового я сьогодні дізнався/дізналася?
- 2) Які помилки я зробив/зробила під час роботи? Як їх виправити в майбутньому?
- 3) Які поради я можу запропонувати для однокласників/однокласниць, щоб ефективніше розв'язувати завдання вивченої теми?