

10

Тема 4.

Тригонометричні функції

Урок 4. Урок–практикум. Побудова кутів за заданими значеннями тригонометричної функції

РОБОЧИЙ АРКУШ

(моє ім'я)

I. Очікувані результати навчальних досягнень

На уроці ви:

- 1) зрозумієте, як будувати кут за відомим синусом цього кута;
- 2) навчитеся будувати кут за відомим косинусом цього кута;
- 3) зрозумієте, як будувати кут за відомим тангенсом цього кута;
- 4) навчитеся будувати кут за відомим котангенсом цього кута;
- 5) узнаєте значення тригонометричних функцій основних кутів;
- 6) навчитеся знаходити значення тригонометричних функцій основних кутів;
- 7) навчитеся використовувати набуті знання для розв'язування практичних задач.

II. (Усно). Повторення

1. Спростіть вираз $\operatorname{tg} \alpha \cos \alpha$.
2. Укажіть правильні нерівності:
1) $\sin 100^\circ < 0$; 2) $\cos 200^\circ > 0$; 3) $\operatorname{tg} 160^\circ > 0$; 4) $\operatorname{ctg} 220^\circ > 0$.
3. Укажіть хибні нерівності:
1) $\cos 110^\circ < \sin 20^\circ$; 2) $\operatorname{tg} 40^\circ > \operatorname{ctg} 170^\circ$;
3) $\operatorname{ctg} 90^\circ > \sin 80^\circ$; 4) $\sin 200^\circ < \sin 1^\circ$.
4. Знайдіть значення виразу $4 \cos \frac{\pi}{3} + 2 \sin \frac{3\pi}{2}$.
5. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[3]{x} = -4$.

III. Побудова кутів за заданими значеннями функцій

Щоб побудувати кут, синус якого дорівнює b , позначимо число b на осі ординат та розглянемо тригонометричне коло й пряму $y = b$ (див. рисунок).

Якщо $b > 1$ або $b < -1$, то пряма $y = b$ не має спільних точок з тригонометричним колом.

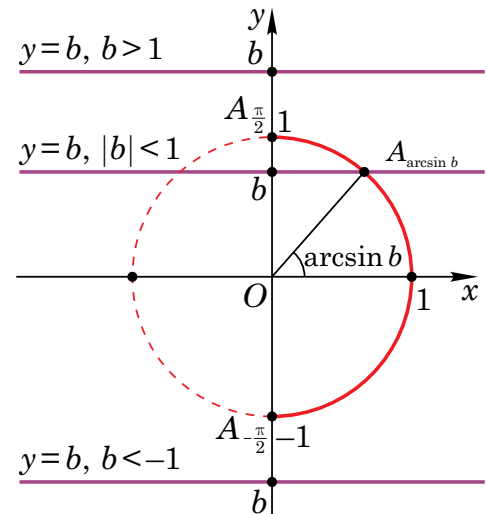
Якщо $-1 \leq b \leq 1$, то ця пряма перетинає праву частину тригонометричного кола в єдиній точці, яка відповідає деякому куту α (в радіанній мірі).

Якщо $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$, то назовемо кут α арксинусом числа b .

Позначення $\alpha = \arcsin b$.

Наприклад: $\arcsin 0 = 0$, $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$,

$\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$.



Примітка. Слово «арксинус» походить від грецького слова $\alpha\rho\chi$ — дуга, а «синус» — від латинського «sinus» («вигин»). Мається на увазі дуга тригонометричного кола, на яку спирається відповідний кут.

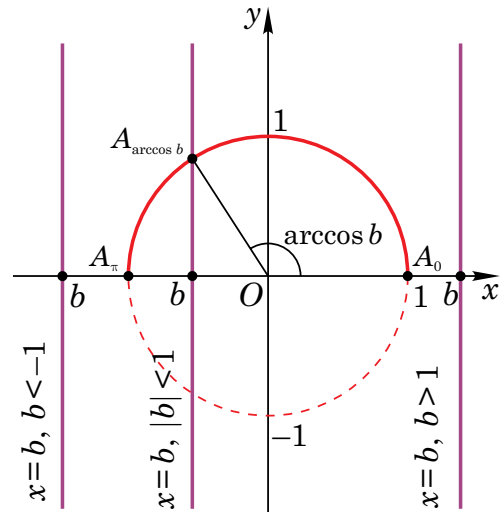
Аналогічно, якщо нам потрібно побудувати кут, косинус якого дорівнює числу b , то будемо позначати число b на осі абсцис і розглядати пряму $x = b$ (див. рисунок).

Якщо $b > 1$ або $b < -1$, то пряма $x = b$ не має спільних точок з тригонометричним колом, а якщо $-1 \leq b \leq 1$, то ця пряма перетинає верхню частину тригонометричного кола в єдиній точці, яка відповідає деякому куту α (в радіанній мірі). Якщо $0 \leq \alpha \leq \pi$, то називатимемо кут α арккосинусом числа b .

Позначення $\alpha = \arccos b$.

Наприклад: $\arccos 0 = \frac{\pi}{2}$, $\arccos 1 = 0$,

$\arccos(-1) = \pi$.



Означення 1. Арксинусом числа b ($|b| \leq 1$) називають кут α $\left(-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}\right)$, синус якого дорівнює b , тобто $\sin \alpha = b$.

Означення 2. Арккосинусом числа b ($|b| \leq 1$) називають кут α ($0 \leq \alpha \leq \pi$), косинус якого дорівнює b , тобто $\cos \alpha = b$.

Основні властивості арксинуса та арккосинуса

1. Якщо $|b| \leq 1$, то існують єдині значення арксинуса та арккосинуса.
2. Для $|b| > 1$ значень арксинуса та арккосинуса не існує, тобто вирази: $\arcsin 3$, $\arcsin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$, $\arccos \pi$, $\arccos(-4)$ — не мають змісту.
3. Якщо $|b| \leq 1$, то $\sin(\arcsin b) = b$, $\cos(\arccos b) = b$.

Щоб побудувати кут, тангенс якого дорівнює b , то побудуємо пряму $y = b$, яка завжди перетинає вісь тангенсів, тобто пряму $x = 1$, в єдиній точці (див. рисунок). Пряма, що з'єднує цю точку з початком координат, перетинає праву частину тригонометричного кола у деякій точці, що відповідає певному куту α (у радіанній мірі).

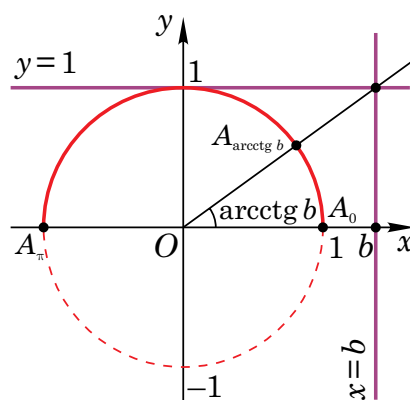
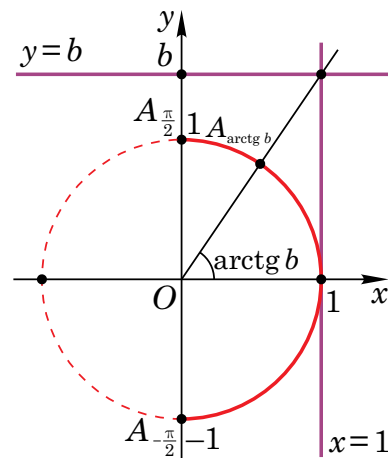
Якщо $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$, то називатимемо кут α арктангенсом числа b . Позначення $\alpha = \operatorname{arctg} b$.

Наприклад: $\operatorname{arctg} 0 = 0$, $\operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$, $\operatorname{arctg}(-1) = -\frac{\pi}{4}$.

Щоб побудувати кут, котангенс якого дорівнює b , то побудуємо пряму $x = b$, яка завжди перетинає вісь котангенсів, тобто пряму $y = 1$, в єдиній точці (див. рисунок). Пряма, що з'єднує цю точку з початком координат, перетинає верхню частину тригонометричного кола у деякій точці, що відповідає певному куту α (у радіанній мірі).

Якщо $0 < \alpha < \pi$, то називатимемо кут α арккотангенсом числа b . Позначення $\alpha = \operatorname{arcctg} b$.

Наприклад: $\operatorname{arcctg} 0 = \frac{\pi}{2}$, $\operatorname{arcctg} 1 = \frac{\pi}{4}$, $\operatorname{arcctg}(-1) = \frac{3\pi}{4}$.



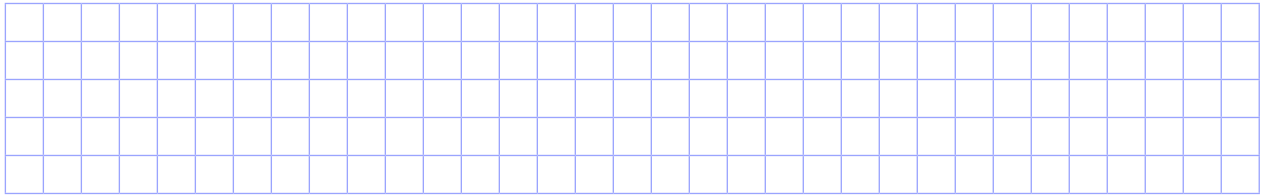
Означення 3. Арктангенсом числа b називають кут α $\left(-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$, тангенс якого дорівнює b , тобто $\operatorname{tg} \alpha = b$.

Означення 4. Арккотангенсом числа b називають кут α $(0 < \alpha < \pi)$, котангенс якого дорівнює b , тобто $\operatorname{ctg} \alpha = b$.

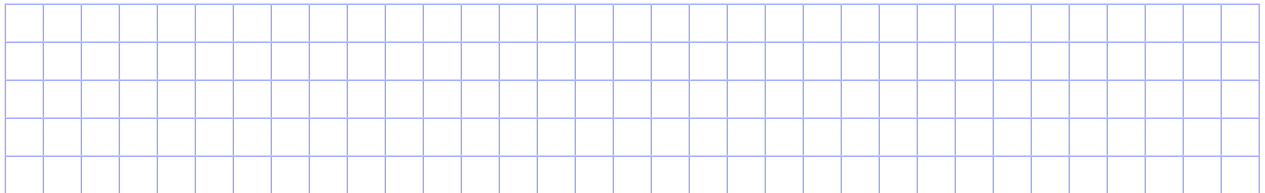
Основні властивості арктангенса та арккотангенса

1. Для будь-якого числа b існують єдині значення арктангенса та арккотангенса.
2. Для будь-якого числа b виконуються рівності: $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} b) = b$ та $\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} b) = b$.

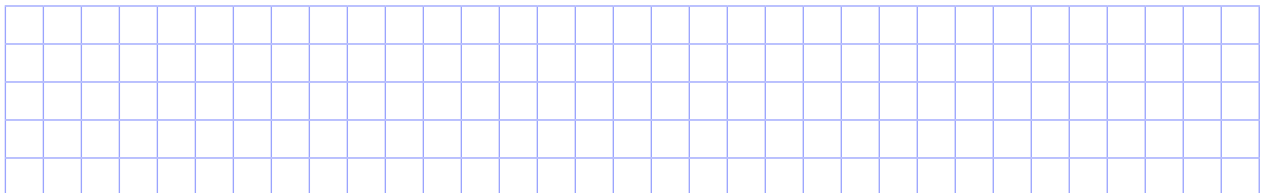
Приклад 1. Побудуйте кут α , за умови, що синус цього кута дорівнює $\frac{1}{3}$ і $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.



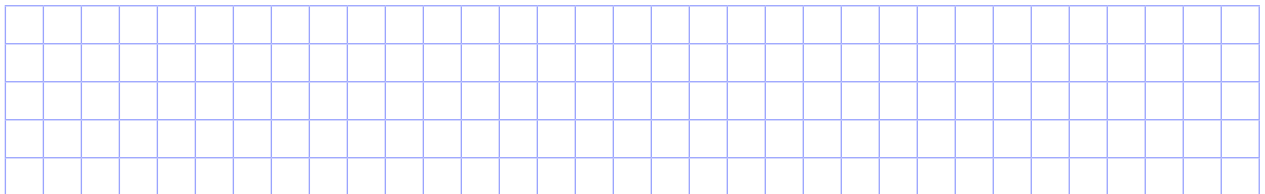
Приклад 2. Побудуйте кут α , за умови, що косинус цього кута дорівнює $-\frac{2}{3}$ і $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.



Приклад 3. Побудуйте кут α , за умови, що тангенс цього кута дорівнює $1,5$ і $\pi < \alpha < 2\pi$.

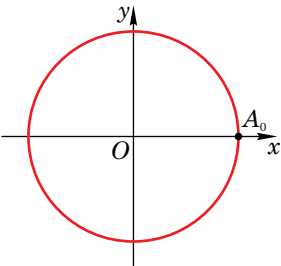


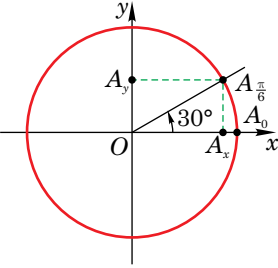
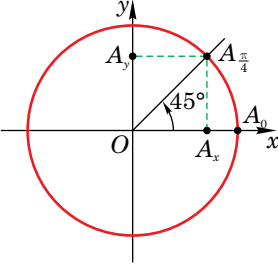
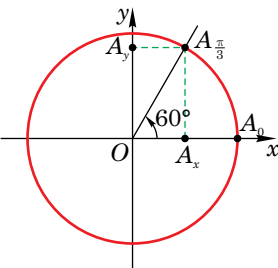
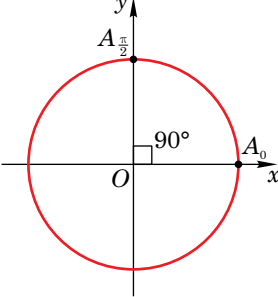
Приклад 4. Побудуйте кут α , за умови, що котангенс цього кута дорівнює 2 і $0 < \alpha < 2\pi$.



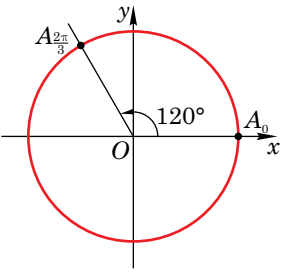
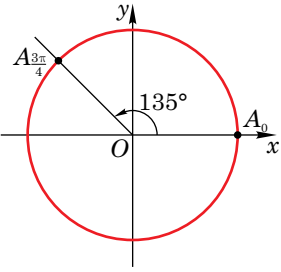
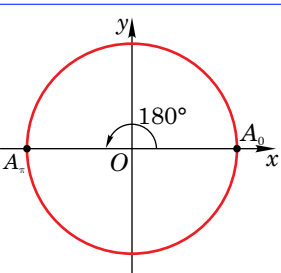
IV. Значення тригонометричних функцій деяких кутів

З урахуванням означень тригонометричних функцій доповнимо таблицю, наведену на одному з попередніх уроків.

Кут α	Рисунок	Координати точки	Тригонометричні функції кута
$0 = 0^\circ$		$A_0(1; 0)$	$\sin 0 = 0$, $\cos 0 = 1$, $\operatorname{tg} 0 = 0$, $\operatorname{ctg} 0$ — не існує.

Кут α	Рисунок	Координати точки	Тригонометричні функції кута
$\frac{\pi}{6} = 30^\circ$		За властивістю катета, протилежного до кута 30°: $A_x A_{\frac{\pi}{6}} = OA_y = \frac{1}{2}.$ За теоремою Піфагора: $OA_x = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$ Отже, $A_{\frac{\pi}{6}}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right).$	$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2},$ $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2},$ $\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$ $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = 1 : \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \sqrt{3}.$
$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$		Трикутник $OA_x A_{\frac{\pi}{4}}$ — рівнобедрений і прямокутний, тому $OA_x = A_x A_{\frac{\pi}{4}} = OA_y$. За теоремою Піфагора: $2OA_x^2 = 1, \quad OA_x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$ Отже, $A_{\frac{\pi}{4}}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right).$	$\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2},$ $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2},$ $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{\sqrt{2}}{2} = 1,$ $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = 1 : \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1.$
$\frac{\pi}{3} = 60^\circ$		За властивістю катета, протилежного до кута 30°: $OA_x = \frac{1}{2}.$ За теоремою Піфагора: $OA_y = A_x A_{\frac{\pi}{3}} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$ Отже, $A_{\frac{\pi}{3}}\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$	$\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2},$ $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2},$ $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{2} = \sqrt{3},$ $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = 1 : \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$
$\frac{\pi}{2} = 90^\circ$		$A_{\frac{\pi}{2}}(0; 1)$	$\sin \frac{\pi}{2} = 1,$ $\cos \frac{\pi}{2} = 0,$ $\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \text{ — не існує,}$ $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} = 0.$

Кут α	Рисунок	Координати точки	Тригонометричні функції кута
$-\frac{\pi}{6} =$ $= -30^\circ$		Оскільки точки, які відповідають числам α і $-\alpha$ на тригонометричному колі, симетричні відносно осі Ox, то $A_{-\frac{\pi}{6}}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.	$\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2},$ $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2},$ $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{3},$ $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 1 : \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}.$
$-\frac{\pi}{4} =$ $= -45^\circ$		Оскільки точки, які відповідають числам α і $-\alpha$ на тригонометричному колі, симетричні відносно осі Ox, то $A_{-\frac{\pi}{4}}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.	$\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2},$ $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2},$ $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{\sqrt{2}}{2} = -1,$ $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 1 : \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1.$
$-\frac{\pi}{3} =$ $= -60^\circ$		Оскільки точки, які відповідають числам α і $-\alpha$ на тригонометричному колі, симетричні відносно осі Ox, то $A_{-\frac{\pi}{3}}\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.	$\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2},$ $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2},$ $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{2} = -\sqrt{3},$ $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 1 : \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$
$-\frac{\pi}{2} =$ $= -90^\circ$		$A_{-\frac{\pi}{2}}(0; -1).$	$\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1,$ $\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0,$ $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{2}\right) \text{ — не існує,}$ $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0.$

Кут α	Рисунок	Координати точки	Тригонометричні функції кута
$\frac{2\pi}{3} = 120^\circ$		Оскільки точки, які відповідають числам α і $\alpha + \pi$ на тригонометричному колі, симетричні відносно початку координат, то $A_{\frac{2\pi}{3}}\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.	$\sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2},$ $\cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2},$ $\operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} : \left(-\frac{1}{2}\right) = -\sqrt{3},$ $\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{3} = 1 : \operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$
$\frac{3\pi}{4} = 135^\circ$		Оскільки точки, які відповідають числам α і $\alpha + \pi$ на тригонометричному колі, симетричні відносно початку координат, то $A_{\frac{3\pi}{4}}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.	$\sin \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2},$ $\cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2},$ $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} : \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -1,$ $\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4} = 1 : \operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} = -1.$
$\pi = 180^\circ$		$A_\pi(-1; 0)$	$\sin \pi = 0,$ $\cos \pi = -1,$ $\operatorname{tg} \pi = 0,$ $\operatorname{ctg} \pi$ — не існує.

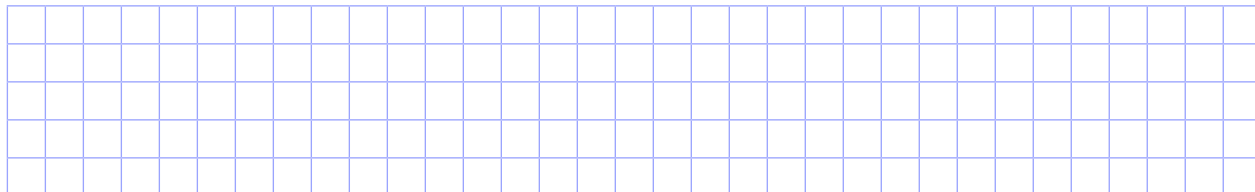
Примітка. Якщо тригонометричні функції підносити до степеня, то:

$$(\sin \alpha)^n = \sin^n \alpha, (\cos \alpha)^n = \cos^n \alpha, (\operatorname{tg} \alpha)^n = \operatorname{tg}^n \alpha, (\operatorname{ctg} \alpha)^n = \operatorname{ctg}^n \alpha.$$

Наприклад:

$$(\cos 120^\circ)^2 = \cos^2 120^\circ = (-0,5)^2 = 0,25.$$

Приклад 5. Обчисліть значення виразу $\operatorname{tg}^2 30^\circ + 2 \sin 60^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{tg} 60^\circ + \cos^2 30^\circ$.



Історична довідка

Поняття «тангенс» та «котангенс», як і перші таблиці цих величин, з'явилися через науку про сонячний годинник — «гномоніку». Сонячний годинник являв собою жердину, яка вертикально встромлена в землю (грецьке слово – гномон — це назва цієї жердини). Час вимірювався за довжиною тіні від жердини.

Термін «тангенс» (від латинського слова «tangent» — «відрізок дотичної») був уведений данським математиком Томасом Фінком у 1583 році з урахуванням значення цієї

дотичної на тригонометричному колі. Термін котангенс зустрічається вперше у 1620 році у працях англійського вченого Едмунта Гутера.

V. Розв'язування практичної задачі

Задача 1. Під час проектування дороги інженери мають установити попереджувальний дорожній знак «Крутий підйом». Відомо, що за нормами цей знак установлюється тоді, коли кут нахилу дороги перевищує значення $\operatorname{arctg} \frac{1}{10}$. Вони провели вимірювання дорожнього полотна і встановили, що на відстані 150 м полотно дороги підіймається на 18 м. Знайдіть тангенс кута підйому та визначте, чи потрібно перед цією ділянкою дороги встановлювати знак «Крутий підйом».

Задача 2. Олімпіадна задача. Знайдіть найбільше значення функції

$$f(x) = \sin^8 x + \cos^{14} x.$$

VI. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С

Рівень А

1. Заповніть таблицю:

α	0	$\frac{13\pi}{6}$	$\frac{17\pi}{3}$	$-\frac{9\pi}{4}$	$-\frac{9\pi}{2}$	7π
$\sin \alpha$						
$\cos \alpha$						
$\operatorname{tg} \alpha$						
$\operatorname{ctg} \alpha$						

2. Побудуйте кути, синуси яких дорівнюють:

- 1) 0,6; 2) -0,5.

3. Побудуйте кути, косинуси яких дорівнюють:

- 1) $\frac{2}{3}$; 2) -0,4.

4. Побудуйте кути, тангенси яких дорівнюють:

- 1) -1,2; 2) 0,2.

5. Побудуйте кути, котангенси яких дорівнюють:

- 1) 0,8; 2) -1,3.

6. Обчисліть:

- 1) $\arcsin \frac{1}{2}$; 2) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $\arcsin \left(-\frac{1}{2}\right)$; 4) $\arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$;
 5) $\operatorname{arctg} \sqrt{3}$; 6) $\operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$; 7) $\operatorname{arctg}(-1)$; 8) $\operatorname{arcctg}(-\sqrt{3})$.

Рівень В

1. Обчисліть:

- 1) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$; 2) $\sin \frac{11\pi}{6}$; 3) $\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{3}$; 4) $\cos \left(-\frac{7\pi}{3} \right)$;
5) $\cos \frac{7\pi}{6}$; 6) $\operatorname{tg} \left(-\frac{2\pi}{3} \right)$; 7) $\sin \left(-\frac{13\pi}{6} \right)$; 8) $\operatorname{ctg} \left(-\frac{7\pi}{4} \right)$.

2. Обчисліть:

- 1) $\sin 585^\circ \cdot \cos(-930^\circ) \cdot \operatorname{ctg} 510^\circ$; 2) $\sin(-570^\circ) \cos 870^\circ \cdot \operatorname{tg} 945^\circ$;
3) $\sin 1020^\circ \cdot \cos 675^\circ \cdot \operatorname{ctg}(-1050^\circ)$; 4) $\sin 660^\circ \cdot \cos(-855^\circ) \cdot \operatorname{ctg} 600^\circ$.

3. Знайдіть значення виразу:

- 1) $2 \sin \alpha + \sqrt{2} \cos \alpha$, якщо $\alpha = \frac{\pi}{4}$; 2) $0,5 \cos \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha$, якщо $\alpha = 60^\circ$;
3) $\sin 3\alpha - \cos 2\alpha$, якщо $\alpha = \frac{\pi}{6}$; 4) $\cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{3}$, якщо $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

4. Доведіть, що $\left(\cos \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{6} \right) \left(\sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{6} \right) = \cos \frac{2\pi}{3}$.

5. Побудуйте кут x , синус якого дорівнює:

- 1) $\frac{1}{2}$ та $90^\circ < x < 180^\circ$; 2) $-\frac{3}{4}$ та $180^\circ < x < 270^\circ$.

6. Побудуйте кут x , косинус якого дорівнює:

- 1) $\frac{1}{3}$ та $270^\circ < x < 360^\circ$; 2) $-0,6$ та $90^\circ < x < 180^\circ$.

7. Побудуйте кут x , тангенс якого дорівнює:

- 1) $-\frac{2}{3}$ та $270^\circ < x < 360^\circ$; 2) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ та $180^\circ < x < 270^\circ$.

8. Побудуйте кут x , котангенс якого дорівнює:

- 1) -1 та $90^\circ < x < 180^\circ$; 2) $-\sqrt{3}$ та $270^\circ < x < 360^\circ$.

9. Порівняйте:

- 1) $\arcsin \left(-\frac{1}{2} \right)$ і $\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$; 2) $\arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ і $\arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$;
3) $\operatorname{arctg}(-1)$ і $\operatorname{arcctg}(-1)$; 4) $\operatorname{arctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right)$ і $\operatorname{arcctg}(-\sqrt{3})$.

10. Із точки, що знаходиться на відстані 86,6 м від центра основи вежі, верхівку вежі видно під кутом 22° . Знайдіть висоту вежі.

11. Знайдіть величину сили, рівнодійної двох сил, прикладених до точки А, якщо одна з них дорівнює 50 Н, а інша — 60 Н, а кут між ними становить $\frac{2\pi}{3}$.

12. Тінь від вертикальної жердини коротша від жердини на $\frac{1}{n}$ її довжини. Якою є висота сонця над горизонтом?

Рівень С

1. Обчисліть:

- | | |
|--|--|
| 1) $\sin 412^\circ + \operatorname{tg} 1099^\circ \cdot \cos 52^\circ$; | 2) $\sin 772^\circ + \operatorname{tg} 199^\circ \cdot \cos 412^\circ$; |
| 3) $\cos 566^\circ + \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \sin 566^\circ$; | 4) $\operatorname{tg} 186^\circ \cdot \cos 438^\circ - \sin 438^\circ$. |

2. Побудуйте додатний кут x , менший від 360° , якщо:

- | | |
|--|---|
| 1) $\sin x = -\frac{2}{3}$ та $\cos x > 0$; | 2) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ та $\operatorname{ctg} x < 0$; |
| 3) $\operatorname{tg} x = 2$ та $\sin x < 0$; | 4) $\operatorname{ctg} x = -0,8$ та $\sin x < 0$. |

3. Доведіть тотожність:

- | | |
|---|---|
| 1) $\frac{\sin \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \cos \pi}{\sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{3\pi}{2} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; | 2) $\frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{3\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{3}}{2 \cos \left(-\frac{\pi}{3}\right) - \cos 2\pi - \cos \left(-\frac{\pi}{6}\right)} = -3$. |
|---|---|

4. Обчисліть:

- | | |
|--|--|
| 1) $\arcsin(-1) - \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$; | |
| 2) $\operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) - \arcsin(-1) + \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. | |

5. Обчисліть:

- | | |
|--|---|
| 1) $\sin\left(\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$; | 2) $\arccos\left(\sin \frac{\pi}{3}\right)$; |
| 3) $\operatorname{tg}\left(\arcsin \frac{1}{2} - \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + \operatorname{arctg}(-1)\right)$; | 4) $\operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}\right)$. |

6. Гаубиця A стріляє по цілі B з відстані 2500 м. Артилеристи отримали наказ перенести вогонь на ціль C , що знаходиться на відстані 1500 м від B . На який кут потрібно повернути ствол, якщо $AB \perp BC$?

7. Творче завдання. Напишіть програму, яка визначала би можливі значення кутів, що належать заданому проміжку, за заданою тригонометричною функцією кута.

Рефлексія

1. Я розумію, як будувати кут за відомим синусом цього кута.

Так	Ще треба потренуватися	Ні
-----	------------------------	----

2. Я знаю, як будувати кут за відомим косинусом цього кута.

Так	Ще треба потренуватися	Ні
-----	------------------------	----

3. Я знаю, як будувати кут за відомим тангенсом цього кута.

Так	Ще треба потренуватися	Ні
-----	------------------------	----

- | | | | | |
|-----------|--|-----|------------------------|----|
| 4. | Я розумію, як будувати кут за відомим котангенсом цього кута. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 5. | Я знаю значення тригонометричних функцій основних кутів. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 6. | Я знаю, як знаходити значення тригонометричних функцій основних кутів. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 7. | Я розумію, як використовувати вивчену тему для розв'язування задач практичного змісту. | Так | Ще треба потренуватися | Ні |

Можливі теми проєктів

- 1.** Історія виникнення таблиць тригонометричних функцій.
- 2.** Побудова кутів із використанням динамічних математичних програм.
- 3.** Геометричні методи складання таблиць тригонометричних функцій.
- 4.** Побудова кутів в астрономії.
- 5.** Розрахунок кутів нахилу при побудові даху будинку.
- 6.** Побудова кутів у сферичній тригонометрії.
- 7.** Знаходження значень кутів за даною тригонометричною функцією кута у комп'ютерній графіці.







