

10

Тема 8. Нерівності

Урок 2. Лінійні нерівності

Тип уроку: урок повторення та систематизації знань.

План уроку

1. Лінійні нерівності.
2. Системи лінійних нерівностей.
3. Подвійні лінійні нерівності.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

сприймає інформацію математичного змісту в декількох формах [12 МАО 2.1.1–1 П];

визначає, яких даних недостатньо чи є надлишкові дані, під час розв'язання специфічної проблемної ситуації [12 МАО 3.1.2–1 П];

досліджує специфічну проблемну ситуацію, використовуючи різноманітні інформаційні джерела [12 МАО 1.2.1–1 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) На початку уроку запропонуйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку. Запитання варто лише сформулювати, а відповіді на них давати поступово в процесі викладення матеріалу. За необхідності, влаштуйте взаємоперевірку виконання домашнього завдання серед учнів/учениць.
- 2) Сформулюйте практичну задачу без розв'язання. Розв'язання пропонуємо учням/ученицям після вивчення (повторення) теорії теми.
- 3) Теорію подавайте глибоко за змістом, але стисло за формою, акцентуйте увагу на її практичному застосуванні для розв'язування задач з алгебри, геометрії, фізики, хімії тощо.
- 4) До кожної частини уроку наведено кілька ілюстративних прикладів. Усі ілюстративні приклади неможливо подати в часових вимірах одного уроку, тому обирайте ілюстративні приклади на свій розсуд.
- 5) Ілюструйте розв'язання нерівностей, а особливо систем та сукупностей нерівностей, на числових осях.

6) Обов'язково пропонуйте учням/ученицям задачі практичного змісту та тренувальні вправи, як важливий компонент формування практичних навичок і навчання учнів/учениць самостійної роботи над завданнями.

7) Мотивуйте учнів/учениць до проєктної діяльності. Можливі теми для створення проєктів запропоновані.

I. Організаційна частина (2 хв)

Мотиваційні запитання

- 1) Чи відомий вам метод розв'язування лінійних рівнянь?
- 2) Чи можна за допомогою лінійних рівнянь розв'язувати задачі практичного змісту?
- 3) Які рівносильні перетворення рівнянь ви знаєте?
- 4) Чи можливо рівносильні перетворення лінійних рівнянь застосувати до лінійних нерівностей?
- 5) Чи використовують лінійні нерівності при розв'язанні практичних задач?
- 6) Коли математичною моделлю практичної задачі буде не рівняння, а нерівність?
- 7) Що простіше розв'язувати: лінійні рівняння чи лінійні нерівності?
- 8) Чи існують відмінності у позначеннях систем та сукупностей певних умов?

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Туристична компанія планує запустити рекламу в інтернеті та виділити для цього бюджет від 15 000 до 25 000 гривень. Вартість однієї тисячі показів (CPM – cost per mille або cost per thousand impressions) становить 150 гривень. Скільки тисяч показів можна придбати, аби вкластися в бюджет?

II. Лінійні нерівності

Серед усіх нерівностей зі змінними лінійні нерівності з однією змінною є найпростішими. Їхнє розв'язання подібне до розв'язання лінійних рівнянь, а саме, до виконання рівносильних перетворень, які спрощують нерівність, та ділення лівої та правої частин нерівності на одне і те саме число. Якщо у лінійних рівнянь, здебільшого, один розв'язок, то у лінійних нерівностей їх, як правило, – безліч. Тому варто пригадати не тільки те, як розв'язувати лінійні нерівності, але й повторити позначення множин розв'язків нерівностей на числових осях.

При розв'язанні нерівностей існує декілька суттєвих відмінностей, отож, звертайте увагу і на спільні риси, і на відмінності у розв'язанні рівнянь та нерівностей.

Сформулюємо кілька означень.

Означення. Розв'язком нерівності з однією змінною називають таке значення змінної, яке перетворює дану нерівність на правильну числову нерівність.

Означення. Розв'язати нерівність з однією змінною — означає знайти всі її розв'язки або довести, що їх не існує.

Означення. Дві нерівності називають **рівносильними**, якщо вони мають одні й ті самі розв'язки, або обидві нерівності розв'язків не мають.

Практичні способи отримання рівносильних нерівностей

Перенесення доданка через знак нерівності з протилежним знаком (або додавання до обох частин нерівності одного й того самого числа)	$a + b \leq c - d,$ $a + d \leq c - b,$ $a \leq b \Leftrightarrow a + c \leq b + c.$	$4x - 3 \leq 3x - 4,$ $4x - 3x \leq 3 - 4,$ $x \leq -1.$
Множення (або ділення) обох частин нерівності на додатне число із збереженням знака нерівності	$a \leq b \Leftrightarrow ka \leq kb,$ $k > 0.$	$0,25x > 3, x > 12.$
Множення (або ділення) обох частин нерівності на від'ємне число із зміною знака нерівності	$a \leq b \Leftrightarrow ka \geq kb,$ $k < 0.$	$-5x \geq 3,2, x \leq -0,64.$

Означення. Лінійною нерівністю з однією змінною називають нерівність виду $ax > b$, $ax < b$, $ax \geq b$, $ax \leq b$, де a та b — деякі числа, x — змінна.

Схема розв'язування лінійних нерівностей, якщо $a > 0$

$ax > b$	$x > \frac{b}{a}$	$x \in \left(\frac{b}{a}; +\infty \right)$
$ax \geq b$	$x \geq \frac{b}{a}$	$x \in \left[\frac{b}{a}; +\infty \right)$
$ax < b$	$x < \frac{b}{a}$	$x \in \left(-\infty; \frac{b}{a} \right)$
$ax \leq b$	$x \leq \frac{b}{a}$	$x \in \left(-\infty; \frac{b}{a} \right]$

Ілюстративні приклади

1. Розв'яжіть нерівність $12x - 3 \geq 5x + 4$.

Розв'язання. $12x - 3 \geq 5x + 4$, $12x - 5x \geq 4 + 3$, $7x \geq 7$, $x \geq 1$.

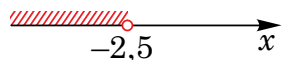


$$x \in [1; +\infty).$$

Відповідь. $x \in [1; +\infty)$.

2. Розв'яжіть нерівність $3(x - 3) > 5x - 4$.

Розв'язання. $3(x - 3) > 5x - 4$, $3x - 9 > 5x - 4$, $-2x > 5$, $x < -2,5$.



$$x \in (-\infty; -2,5).$$

Відповідь. $x \in (-\infty; -2,5)$.

3. Розв'яжіть нерівність $2(5 + 2,5x) < 5(x - 4)$.

Розв'язання. $2(5 + 2,5x) < 5(x - 4)$, $10 + 5x < 5x - 20$, $0 < -30$, неправильна нерівність.

Відповідь. Немає розв'язків.

4. Необхідно приготувати розчин сірчаної кислоти з концентрацією не вище 5 %. Скільки грамів кислоти потрібно додати до 2 літрів води?

Розв'язання. Маса кислоти: x г ($x > 0$).

Маса води: 2000 г.

Маса розчину: $(2000 + x)$ г.

Концентрація: $\frac{x}{2000 + x}$.

$$\text{Тоді } \frac{x}{2000 + x} \leq 0,05.$$

Оскільки $2000 + x > 0$, то $x \leq 0,05 \cdot (2000 + x)$, $x \leq 100 + 0,05x$, $0,95x \leq 100$,

$x \leq 100 : 0,95$, $x \leq 105,26$ (г).

При діленні виконано округлення з нестачею.

Відповідь. Не більше 105,26 г.

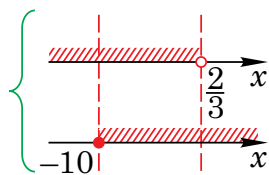
III. Системи лінійних нерівностей

Якщо потрібно розв'язати кілька нерівностей та отримати їхні спільні розв'язки, наприклад, $3x - 2 < 0$ та $x + 10 \geq 0$, то записують так:
$$\begin{cases} 3x - 2 < 0, \\ x + 10 \geq 0. \end{cases}$$

Тоді потрібно розв'язати кожен з двох нерівностей окремо та знайти спільні розв'язки обох нерівностей системи.

$$\text{Отримаємо: } \begin{cases} x < \frac{2}{3}, \\ x \geq -10. \end{cases}$$

Зобразимо графічно розв'язки обох нерівностей на числових прямих:



Отже, проміжок $\left(-10; \frac{2}{3}\right]$ — множина спільних розв'язків обох нерівностей.

Тобто, розв'язати систему нерівностей — означає знайти перетин множин розв'язків нерівностей, які утворюють систему.

Схема розв'язування систем та сукупностей лінійних нерівностей

Етапи розв'язання	Система нерівностей	Сукупність нерівностей
	$\begin{cases} 10 \geq 6 + 2x, \\ 0,2x > -0,6. \end{cases}$	$\begin{cases} 10 \geq 6 + 2x, \\ 0,2x > -0,6. \end{cases}$
Розв'яжіть окремо кожен з нерівностей	$\begin{cases} -2x \geq 6 - 10, \\ x > -3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2, \\ x > -3. \end{cases}$	$\begin{cases} -2x \geq 6 - 10, \\ x > -3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2, \\ x > -3. \end{cases}$
Зобразіть множини розв'язків кожної нерівності на числовій прямій		
Знайдіть спільну частину цих множин (для системи) або їх об'єднання (для сукупності)	$-3 \leq x < 2$	$x \in \mathbb{R}$
Запишіть відповідь у вигляді числового проміжку, об'єднання проміжків або порожньої множини	Відповідь. $[-3; 2)$.	Відповідь. $(-\infty; +\infty)$.

Ілюстративні приклади

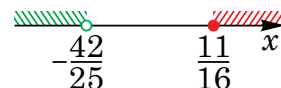
5. Розв'яжіть систему нерівностей
$$\begin{cases} 2(3x - 1) - 5(2 - 3x) \geq 5x - 1, \\ 7(4x - 5) + 2(3 - x) < x - 71. \end{cases}$$

Розв'язання. Спростимо кожен нерівність системи та виконаємо рівносильні перетворення:

$$\begin{cases} 2(3x - 1) - 5(2 - 3x) \geq 5x - 1, \\ 7(4x - 5) + 2(3 - x) < x - 71; \end{cases} \quad \begin{cases} 6x - 2 - 10 + 15x \geq 5x - 1, \\ 28x - 35 + 6 - 2x < x - 71; \end{cases} \quad \begin{cases} 21x - 12 \geq 5x - 1, \\ 26x - 29 < x - 71; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16x \geq 11, \\ 25x < -42; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq \frac{11}{16}, \\ x < -\frac{42}{25}. \end{cases}$$

Зобразимо множини розв'язків кожної нерівності на числовій прямій:



Оскільки немає жодної спільної точки для отриманих множин, то дана система нерівностей не має розв'язків.

Відповідь. Система нерівностей не має розв'язків.

6. Розв'яжіть сукупність нерівностей
$$\begin{cases} 2,5(x - 2,6) + 3x \geq 7, \\ x(x + 3) - x^2 > 7,5 + 4,5x. \end{cases}$$

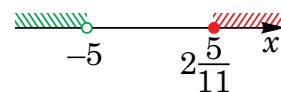
Розв'язання. Спростимо кожну нерівність сукупності та виконаємо рівносильні перетворення:

$$\begin{cases} 2,5(x - 2,6) + 3x \geq 7, \\ x(x + 3) - x^2 > 7,5 + 4,5x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2,5x - 6,5 + 3x \geq 7, \\ x^2 + 3x - x^2 > 7,5 + 4,5x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5,5x \geq 13,5, \\ -1,5x > 7,5; \end{cases} \begin{cases} x \geq 2\frac{5}{11}, \\ x < -5. \end{cases}$$

Зобразимо множини розв'язків кожної нерівності на числовій прямій:



Застосуємо операцією об'єднання множин для запису можли-

вих значень змінної: $x \in (-\infty; -5) \cup \left[2\frac{5}{11}; +\infty\right)$.

Відповідь. $(-\infty; -5) \cup \left[2\frac{5}{11}; +\infty\right)$.

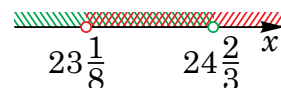
7. За 8 рейсів автобус перевіз більше за 185 пасажирів, а за 15 рейсів — менше від 370. Визначте, скільки місць для сидіння було в автобусі, якщо кожного разу у ньому всі наявні місця були зайняті, а стоячи ніхто не їхав.

Розв'язання. Позначимо кількість місць для сидіння в автобусі через x . Ураховуючи, що за 8 рейсів автобус перевіз більше за 185 пасажирів, маємо: $8x > 185$. З іншого боку, за 15 рейсів автобус перевіз менше від 370 пасажирів, отже $15x < 370$.

Маємо систему нерівностей:
$$\begin{cases} 8x > 185, \\ 15x < 370. \end{cases}$$

Поділимо обидві частини першої нерівності на 8, а другої — на 15 і отримаємо обмеження на змінну x :

$$\begin{cases} x > 23\frac{1}{8}, \\ x < 24\frac{2}{3}. \end{cases}$$



Таким чином, $x \in \left(23\frac{1}{8}; 24\frac{2}{3}\right)$. Ураховуючи, що кількість місць в автобусі має бути цілою, отримуємо, що $x = 24$.

Відповідь. 24 місця.

8. На флешку з об'ємом 64 ГБ записували файли з відео. Короткі рекламні ролики займали по 600 МБ кожний, а художні фільми — по 2,5 ГБ. Через певний час виявилось, що на флешку неможливо записати більше жодного з цих файлів. Оцініть якомога точніше, скільки файлів з відео могло бути на флешці.

Розв'язання. Розглянемо два випадки.

Випадок 1. Одиниці вимірювання пам'яті пов'язані, як у двійковій системі числення (наприклад, так рахують операційні системи Windows, Linux): 1 ГБ = 1024 МБ. Відповідно, об'єм флешки дорівнює $64 \cdot 1024 = 65536$ МБ. Позначимо кількість записаних файлів через x , а об'єм пам'яті для всіх записаних на флешку файлів (в мегабайтах) через f . Оскільки кожний відеофайл займає не менше від 600 МБ і не

більше за $2,5 \cdot 1024 = 2560$ МБ, то:
$$\begin{cases} f \geq 600x, \\ f \leq 2560x. \end{cases}$$

З іншого боку, об'єм зайнятої пам'яті на флешці не має перевищувати об'єм флешки — 65536 МБ і бути більшим за $65536 - 600 = 64936$ МБ, бо інакше на флешку вміститься ще принаймні один рекламний ролик, а це суперечило б умові. Звідси

маємо:
$$\begin{cases} f \leq 65536, \\ f > 64936. \end{cases}$$

Порівнюючи отримані умови, робимо висновок, що має виконуватися наступна система лінійних нерівностей для кількості файлів x :

$$\begin{cases} 600x \leq 65536, \\ 2560x > 64936; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 109\frac{17}{75}, \\ x > 25\frac{117}{320}. \end{cases}$$

Оскільки x має бути натуральним числом, то $26 \leq x \leq 109$. Верхня межа, вочевидь, досягається: 109 файлів по 600 МБ займуть на флешці 65400 МБ, і більше жодний відеофайл не вміститься. Але рівно 26 файлів на флешці бути не може. Справді, якщо взяти всі 26 файлів по 2560 МБ, то вони не вмістяться на флешку, бо потребують $26 \cdot 2560 = 66560$ МБ. Але при «заміні» навіть одного з них на два файли з короткими відео (відповідно до умови), отримаємо вже 27 файлів на флешці: $25 \cdot 2560 + 2 \cdot 600 = 65200$. Отже, на флешці, за умовою задачі, може вміститися від 27 до 109 файлів, причому обидві межі є точними.

Випадок 2. Одиниці вимірювання пам'яті пов'язані, як у десятковій системі числення (наприклад, так пишуть у рекламі флешок): 1 ГБ = 1000 МБ.

Відповідно, об'єм флешки дорівнює $64 \cdot 1000 = 64000$ МБ. Позначимо кількість записаних файлів через x , а об'єм пам'яті (в мегабайтах) для всіх записаних на флешку файлів через f . Оскільки кожний файл займає не менше від 600 МБ і не

більше за $2,5 \cdot 1000 = 2500$ МБ, то:
$$\begin{cases} f \geq 600x, \\ f \leq 2500x. \end{cases}$$

З іншого боку, об'єм зайнятої пам'яті на флешці не має перевищувати об'єм флешки — 64000 МБ і бути більшим за $64000 - 600 = 63400$ МБ, бо інакше на флешку вміститься ще принаймні один рекламний ролик, а це суперечило б умові. Звідси

маємо:
$$\begin{cases} f \leq 64000, \\ f > 63400. \end{cases}$$

Порівнюючи отримані умови, робимо висновок, що має виконуватися наступна система лінійних нерівностей для кількості файлів x :

$$\begin{cases} 600x \leq 64000, \\ 2500x > 63400; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 106\frac{2}{3}, \\ x > 25\frac{9}{25}. \end{cases}$$

Оскільки x має бути натуральним числом, то $26 \leq x \leq 106$. Верхня межа, вочевидь, досягається: 106 файлів по 600 МБ займуть на флешці 63600 МБ, і більше жодний відеофайл не вміститься. Але рівно 26 файлів на флешці бути не може. Справді, якщо взяти всі 26 файлів по 2500 МБ, то вони не вмістяться на флешку, бо потребують $26 \cdot 2500 = 65000$ МБ. Але при «заміні» навіть одного з них на два файли з короткими відео (відповідно до умови), отримаємо вже 27 файлів на флешці: $25 \cdot 2500 + 2 \cdot 600 = 63700$. Отже, на флешці, за умовою задачі, може вміститися від 27 до 106 файлів, причому обидві межі є точними.

Відповідь. 1) Від 27 до 109 файлів. 2) Від 27 до 106 файлів.

IV. Подвійні лінійні нерівності

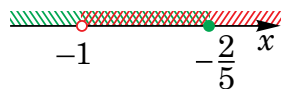
При розв'язанні подвійних лінійних нерівностей треба або робити рівносильні перетворення, або записати подвійну нерівність як систему лінійних нерівностей. Наведемо приклади.

Ілюстративні приклади

9. Розв'яжіть подвійну лінійну нерівність $3 \leq 1 - 5x < 6$.

Розв'язання. Виконаємо рівносильні перетворення. Тобто, віднімемо від усіх трьох частин нерівності 1, поділимо всі частини нерівності на (-5) , запишемо частини нерівності у порядку зростання:

$$3 \leq 1 - 5x < 6, \quad 2 \leq -5x < 5, \quad -\frac{2}{5} \geq x > -1, \quad -1 < x \leq -\frac{2}{5}.$$



Відповідь. $\left(-1; -\frac{2}{5}\right]$.

10. Розв'яжіть подвійну лінійну нерівність $x + 4 \leq 2,5(x - 2,6) + 3x \leq 5,5x + 2$.

Розв'язання. Запишемо подвійну нерівність у вигляді системи, а далі розв'яжемо її відповідно до схеми: $x + 4 \leq 2,5(x - 2,6) + 3x \leq 5,5x + 2$,

$$\begin{cases} x + 4 \leq 2,5(x - 2,6) + 3x, \\ 2,5(x - 2,6) + 3x \leq 5,5x + 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x + 4 \leq 2,5x - 6,5 + 3x, \\ 2,5x - 6,5 + 3x \leq 5,5x + 2; \end{cases} \quad \begin{cases} -4,5x \leq -10,5, \\ 0 \cdot x \leq 8,5; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 2\frac{1}{3}, \\ x \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

Звідси $x \geq 2\frac{1}{3}$.

Відповідь. $\left[2\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

V. Розв'язування практичної задачі. Групова активність

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Туристична компанія планує запуснути рекламу в інтернеті та виділити для цього бюджет від 15 000 до 25 000 гривень. Вартість однієї тисячі показів (CPM – cost per mille або cost per thousand impressions) становить 150 гривень. Скільки тисяч показів можна придбати, аби вкластися в бюджет?

Розв'язання. Позначимо кількість тисяч показів, що їх придбає туристична компанія, через x . Ураховуючи, що бюджет має бути від 15 000 грн до 25 000 грн, маємо нерівність: $15000 \leq 150x \leq 25000$.

Поділимо всі три частини подвійної нерівності на 150 і отримаємо обмеження на x :

$$100 \leq x \leq 166\frac{2}{3}.$$

Ураховуючи, що кількість CPM, придбаних упродовж дії реклами, має бути цілою, одержимо, що $100 \leq x \leq 166$.

Відповідь. Від 100 до 166 CPM.

VI. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

Рівень А

1. Розв'яжіть лінійну нерівність:

1) $3x - 21 \geq x + 18$; 2) $3(x - 7) < 3x + 18$; 3) $3 - 2(x - 7) < 11 - 2x$.

2. Розв'яжіть систему нерівностей:

1) $\begin{cases} 27 - 5x \geq 41 + 2x, \\ 4x + 10 > 7x - 5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 32x - 20 \leq 48 - 2x, \\ 7x - 12 \geq 8 - 3x; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2(x - 1) - 3(x - 2) < x, \\ 6x - 3 < 17 - (x - 5). \end{cases}$

3. Розв'яжіть подвійну нерівність:

1) $-3 < 4 - 2x \leq 6$; 2) $-14 < -2 - 3x < 4$; 3) $-1 \leq \frac{3x - 1}{4} \leq 2$.

4. Знайдіть область визначення функції:

1) $y = \frac{1}{\sqrt{2x - 1}} + \frac{2}{\sqrt{1 - x}}$; 2) $y = \sqrt{3x - 4} + \sqrt{2x - 5}$; 3) $y = \sqrt{2x - 6} + \frac{1}{x - 3}$.

5. Бригада робітників за 5 днів виготовила менше від 300 деталей, а за 10 днів – більше за 500 деталей. Визначте, скільки деталей виготовляв щодня кожний працівник, якщо у бригаді 8 працівників, а продуктивність роботи в усіх робітників однакова і становить ціле число деталей на день.

6. Із туристичної бази до міста, що знаходиться на відстані 24 км, вирушив турист зі швидкістю 4 км/год. Через дві години за ним із тієї ж бази вийшов другий турист. Із якою сталою швидкістю має рухатися другий турист, щоб наздогнати першого до моменту, як той прийде до міста?

Рівень В

1. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$\begin{aligned} 1) & \begin{cases} 5(x+2) - 9(x+1) - 3 < 1 - 4(x+3), \\ 7(3+5x) < 3x - 5(x-2); \end{cases} & 2) & \begin{cases} 2x - 3 > 3(x-2) - 1, \\ 2 - 3(2-x) < 5(2x-1), \\ 13 - \frac{x}{2} > 3(x+2) - 1; \end{cases} \\ 3) & \begin{cases} -1 < 3 - 5x < 0, \\ 2x - 1 \leq 4x + 3 \leq 3x + 7. \end{cases} \end{aligned}$$

2. Знайдіть:

1) найменше ціле значення x , що задовольняє систему

$$\begin{cases} 13 - \frac{3-7x}{10} + \frac{x+1}{2} < 14 - \frac{7-8x}{2}, \\ 7(3x-5) + 4(17-x) > 18 - \frac{5(2x-6)}{2}; \end{cases}$$

2) найбільше ціле значення x , що задовольняє систему $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{3x-1}{6} < \frac{2-x}{12} - \frac{x+1}{2} + 3, \\ x > \frac{5x-4}{10} - \frac{3x-1}{5} - 2,5; \end{cases}$

3) середину проміжку, що є множиною розв'язків системи $\begin{cases} \frac{3x-13}{4} \leq \frac{x-1}{4} - \frac{7}{8}, \\ 2 \geq \frac{x}{4} + \frac{3-2x}{3}. \end{cases}$

3. Розв'яжіть сукупність нерівностей:

$$\begin{aligned} 1) & \begin{cases} -1 < x < 2, \\ 2 \leq x < 5, \\ x \geq 5; \end{cases} & 2) & \begin{cases} \frac{3-x}{3} + 1 \leq \frac{2x-1}{5}, \\ -1 > 4x-4; \end{cases} & 3) & \begin{cases} 3-6x < 15, \\ x < 15, \\ 2x > x+15. \end{cases} \end{aligned}$$

4. Знайдіть:

1) область допустимих значень виразу $\sqrt{x-3} + \sqrt{5-x} + \frac{1}{\sqrt{x^2-8x+16}}$;

2) множину значень параметра, за яких рівняння має два різних розв'язки:

$$4x^2 - (4a-1)x + a^2 - 5 = 0;$$

3) множину розв'язків нерівності залежно від значень параметра b :

$$b-1 \leq (3-4x)^2 \leq b+1.$$

5. Інтернет-провайдер пропонує два тарифи: один фіксований — 500 грн на місяць, а інший — 230 грн на місяць плюс 10 грн за кожний гігабайт трафіку. При якому обсязі споживання перший тариф стане вигіднішим за другий?

6. Підлітку рекомендується вживати від 1 г до 1,2 г білка на кожен кілограм маси тіла на добу. Крім того, він отримує білок лише з одного продукту, в 100 г якого міститься 20 г білка. Відомо, що вага підлітка — 60 кг. Скільки грамів продукту на день він може з'їдати, щоб норму було дотримано?

7. Марія — призерка олімпіади з програмування. Серед призерів понад 94% — юнаки. Обчисліть найменшу можливу кількість призерів.

8. У шкільній газеті повідомляється, що відсоток учнів 10-А класу, які підвищили у другому півріччі успішність, більший за 2,9% і менший від 3,1%. Знайдіть мінімальну можливу кількість учнів у цьому класі.
9. Дев'ять однакових книжок коштують більше за 11 євро, але менше від 12 євро. За 13 таких самих книжок заплатили 15 євро та декілька центів, але менше від 16 євро. Скільки коштує одна книжка?
10. У наведеній нижче програмі, написаній мовою програмування Python, програміст припустився помилки. Встановіть, що саме має робити програма. У чому полягає помилка? Як її виправити?

```
import math

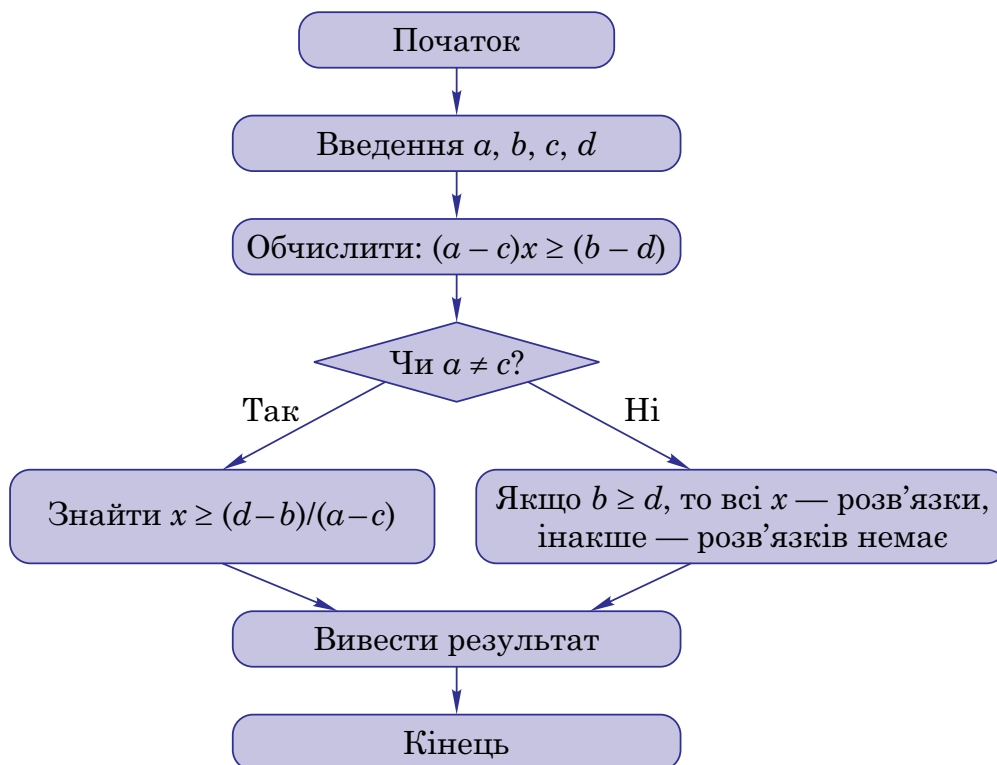
a = float(input («Уведіть коефіцієнт a (a ≠ 0): »))
b = float(input («Уведіть коефіцієнт b: »))
c = float(input («Уведіть коефіцієнт c: »))

if a != 0:
    print («Це не квадратне рівняння.
    Коефіцієнт a має не дорівнювати 0.»)
else:

    D = b**2 - 4*a*c

    if D > 0:
        print («Рівняння має 2 дійсні корені.»)
    elif D == 0:
        print («Рівняння має 1 дійсний корінь.»)
    else:
        print («Рівняння не має дійсних коренів.»)
```

11. За правилами перетину митного кордону України, без письмового декларування можна перевозити готівкову валюту та банківські метали на суму, що не перевищує в еквіваленті 10 000 євро. Галина Петрівна вирушила у подорож до Європи, взявши із собою готівкою 1500 польських злотих, 1200 чеських крон та 1400 швейцарських франків. Крім того, вона планує взяти декілька купюр по 100 євро. В день перетину кордону Галиною Петрівною курс Національного банку України був наступний: 11,0753 грн за 1 злотий, 1,8999 грн за 1 крону, 50,6758 грн за 1 франк, 47,5421 грн за 1 євро. Скільки купюр вона може взяти, щоб уникнути письмового декларування?



- 12.** Учні та учениці отримали завдання із складання алгоритму розв'язання нерівності $ax + b \geq cx + d$ та створені для алгоритму блок-схеми. Василько з Василюю поставили відповідне питання штучному інтелекту. На жаль, вони не помітили грубу помилку у розв'язанні III. Спробуйте знайти основну помилку у наведеній блок-схемі та виправити її. Які ще недоліки ви помітили у цій схемі від III ?

Рівень С

- 1.** З урахуванням відмінностей між системами та сукупностями, розв'яжіть:

$$1) \begin{cases} 2x + 3 \geq 5, \\ 3x + 2 > 6, \\ 5x - 1 < 19, \\ 4x + 1 \leq 7; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x + 3 \geq 5, \\ 3x + 2 > 6, \\ 5x - 1 < 19, \\ 4x + 1 \leq 7; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} -5 \leq 2x + 1 < 7, \\ \begin{cases} 3x + 2 > 6, \\ 2x + 1 \geq 5, \end{cases} \\ \begin{cases} 5x - 1 < 19, \\ 3x + 5 > 14, \end{cases} \\ 4x + 1 \leq 7. \end{cases}$$

- 2.** Розв'яжіть нерівність:

$$1) (x - 1)(x - 2) > 0; \quad 2) \frac{(x - 3)(x^2 - 5x + 6)}{x - 4} \geq 0; \quad 3) 3x^4 - 6x^3 \leq 0.$$

- 3.** Розв'яжіть ірраціональну нерівність:

$$1) \sqrt{2x - 5} \leq 7; \quad 2) \sqrt{69 - 4x^2} \geq 7; \\ 3) \sqrt{2x + 5} + \sqrt{2x - 4} - \sqrt{7 - 3,5x} \leq \sqrt{x + 8}.$$

4. Ширина захвату самохідного комбайна для створення дорожнього покриття дорівнює 0,85 м. Кожна наступна смуга перекриває попередню не менш ніж на чверть її ширини. З якою постійною швидкістю має рухатися комбайн задля того, щоби двічі покрити ділянку шосе шириною 6,5 м та довжиною 750 м за час, що не перевищує 6 годин?
5. Потрібно за радіусами двох кіл та відстані між їхніми центрами встановити взаємне положення даних кіл. Знайдіть у програмі, написану мовою програмування C++, поданій нижче, котрий із випадків пропущений. Виправіть недолік програми.

```
#include <iostream>
#include <cmath>

using namespace std;

int main() {
    double R1, R2, d;

    cout << «Уведіть радіус першого кола: «;
    cin >> R1;
    cout << «Уведіть радіус другого кола: «;
    cin >> R2;
    cout << «Уведіть відстань між центрами кіл: «;
    cin >> d;

    double sum = R1 + R2;
    double diff = abs(R1 - R2);

    if (d == 0 && R1 == R2) {
        cout << «Кола збігаються.» << endl;
    } else if (d == sum) {
        cout << «Кола дотикаються зовні.» << endl;
    } else if (d == diff && d != 0) {
        cout << «Кола дотикаються зсередини.» << endl;
    } else {
        cout << «Кола не мають спільних точок.» << endl;
    }
    return 0;
}
```

6. Із пункту А в заданому напрямку з постійною швидкістю та через однакові проміжки часу вирушають автобуси, що їдуть до наступного міста без зупинок. Дорожній майстер пройшов 4 км, і за цей час повз нього проїхали 6 автобусів. Наступного разу він пройшов 7 км, і повз нього проїхали 8 автобусів. Утретє він пройшов 17 км. Знайдіть кількість автобусів, що обігнали майстра цього разу, якщо всі вони їхали з однаковою швидкістю. Скільки можливих розв'язків має задача?

VII. Рефлексія (2 хв)

Запропонуйте учням оцінити розуміння теми уроку балами від 1 до 10.

Мої враження від уроку

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Жахливі									Чудові

Назвіть дві речі, які вам сподобалися на уроці, й одну річ, яка вам не сподобалася, або у вас усе ще залишилися запитання.

- 1)
- 2)
- ?

Можливі теми проєктів

1. Лінійні нерівності та їхні системи, що містять параметр.
2. Застосування лінійних нерівностей в економіці.
3. Ілюстративний приклад 8. Знайдіть усі можливі варіанти кількості файлів на флешці, узагальніть результати, отримані в розв'язанні задачі. Напишіть програму для розв'язування подібних задач у загальному випадку.
4. Узагальніть задачу 9 рівня В.
5. Узагальніть задачу 6 рівня С. Створіть комп'ютерну програму для візуалізації описаної ситуації та унаочнення відповіді.