

10

Тема 8. Нерівності

Урок 3. Квадратичні нерівності

Тип уроку: урок повторення та систематизації знань.

План уроку

1. Означення квадратичної нерівності.
2. Розв'язування квадратичних нерівностей графічним методом.
3. Системи квадратичних нерівностей.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

використовує приладдя та інформаційно-комунікаційні технології для представлення результату у специфічних проблемних ситуаціях [12 МАО 4.2.3–1 П];

досліджує специфічну проблемну ситуацію, використовуючи різноманітні інформаційні джерела [12 МАО 1.2.1–1 П];

оцінює повноту і вірогідність інформації [12 МАО 1.2.1–3 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Запропонуйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку. Запитання можна лише сформулювати, а відповіді на них давати поступово з поясненням матеріалу.
- 2) Повторіть основні поняття попереднього уроку, розв'яжіть приклади на повторення.
- 3) Сформулюйте практичну задачу, розв'язати яку надайте можливість учням/ученицям наприкінці уроку.
- 4) Теорію подавайте стисло, акцентуйте увагу (коли можливо) на її практичному застосуванні.
- 5) До кожного теоретичного твердження наведено кілька ілюстративних прикладів. Обирайте ілюстративні приклади на свій розсуд.
- 6) Увесь запропонований матеріал неможливо подати в часових вимірах одного уроку, тому обирайте кількість матеріалу на ваш розсуд.
- 7) Обов'язково сплануйте виконання останніх блоків уроку, а саме: розв'язування практичних задач та тренувальних вправ як важливі компоненти формування практичних навиків і навчання учнів/учениць самостійної роботи над завданнями.

8) Мотивуйте учнів/учениць до проєктної діяльності. Можливі теми для створення проєктів запропоновані.

I. Організаційна частина (2–3 хв)

Мотиваційні запитання

- 1) Яке рівняння з однією змінною називають квадратним? Яку нерівність з однією змінною називають квадратичною?
- 2) Яку форму має графік квадратичної функції? Як знайти точки його перетину з віссю абсцис?
- 3) Як визначити напрямок віток графіка квадратичної функції?
- 4) За яких умов графік квадратичної функції дотикається до осі абсцис?
- 5) Що легше розв'язувати: нерівності чи системи нерівностей?

II. Повторення

1. Скільки коренів має рівняння $2x^2 - 3x - 11 = 0$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	безліч

2. Укажіть рівняння, яке має один корінь (два корені, що збігаються).

А	Б	В	Г	Д
$2x^2 + x - 11 = 0$	$2x^2 + x + 11 = 0$	$2x^2 + 8x - 8 = 0$	$2x^2 + 8x + 8 = 0$	$x^2 + 8x + 8 = 0$

3. Укажіть рівняння, яке має корені 3 та -5.

А	Б	В	Г	Д
$x^2 + 2x - 15 = 0$	$3x^2 + 2x - 15 = 0$	$x^2 - 2x - 15 = 0$	$x^2 - 2x + 15 = 0$	$x^2 + 2x + 15 = 0$

4. Оберіть функцію, графіком якої є парабола з вітками, напрямленими вгору.

А	Б	В	Г	Д
$y = -x^2 + 2x - 15$	$y = -3x^2 + 2x - 15$	$y = -(x - 3)^2 - 2$	$y = x^2 - 2x + 15$	$y = 2x - x^2 + 15$

5. Оберіть функцію, яка задає параболу з вершиною на осі абсцис.

А	Б	В	Г	Д
$y = -x^2 + 2x - 15$	$y = -3x^2 + 2x - 15$	$y = -(x - 3)^2 - 2$	$y = 3(x - 1)^2 + 2$	$y = 2x^2 + 8x + 8$

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Чисельність риби у ставку залежить від температури води T згідно з формулою: $N(T) = -2(T - t_0)^2 + N_0$, де параметри t_0 та N_0 означають відповідно оптимальну температуру у градусах Цельсія та кількість риби у ставку при оптимальній температурі. Знайдіть:

- а) для яких T чисельність риби у ставку впаде нижче від 60, за умови $t_0 = 20$, $N_0 = 100$;
- б) відсоток від N_0 , нижче якого не повинна зменшуватися чисельність риби при інтервалі температур у 8 градусів.

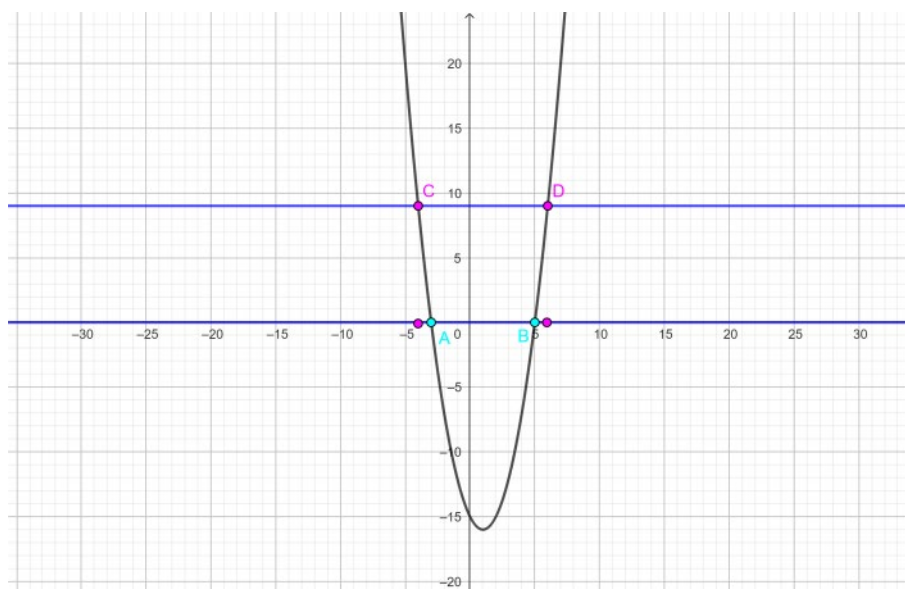
III. Квадратичні нерівності

При багатьох застосуваннях квадратичної функції виникає необхідність порівняти її значення з конкретним числом. Зокрема знайти інтервали знакосталості квадратичної функції — означає відшукати, за яких значень аргументу функція набуває додатних (від'ємних) значень. Оскільки ви вже повторили основні властивості квадратичної функції та її графіка, варто скористатися відповідними фактами для розв'язування нерівностей.

Означення. *Квадратичною нерівністю з однією змінною* називають нерівність виду $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$, $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c \leq 0$, де a, b, c — деякі числа, $a \neq 0$, x — змінна.

Ілюстративні приклади

- 6.** За поданим графіком функції $y = x^2 - 2x - 15$ знайдіть:
- а) проміжки знакосталості;
 - б) множину розв'язків нерівності $x^2 - 2x + 15 \geq 0$;
 - в) при яких аргументах функція набуває значень, менших від 9.



Розв'язання.

- а) $y > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$, $y < 0 \Leftrightarrow x \in (-3; 5)$;

$$\text{б) } x^2 - 2x - 15 \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -3] \cup [5; +\infty);$$

$$\text{в) } y < 9 \Leftrightarrow x \in (-4; 6).$$

- 7.** Доведіть, що графік функції $y = x^2 - 2x + 3$ розташований в одній півплощині відносно осі абсцис.

Розв'язання. Виділимо квадрат різниці у формулі, що задає дану функцію:

$$y = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2.$$

Оскільки квадрат числа завжди невід'ємний, то $y = (x - 1)^2 + 2 \geq 2 > 0$. Отже, графік розташований у верхній півплощині відносно осі абсцис.

IV. Розв'язування квадратичних нерівностей графічним методом

Якщо знати розташування графіка квадратичної функції відносно осі абсцис, то легко встановити проміжки аргументу, для яких виконується відповідна квадратична нерівність.

Розташування графіка квадратичної функції відносно осі Ox

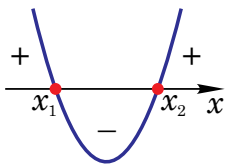
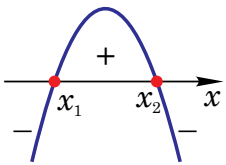
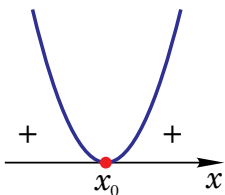
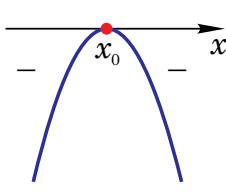
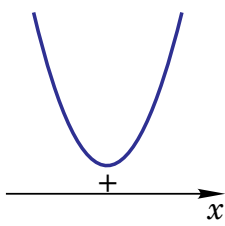
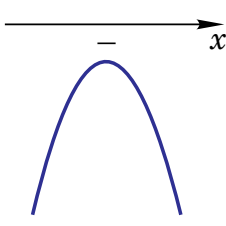
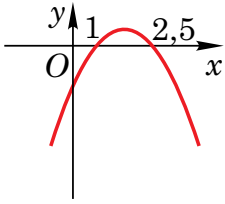
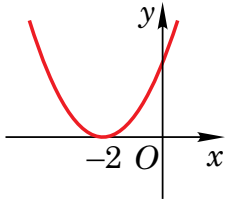
	$a > 0$	$a < 0$
$D > 0$		
$D = 0$		
$D < 0$		

Схема розв'язування квадратичних нерівностей

Етапи розв'язання	Приклади застосування	
	$-2x^2 + 7x - 5 \geq 0$	$2x^2 + 8x + 8 > 0$
1) Розв'язати відповідне квадратне рівняння.	$-2x^2 + 7x - 5 = 0$	$2x^2 + 8x + 8 = 0$
	$2x^2 - 7x + 5 = 0$	$x^2 + 4x + 4 = 0$
	$\begin{cases} x_1 = 1, \\ x_2 = 2,5. \end{cases}$	$x = -2$

Етапи розв'язання	Приклади застосування	
	$-2x^2 + 7x - 5 \geq 0$	$2x^2 + 8x + 8 > 0$
2) Побудувати схематично графік відповідної квадратичної функції, відмітити точки його перетину з віссю Ox (за наявності) – зафарбованими для нестрогих нерівностей та виколотими для строгих.	$y = -2x^2 + 7x - 5$ 	$y = 2x^2 + 8x + 8$ 
3) Знайти на осі Ox проміжки, які відповідають потрібному розташуванню частини графіка.	$1 \leq x \leq 2,5$	$\begin{cases} x < -2, \\ x > -2 \end{cases}$
4) Записати відповідь.	Відповідь. $[1; 2,5]$.	Відповідь. $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.

Ілюстративні приклади

8. Розв'яжіть нерівність $2x^2 + x + 7 \geq 0$.

Розв'язання. Розглянемо відповідне квадратне рівняння: $2x^2 + x + 7 = 0$. Його дискримінант $D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot 7 = -55 < 0$, тому це рівняння не має дійсних коренів. Квадратична функція $y = 2x^2 + x + 7$ має графік – параболу, вітки якої напрямлені вгору, і яка не перетинає вісь абсцис. Отже, цей графік цілком міститься у верхній півплощині відносно осі Ox . Тому квадратична функція завжди набуває додатних значень, і нерівність $2x^2 + x + 7 \geq 0$ виконується при будь-якому значенні змінної x .

Відповідь. $(-\infty; +\infty)$.

V. Системи квадратичних нерівностей

Системи чи сукупності квадратичних нерівностей розв'язують аналогічно до ситуації з лінійними нерівностями. Треба розв'язати кожену нерівність окремо, а далі знайти перетин множин їхніх розв'язків для системи або об'єднання — для сукупності.

Ілюстративні приклади

9. Розв'яжіть систему квадратичних нерівностей
$$\begin{cases} x^2 - x - 2 \leq 0, \\ x^2 + x - 2 \geq 0. \end{cases}$$

Розв'язання. Розв'яжемо спочатку першу нерівність системи.

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 = -1, \\ x_1 = 2. \end{cases}$$

Будуємо схематичний графік квадратичної функції $y = x^2 - x - 2$. Відмічаємо на осі Ox проміжок, на якому дана функція набуває недодатних значень.

Отримуємо, що множиною розв'язків першої нерівності системи є $[-1; 2]$.

Аналогічно розв'язуємо другу нерівність системи.

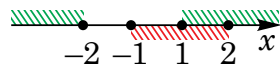
$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 = 1, \\ x_1 = -2. \end{cases}$$

Будуємо схематичний графік квадратичної функції $y = x^2 - x - 2$. Відмічаємо на осі Ox проміжок, на якому дана функція набуває невід'ємних значень.

Отримуємо, що множиною розв'язків другої нерівності системи є $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$.

Знайдемо перетин відповідних множин:



Маємо: $1 \leq x \leq 2$.

Відповідь. $[1; 2]$.

- 10.** Феєрверк запускається з висоти 8 м вертикально вгору з початковою швидкістю 16 м/с. У небі квадрокоптер веде зйомку в діапазоні висот від 20 м до 20,75 м. В якому інтервалі часу феєрверк перебуватиме у цьому діапазоні?

Розв'язання. Ураховуючи, що вектор початкової швидкості напрямлений угору, а прискорення вільного падіння – вниз, перепишемо формулу для відстані при

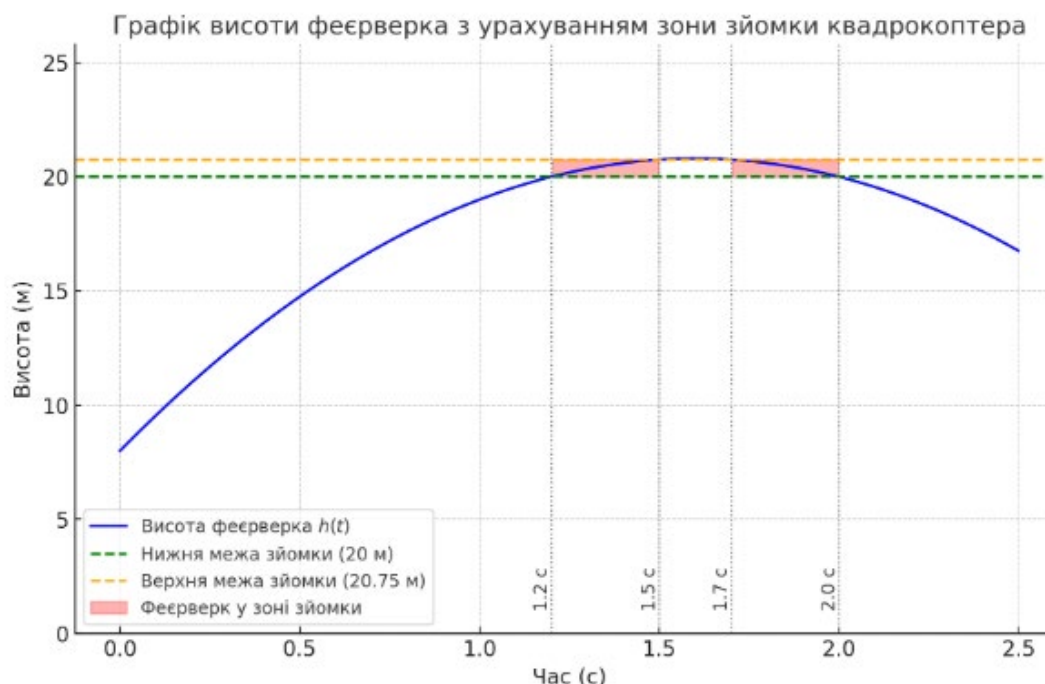
рівноприскореному русі у наступному вигляді: $h(t) = h_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, де g — прискорення вільного падіння (візьмемо $g = 10$ м/с²). Підставляємо дані умови та отримуємо: $h(t) = 8 + 16t - 5t^2$. Виходячи з умов про діапазон висот квадрокоптера, отримуємо систему нерівностей

$$\begin{cases} 8 + 16t - 5t^2 \geq 20, \\ 8 + 16t - 5t^2 \leq 20,75. \end{cases}$$

Перетворимо її на систему квадратичних нерівностей та розв'яжемо її:

$$\begin{cases} -5t^2 + 16t - 12 \geq 0, \\ -5t^2 + 16t - 12,75 \leq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,2 \leq t \leq 2, \\ \begin{cases} t \leq 1,5, \\ t \geq 1,7. \end{cases} \end{cases}$$

Отже, феєрверк буде знаходитися в діапазоні висот, на яких квадрокоптер веде зйомку, в проміжках часу від 1,2 с до 1,5 с та від 1,7 с до 2 с, рахуючи з моменту запуску. Результат наочно представлений на графіку нижче.



Відповідь. Від 1,2 с до 1,5 с та від 1,7 с до 2 с, рахуючи з моменту запуску.

Висновок. Квадратичну нерівність з однією змінною нескладно розв'язати, якщо застосувати графік відповідної квадратичної функції. Так само, як і квадратні рівняння, квадратичні нерівності та системи таких нерівностей застосовуються і при розв'язанні суто алгебричних задач, і при розв'язанні практичних завдань з фізики, біології, економіки тощо. Отже, можна успішно використати свої знання для розв'язання як тренувальних завдань, так і практичних проблем.

VI. Розв'язання практичної задачі. Групова робота

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Чисельність риби у ставку залежить від температури води T згідно з формулою: $N(T) = -2(T - t_0)^2 + N_0$, де параметри t_0 та N_0 означають відповідно оптимальну температуру у градусах Цельсія та кількість риби у ставку при оптимальній температурі. Знайдіть: а) для яких T чисельність риби у ставку впаде нижче від 60, за умови $t_0 = 20$, $N_0 = 100$; б) відсоток від N_0 , нижче якого не повинна зменшуватися чисельність риби при інтервалі температур у 8 градусів.

Розв'язання.

а) Розглянемо випадок $N(T) = -2(T - 20)^2 + 100 < 60$, тобто $N(T) = -2(T - 20)^2 + 40 < 0$. Графіком відповідної квадратичної функції буде парабола з вітками, напрямленими вниз, і вершиною в точці $(20; 40)$. Цей графік перетинає вісь абсцис, за умови, що $-2(T - 20)^2 = -40$, або ж $T = 20 \pm 2\sqrt{5}$. Тоді відповіддю до розглядуваної нерівності буде множина $(-\infty; 20 - 2\sqrt{5}) \cup (20 + 2\sqrt{5}; +\infty)$. Ураховуючи десяткове наближення до меж цих проміжків, можна стверджувати, що чисельність риб у ставку гарантовано впаде до рівня, нижчого від 60, при температурі, меншій від 15,52 градуса або більшій за температуру 24,48 градуса.

б) Нехай найменша можлива кількість риб у ставку буде kN_0 , тоді нерівність $N(T) = -2(T - t_0)^2 + N_0 \geq kN_0$, або ж $-2(T - t_0)^2 + N_0 - kN_0 \geq 0$ має виконуватися на проміжку довжиною 8.

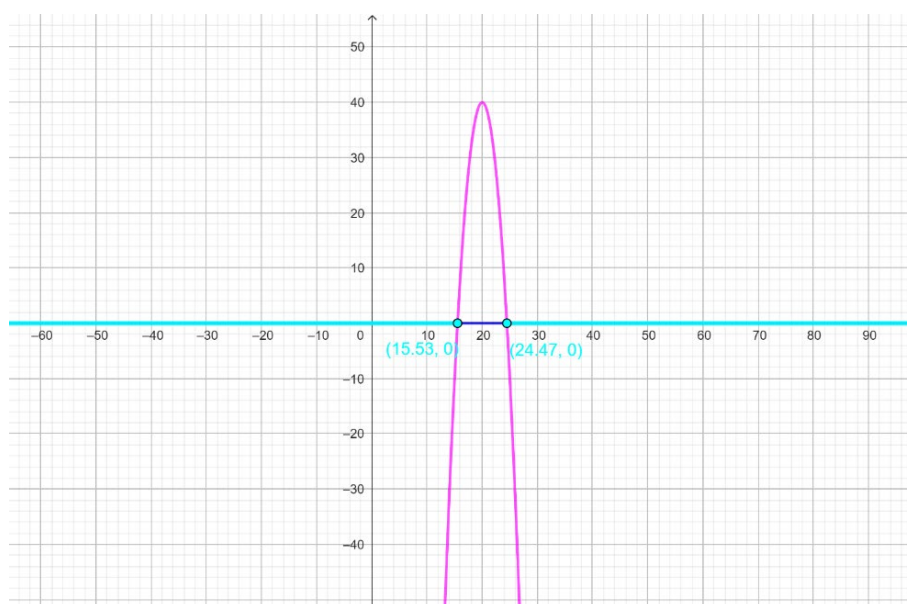
Графіком відповідної квадратичної функції буде парабола з вітками, напрямленими вниз, а довжина проміжку для відповіді – відстань між точками перетину графіка з віссю абсцис.

Знайдемо корені відповідного квадратного рівняння $-2(T - t_0)^2 + N_0 = kN_0$:

$$T = t_0 \pm \sqrt{\frac{(1-k) \cdot N_0}{2}}.$$

Згідно з умовою тоді отримуємо:

$$\left(t_0 + \sqrt{\frac{(1-k) \cdot N_0}{2}}\right) - \left(t_0 - \sqrt{\frac{(1-k) \cdot N_0}{2}}\right) = 2\sqrt{\frac{(1-k) \cdot N_0}{2}} = 8, \text{ звідки } k = 1 - \frac{32}{N_0}.$$



Остаточно отримаємо, що шуканий відсоток знаходиться за формулою $100 \cdot \left(1 - \frac{32}{N_0}\right)$,

за умови, що початкова кількість риби у ставку не менша від 32. Якщо ця умова не виконується, то задача не має розв'язків.

Відповідь. а) При T , меншій від 15,52 градуса або більшій за температуру 24,48 градуса; б) $100 \cdot \left(1 - \frac{32}{N_0}\right)$.

VII. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

Рівень А

1. Розв'яжіть нерівність:

а) $x^2 + 5x + 6 \geq 0$;

б) $-x^2 - 5x + 6 > 0$;

в) $x^2 - 6x + 9 \geq 0$.

2. Розв'яжіть нерівність:

а) $2x^2 + 3x - 5 \leq 0$;

б) $-3x^2 + 7x + 10 < 0$;

в) $3x^2 - 12x + 12 < 0$.

3. Розв'яжіть систему нерівностей:

а) $\begin{cases} x^2 + x - 6 \geq 0, \\ x^2 - x - 6 \leq 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 - 3x - 18 \leq 0, \\ x^2 > 1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 7x^2 \leq 4x, \\ x^2 - 49 \leq 0. \end{cases}$

4. Знайдіть область визначення функції:

а) $y = \sqrt{x^2 - 2x - 15}$; б) $y = \frac{2x - 5}{\sqrt{2x^2 - 5x + 2}}$; в) $y = \sqrt{x^2 - 6x - 7} + \frac{1}{x - 8}$.

5. Тіло кинуто вертикально вгору з початковою швидкістю $v_0 = 20$ м/с. Його висота $h(t)$ в метрах через t секунд визначається формулою: $h(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, де $g = 10$ м/с² — прискорення вільного падіння. Впродовж якого часу тіло перебуватиме на висоті не менше від 15 метрів?

6. Підприємець виробляє та продає товар. Його прибуток (у тис. грн) від продажу x одиниць товару на день описується формулою: $R(x) = -2x^2 + 40x$, а витрати на виробництво та збут (у тис. грн) описуються формулою: $C(x) = 8x + 510$. При якій кількості виробленої та збутої продукції підприємство працює з чистим прибутком?

Рівень В

1. Розв'яжіть нерівність:

а) $2x^2 + 13x + 21 \geq 0$; б) $-2x^2 + 12x - 18 < 0$; в) $3x^2 + 5x + 21 \geq 0$.

2. Знайдіть множину розв'язків нерівності:

а) $5x^2 + 3x - 17 \leq 0$; б) $-3x^2 + 42x - 147 < 0$; в) $5x^2 + x + 2025 \leq 0$.

3. Розв'яжіть систему нерівностей:

а) $\begin{cases} x^2 + 2x - 3 \geq 0, \\ x^2 + x - 6 \leq 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + 3x - 18 \leq 0, \\ |x| \leq 3; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 7x^2 - 4x + 5 \geq 0, \\ -2x^2 + x - 49 \geq 0. \end{cases}$

4. Розв'яжіть сукупність нерівностей:

а) $\begin{cases} 3x^2 - 7x + 4 < 0, \\ x^2 - 4 \leq 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 - 6x - 27 > 0, \\ 4x^2 + 31x + 60 \leq 0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 4x^2 + 7x - 15 \leq 0, \\ 20x^2 - 23x - 21 < 0. \end{cases}$

5. Знайдіть:

а) область допустимих значень виразу $\sqrt{60x - 25x^2 - 36}$;

б) область визначення функції $y = \sqrt{3x + 4} - \frac{5x}{\sqrt{-2x^2 - 5x - 2}}$;

в) множину розв'язків подвійної нерівності $x^2 - x \leq (2x - 1)^2 \leq x^2 + x + 2$.

6. Розв'яжіть нерівність:

а) $x^4 - 13x^2 + 36 \leq 0$; б) $x^4 - 2x^2 - 15 \geq 0$; в) $16x^4 - 24x^2 + 9 \leq 0$.

7. Знайдіть множину розв'язків нерівності в залежності від значень параметра a :

а) $x^2 - ax + 3 \leq 0$; б) $ax^2 + 3x - 4 \geq 0$; в) $x^2 - 2ax + 2a^2 - 2a + 1 \leq 0$.

8. Знайдіть, при яких значеннях параметра a :

а) нерівність $ax^2 + 4x + a + 3 \geq 0$ справджується при всіх дійсних x ;

б) нерівність $ax^2 + 4ax + 5 \leq 0$ не має дійсних розв'язків;

в) нерівність $9x^2 + 12ax + 5a^2 \leq 4a - 4$ має єдиний розв'язок?

9. В арифметичній прогресії перший член дорівнює 111, а різниця прогресії дорівнює -6 . Яку найменшу кількість членів цієї прогресії, починаючи з першого, треба взяти для того, щоб їхня сума була від'ємною?
10. У наведеній нижче програмі, написаній мовою програмування Python, програміст мав реалізувати загальну схему розв'язання квадратичних нерівностей, але зробив це неправильно. У чому полягають помилки? Як їх виправити?

```
import math

def solve_quadratic_inequality(a, b, c, sign):
    if a == 0:
        raise ValueError(«Це не квадратний вираз
            (a не може бути 0)»)

    D = b**2 - 4*a*c # дискримінант

    if D < 0:
        if (sign == '>=' or sign == '>'):
            if a > 0:
                return «Розв'язків немає» if sign == '>' else «Bci x»
            else:
                return «Bci x» if sign == '>' else «Розв'язків немає»
        else:
            if a > 0:
                return «Bci x» if sign == '<' else «Розв'язків немає»
            else:
                return «Розв'язків немає» if sign == '<' else «Bci x»
    else:
        x1 = (-b - math.sqrt(D)) / (2*a)
        x2 = (-b + math.sqrt(D)) / (2*a)
        x1, x2 = sorted([x1, x2]) # упорядкувати корені

        if sign == '>=':
            if a > 0:
                return f'x ≤ {x1:.2f} або x ≥ {x2:.2f}'
            else:
                return f'{x1:.2f} ≤ x ≤ {x2:.2f}'
        elif sign == '>':
            if a > 0:
                return f'x < {x1:.2f} або x > {x2:.2f}'
            else:
                return f'{x1:.2f} < x < {x2:.2f}'
        elif sign == '<=':
            if a > 0:
                return f'{x1:.2f} ≤ x ≤ {x2:.2f}'
            else:
                return f'x ≤ {x1:.2f} або x ≥ {x2:.2f}'
```

```

elif sign == '<':
    if a > 0:
        return f'{{x1:.2f}} < x < {{x2:.2f}}'
    else:
        return f'x < {{x1:.2f}} або x > {{x2:.2f}}'
else:
    return «Невідомий знак»

```

11. Під час виверження вулкану один із каменів вилетів вертикально вгору з початковою швидкістю 80 м/с з висоти 300 м над рівнем моря (висота кратера). У зв'язку з небезпекою для туристичних гелікоптерів було визначено зону польоту не нижче ніж 600 м над рівнем моря. На яких проміжках часу після виверження камінь перебуватиме в цій зоні і становитиме небезпеку?
12. Чисельність популяції мікробів на початку дослідження описується формулою $N(t) = -2t^2 + 16t + 50$, де t – час у годинах. Упродовж якого часу кількість мікробів у популяції становить не менш як 50% від максимальної їхньої чисельності?

Рівень С

1. Графік квадратичної функції має певні властивості. Відповідно до них визначте:
 - а) при яких значеннях x функція набуває значень не менших від 11, якщо відповідна парабола проходить через точки (0; 6), (2; 2) та (3; 3);
 - б) при яких значеннях x функція набуває значень не більших за 5, якщо точка $M(-1; -7)$ є вершиною параболи, яка перетинає вісь ординат у точці (0; -4);
 - в) при яких значеннях x функція набуває значень більших за 5, якщо парабола перетинає вісь Ox у точках з абсцисами 5 та 9 і має найвищу точку з ординатою 6.
2. Розв'яжіть нерівність:
 - а) $x^2 - 5|x| + 6 < 0$; б) $7|x| - x^2 - 12 \leq 0$; в) $x^2 - 2x + 1 < 2 \cdot |x - 1|$.
3. Знайдіть усі значення параметра a , при яких:
 - а) нерівність $3 - x - x^2 < a$ справджується при всіх дійсних значеннях x ;
 - б) множиною розв'язків нерівності $x^2 - (a^2 - 2a - 3)x + a^2 + 2 \leq 0$ є відрізок $[2; 3]$;
 - в) множиною розв'язків нерівності $x^2 + (a^2 - 7)x + a^2 + 2a + 6 > 0$ є $(-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$.
4. Під час тренування легкоатлет кидає спис з висоти 2 метри під кутом 45° до горизонту з початковою швидкістю 20 м/с. У полі на відстані від 25 до 30 метрів від атлета стоїть рекламний щит, який має висоту 3 м. Чи гарантовано спис не зачепить рекламний щит? Уважайте $g = 10$ м/с². Опором повітря знехтуйте.
5. Розгляньте таблицю відповідей до квадратичної нерівності при $a > 0$. Проаналізуйте, як отримана кожна з них. Запропонуйте спосіб, як можна скористатися цією ж таблицею, за умови $a < 0$. Розробіть блок-схему алгоритму розв'язування квадратичних нерівностей у загальному вигляді.

Знак D	$ax^2 + bx + c > 0$	$ax^2 + bx + c \geq 0$
$D > 0$	$(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$	$(-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty)$
$D = 0$	$(-\infty; x_1) \cup (x_1; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$
$D < 0$	$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$

Знак D	$ax^2 + bx + c < 0$	$ax^2 + bx + c \leq 0$
$D > 0$	$(x_1; x_2)$	$[x_1; x_2]$
$D = 0$	$\emptyset$	$x = x_1$
$D < 0$	$\emptyset$	$\emptyset$

6. Декілька факультетів університету вирішили провести змагання, поділивши витрати порівну. Перед змаганнями виявилось, що команди чотирьох факультетів знялися зі змагань. Тому іншим факультетам довелося додатково внести по 4 тис. гривень. Знайдіть загальний обсяг витрат S тис. грн, якщо $20 < S < 30$.

VIII. Рефлексія (2 хв)

- 1) Сьогодні я дізнався/дізналась, що
- 2) Цей урок допоміг мені зрозуміти, що
- 3) Під час уроку я зрозумів/зрозуміла, що вже вмію
- 4) Найскладнішим для мене було
- 5) Тепер я впевнений/упевнена у своїй здатності
- 6) Найбільше мені сподобалося

Можливі теми проєктів

1. Квадратичні нерівності та їхні системи, що містять параметр.
2. Застосування квадратичних нерівностей в економіці.
3. Застосування квадратичних нерівностей у фізиці.
4. Узагальніть задачі 9, 11, 12 рівня В.
5. Узагальніть задачу 4 рівня С. Створіть комп'ютерну програму для візуалізації описаної ситуації та унаочнення відповіді.