

11

Тема 1.

Границя та неперервність функції

Урок 24. Контрольна робота

Тип уроку: урок контролю засвоєння знань.

План уроку

1. Захист учнівських проєктів.
2. Проведення тестування у форматі ЗНО/НМТ.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

планує дії та організовує роботу групи, ураховуючи розподіл ролей та оцінюючи внесок кожного [12 МАО 2.2.3–1 П];

реалізовує визначену послідовність дій для розв'язання специфічних проблемних ситуацій, перевіряє та досліджує отримані результати [12 МАО 4.2.1–2 П];

робить висновки щодо застосування математичних понять і фактів [12 МАО 4.1.2–1 П];

аналізує результати дій із математичними об'єктами у процесі розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 4.2.2–1 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Урок є підсумковим за результатами вивчення теми 1.
- 2) Урок можна провести як урок-захист учнівських проєктів.
- 3) Для захисту проєктів забезпечте учнів/учениць технічними та навчальними засобами (ноутбуками, проєкторами тощо).
- 4) Якщо ви проводите захист учнівських проєктів, то мотивуйте учнів/учениць до активного обговорення запропонованих проєктів.
- 5) За результатами захисту проєктів виставте учням/ученицям підсумкові (тематичні) оцінки.
- 6) Якщо захист проєктів, на вашу думку, є недоцільним, то можна провести підсумкове тестування.
- 7) За умови проведення тестування завчасно забезпечте учнів/учениць тестовими завданнями.

- 8) Для проведення тестування використовуйте завдання підсумкового тесту у двох варіантах, який надається.
- 9) Відповіді до тестових завдань подаються.
- 10) Критерії оцінювання подані після відповідей до тестових завдань.

I. Організаційна частина (2 хв)

Мотиваційні запитання

- 1) Якщо щодня зменшувати витрати електроенергії на 10%, то чи можна коли небудь досягнути нульового споживання?
- 2) Чи може сума нескінченної кількості чисел дорівнювати конкретному числу?
- 3) Уявіть собі, м'яч що підстрибує кожного разу на висоту вдвічі меншу за попередню. Чи зупиниться він коли небудь.
- 4) Як ви розумієте фразу «Члени послідовності стають як заведено близькими до числа»?
- 5) Де у повсякденному житті вживають слово «границя»?

II. Захист індивідуальних (групових) проєктів.

III. Проведення тематичного підсумкового тестування (35–40 хв)

Вариант 1

- 1.** Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+1}{3x-1}$.

А	Б	В	Г	Д
1,5	$\frac{2}{3}$	-1,5	-1	0

[illegible]

- 2.** Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$.

А	Б	В	Г	Д
4	∞	0	12	6

[illegible]

- 3.** Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$.

А	Б	В	Г	Д
0	$\frac{1}{4}$	∞	0,5	4

[illegible]

- 4.** Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{4 - x}$.

А	Б	В	Г	Δ
4	∞	0	0,5	$\frac{1}{4}$

[illegible]

5. На якому з відрізків рівняння $x^3 - x + 2 = 0$ має корені?

А	Б	В	Г	Д
$[-2; -1]$	$[-1; 0]$	$[0; 1]$	$[1; 2]$	$[2; 3]$

6. Укажіть множину значень функції $f(x) = \frac{x^2}{x^4 + 3x^2 + 1}$.

А	Б	В	Г	Д
$\left[0; \frac{1}{3}\right]$	$\left[0; \frac{1}{2}\right]$	$\left[0; \frac{1}{4}\right]$	$\left[0; \frac{1}{5}\right]$	$\left[0; \frac{1}{6}\right]$

[illegible]

7. Обчисліть лівосторонню границю функції $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & x < 2, \\ \sqrt{x + 2}, & x \geq 2 \end{cases}$ в точці $x = 2$.

А	Б	В	Г	Д
2	4	0	$-\infty$	1

[illegible]

8. З-поміж наведених, виберіть правильну рівність.

А	Б	В	Г	Д
$\lim_{x \rightarrow 0} \arcsin x = \frac{\pi}{2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \arccos x = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{arctg} x = -\frac{\pi}{2}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \pi$	$\lim_{x \rightarrow 0} \sin x = 1$

[illegible]

9. Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^2 + x^3 + 6}{2x^3 + 10x^2 + 5x}$.

А	Б	В	Г	Д
-1	0,5	1	3	-2

[illegible]

10. Для функції $f(x) = \begin{cases} -x^3, & x \leq 1, \\ 3+x, & x > 1 \end{cases}$ укажіть усі правильні твердження.

I. Функція $f(x)$ визначена на множині всіх дійсних чисел.
 II. Границя функції $f(x)$ у точці $x = 1$ дорівнює -1 .
 III. Правостороння границя функції у точці $x = 1$ дорівнює 4 .

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише I і II	лише I і III	I, II і III	лише III

11. Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{2x^2}$.

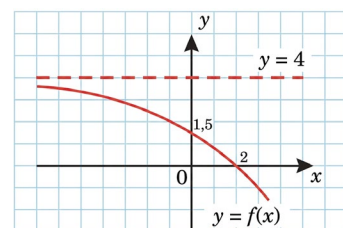
А	Б	В	Г	Д
1	2	4	0	∞

12. Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4x}{\arctg 3x}$.

А	Б	В	Г	Д
1	0	$\frac{4}{3}$	∞	$-\frac{4}{3}$

13. За графіком функції $f(x)$ (див. рисунок) знайдіть $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

А	Б	В	Г	Д
2	1,5	4	$-\infty$	$+\infty$



14. Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(4 + \frac{2}{x^3}\right) \left(-5 - \frac{7}{x}\right)$.

А	Б	В	Г	Д
20	-20	0	$+\infty$	$-\infty$

15. Знайдіть рівняння горизонтальної асимптоти графіка функції $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$.

А	Б	В	Г	Д
$y = -2$	$y = 1$	$y = 3$	$x = 1$	$y = 2$

16. Кожну з границь функцій (1–3) увідповідніть із її числовим значенням (А–Д).

Границя функції

Числове значення

А Б В Г Д

1 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

А 0,5

1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Б 2

2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

2 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3}$

В 4

3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Г 0

3 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 16}$

Д 8

17. Установіть відповідність між початком речення (1–3) та завершенням речення (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

Завершення

А Б В Г Д

1 Значення функції $f(x) = \frac{1}{x}$ в точці $x = 0$

речення

1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

А дорівнює $-\infty$.

2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Б дорівнює $+\infty$.

2 Значення правосторонньої границі функції $f(x) = \frac{1}{x}$ в точці $x = 0$

В дорівнює 0.

Г дорівнює 1.

3 Значення лівосторонньої границі функції $f(x) = \frac{1}{x}$ в точці $x = 0$

Д не існує.

- 18.** Установіть відповідність між функцією, яка задана формулою (1–3) та рівняннями всіх асимптот (А–Д) функції.

Функція

$$1 \quad f(x) = \frac{3x-2}{x+1}$$

2 $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$

3 $f(x) = \frac{3x^2 + 2x - 1}{x - 1}$

Рівняння асимптот

A $x = 1; y = 3x + 5$

Б $x = 1; y = 3x - 5$

B $x = -1; y = 3$

$\Gamma \ x = -1; x = 1; y = 0$

Д $x = -1; x = 1$

А Б В Г Д

100002 □□□□

3 □□□□□

[illegible]

- 19.** Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$.

[illegible]

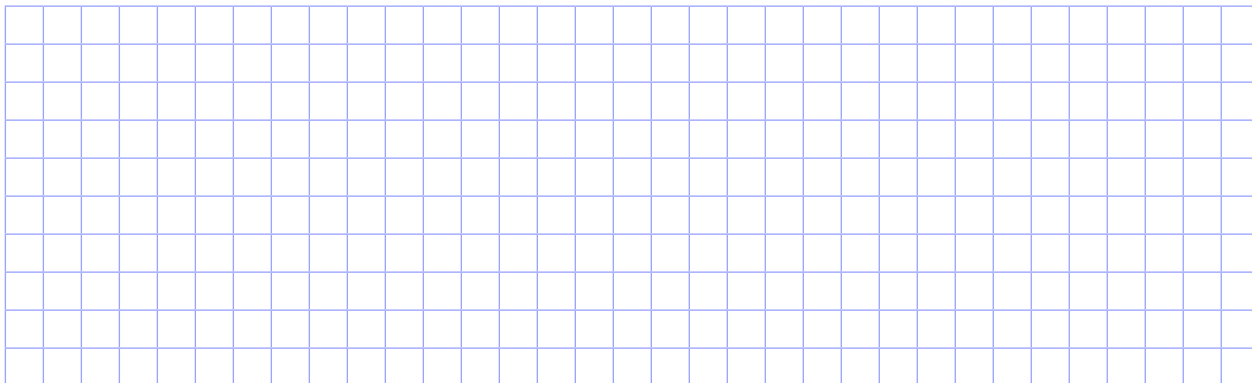
Відповідь.

- 20.** Відомо, що $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 11$, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = -6$, $\lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = -5$. Обчисліть $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2f(x) + 3h(x)}{g(x) + 16}$.

A full-page sheet of graph paper. The background is a solid light gray color. Overlaid on this background is a uniform grid of thin, light blue horizontal and vertical lines, creating a series of small squares across the entire page.

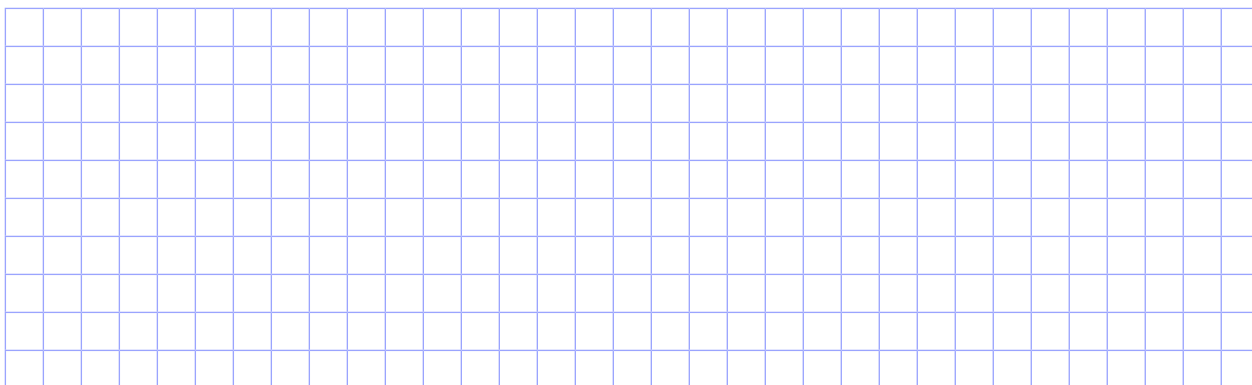
Відповідь.

- 21.** Запишіть рівняння похилої асимптоти графіка функції $f(x) = \frac{2x^2 + 3x + 4}{x - 2}$.



Відповідь.

- 22.** Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{\left(x - \frac{\pi}{4}\right)^2}$.



Відповідь.

Варіант 2

- 1.** Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$.

А	Б	В	Г	Δ
$\frac{1}{2}$	2	1	-1	0

[illegible]

- 2.** Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 64}{x + 4}$.

А	Б	В	Г	Д
16	48	0	∞	60

[illegible]

- 3.** Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{4+x}-2}$.

А	Б	В	Г	Д
0	$\frac{1}{4}$	∞	4	0,5

[illegible]

- 4.** Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$.

А	Б	В	Г	Д
$2\sqrt{2}$	2	0	0,5	∞

[illegible]

- 5.** На якому з відрізків рівняння $x^3 - x + 4 = 0$ має корені?

А	Б	В	Г	Д
$[-2; -1]$	$[-1; 0]$	$[0; 1]$	$[1; 2]$	$[2; 3]$

[illegible]

6. Укажіть множину значень функції $f(x) = \frac{x^2}{9x^4 + 1}$

А	Б	В	Г	Д
$[0; 1]$	$[0; 9]$	$\left[0; \frac{1}{3}\right]$	$\left[0; \frac{1}{9}\right]$	$\left[0; \frac{1}{6}\right]$

7. Обчисліть правосторонню границю функції $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & x < 2, \\ \sqrt{x + 2}, & x \geq 2 \end{cases}$ в точці $x = 2$.

А	Б	В	Г	Д
2	4	0	$+\infty$	1

8. З-поміж наведених, виберіть неправильну рівність.

А	Б	В	Г	Д
$\lim_{x \rightarrow 1} \arcsin x = 0$	$\lim_{x \rightarrow 1} \arccos x = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{arctg} x = -\frac{\pi}{2}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arcctg} x = 0$	$\lim_{x \rightarrow 0} \sin x = 0$

9. Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - x^2 - 2x}{x^2 + 4x + 1}$.

А	Б	В	Г	Д
-1	1	2	3	-2

10. Для функції $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 2, \\ \sqrt{x+2}, & x > 2 \end{cases}$ укажіть усі правильні твердження.

I. Функція $f(x)$ визначена на множині усіх дійсних чисел.

II. Лівостороння границя функції $f(x)$ у точці $x = 2$ дорівнює 5.

III. Для функції $f(x)$, $x = 2$ — точка розриву першого роду.

А	Б	В	Г	Д
лише II	лише II і III	лише III	I, II і III	лише I

[illegible]

11. Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{3x^2}$.

А	Б	В	Г	Д
1	3	6	0	∞

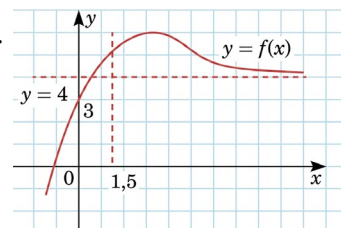
12. Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{x^2 + 3x}$.

А	Б	В	Г	Д
1	0	$\frac{4}{3}$	∞	$-\frac{4}{3}$

[illegible]

13. За графіком функції $f(x)$ (див. рисунок) знайдіть $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

А	Б	В	Г	Д
1,5	3	$+\infty$	4	$-\infty$

[illegible]

14. Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{x^5} - 5 \right) \left(\frac{2}{x^2} - 4 \right)$.

А	Б	В	Г	Д
20	-20	6	$+\infty$	0

[illegible]

- 15.** Знайдіть рівняння горизонтальної асимптоти графіка функції $f(x) = \frac{3x-4}{x-2}$.

А	Б	В	Г	Д
$y = -3$	$y = -4$	$y = 2$	$y = 3$	$x = 2$

[illegible]

- 16.** Кожну з границь функцій (1–3) увідповідніть із її числовим значенням (А–Д).

Границя функції	Числове значення	А	Б	В	Г	Д
1 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$	А 8	1	☐	☐	☐	☐
2 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 6x + 9}{x + 3}$	Б 0,5	2	☐	☐	☐	☐
3 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$	В 3	3	☐	☐	☐	☐
	Г 6					
	Д 0					

[illegible]

- 17.** Установіть відповідність між початком речення (1–3) та завершенням речення (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

<i>Початок речення</i>		<i>Завершення</i>	А Б В Г Д
1 Значення правосторонньої границі функції		<i>речення</i>	1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
$f(x) = \frac{1}{x-2}$ в точці $x = 2$		А дорівнює $-\infty$.	2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
2 Значення лівосторонньої границі функції		Б дорівнює $+\infty$.	3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
$f(x) = \frac{1}{x-2}$ в точці $x = 2$		В дорівнює 0.	
3 Значення функції $f(x) = \frac{1}{x-2}$ в точці $x = 2$		Г дорівнює 1.	
		Д не існує.	

[illegible]

- 18.** Установіть відповідність між функцією, яка задана формулою (1–3) та рівняннями всіх асимптот (А–Д) функції.

Функція

1 $f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$

2 $f(x) = \frac{3x^2 - 2x - 1}{x - 3}$

3 $f(x) = \frac{3x - 5}{x + 3}$

Рівняння асимптот

А $x = 3; y = 3x + 7$

Б $x = 3; y = 3x - 11$

В $x = -3; y = 3$

Г $x = -3; x = 3; y = 0$

Д $x = -3; x = 3$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐

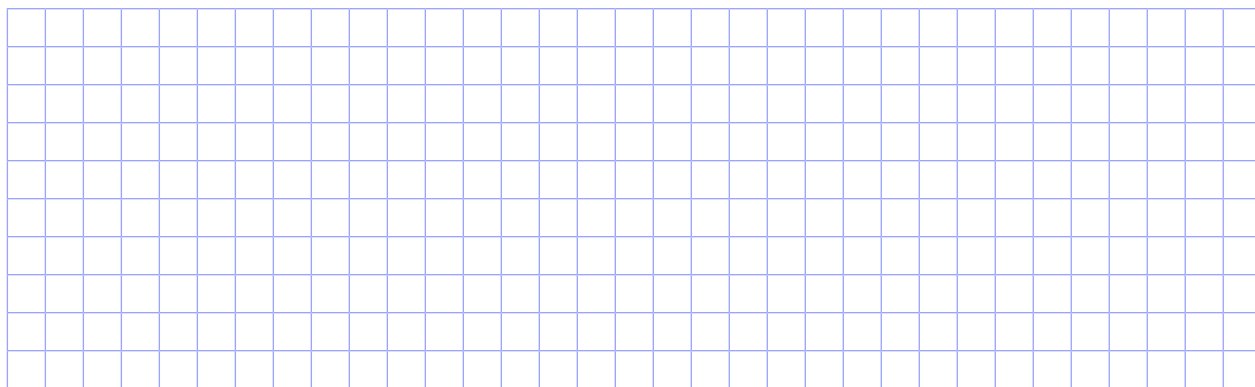


- 19.** Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 5x})$.



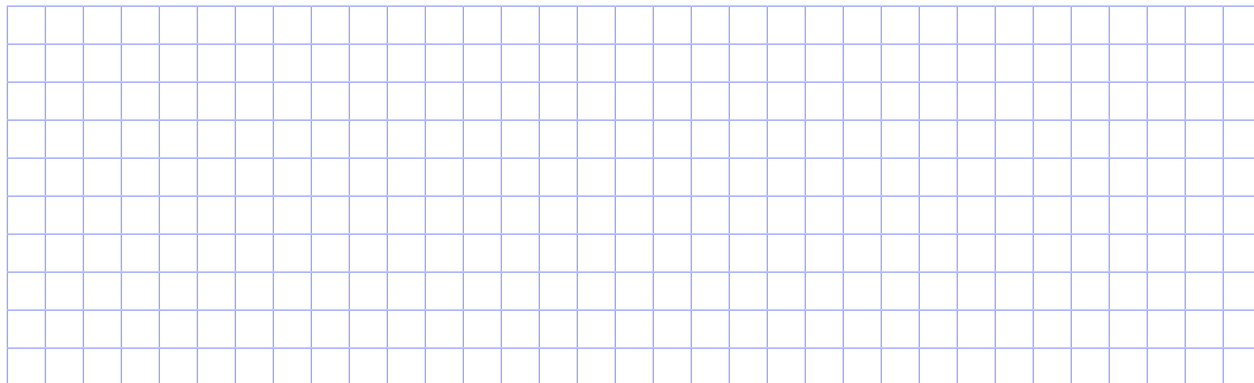
Відповідь.

- 20.** Відомо, що $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 13$, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 7$, $\lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = -8$. Обчисліть $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3f(x) - 2g(x)}{h(x) + 18}$.



Відповідь.

- 21.** Запишіть рівняння похилої асимптоти графіка функції $f(x) = \frac{3x^2 + 2x - 3}{x + 2}$.



Відповідь.

- 22.** Обчисліть границю $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\cos 3x + 1}{\left(x - \frac{\pi}{3}\right)^2}$.



Відповідь.

Відповіді до тестових завдань

Варіант 1

1. А.
2. Г.
3. Б.
4. Д.
5. А.
6. Г.
7. Б.
8. В.
9. Б.
10. В.
11. Б.
12. Д.
13. В.
14. Б.
15. Д.
16. 1 – В, 2 – Г, 3 – А.
17. 1 – Д, 2 – А, 3 – Б.
18. 1 – В, 2 – Г, 3 – А.
19. 1,5.
20. 0,7.
21. $y = 2x + 7$.
22. 2.

Варіант 2

1. В.
2. Б.
3. Г.
4. А.
5. А.
6. Д.
7. А.
8. А.
9. А.
10. Б.
11. Б.
12. В.
13. Г.
14. А.
15. Г.
16. 1 – Д, 2 – Г, 3 – Б.
17. 1 – Б, 2 – А, 3 – Д.
18. 1 – Г, 2 – А, 3 – В.
19. –2,5.
20. 2,5.
21. $y = 3x - 4$.
22. 4,5.

Таблиця оцінювання

№ завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Бали	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

№ завдання	16	17	18	19	20	21	22	Сума
Бали	3	3	3	2	2	2	2	32

Критерії оцінювання

1) Коефіцієнт оцінювання: $\frac{12}{32} = 0,375$.

2) Коефіцієнт оцінювання 0,375 множимо на кількість набраних балів і маємо оцінку.
Наприклад, учень/учениця набрав/набрала 24 тестових бали, за результатами тестування.

Тоді, оцінка: $24 \cdot 0,375 = 9$ (балів).

III. Рефлексія

Запропонуйте учням/ученицям заповнити лист.

Підсумки уроку

День _____ Місяць _____ Рік _____

Зафарбуй стільки зірочок, на скільки оціниш свою роботу на уроці:



Продовжи речення.

Сьогодні я навчився/навчилася.... _____

Найбільше мені сподобалось... _____

Мені потрібно більше... _____