

Урок 25. Підсумковий урок з теми:
«Границя та неперервність функції»

РОБОЧИЙ АРКУШ

(МОЄ ІМ'Я)

Вправи для корегування

Завдання 1. Обчисліть границі:

1) $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 5x + 3);$

2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 3};$

3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 7x - 1}{x^3 + 4x^2 - 2x + 1};$

4) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^3 - 7x^2 + 5x - 2}{4x^2 + 6x - 8}.$

Завдання 2. Обчисліть границі:

1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3};$

2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1}.$

Завдання 3. Обчисліть границі:

1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\sqrt{2x + 10} - 4};$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x};$

3) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x - 3}}{x^2 - 49};$

4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5 - x} - 2}{\sqrt{2 - x} - 1}.$

Завдання 4. Розв'яжіть рівняння:

1) $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x} - 4}{16 - x};$

2) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9};$

3) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5 - x}{\sqrt{x} - \sqrt{5}};$

4) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{7}}{x - 7}.$

Завдання 5. 1) Доведіть, що рівняння $2 + 7x - x^3 = 0$ має корені;2) Доведіть, що рівняння $x^5 + 2x^2 - 11 = 0$ має принаймні один корінь.3) Доведіть, що рівняння $x^6 + 2x - 13 = 0$ має принаймні один корінь.4) Доведіть, що функція $f(x) = x^3 - 6x + 4$ має не менше одного нуля на відрізку $[0; 3]$.**Завдання 6.** Знайдіть область значень функції:

1) $y = \frac{x^2}{16x^4 + 1};$

1) $y = \frac{x^2}{16x^4 + 5x^2 + 1}.$

Завдання 7. 1) Знайдіть ліву і праву границю функції $f(x) = \begin{cases} x+2, & x < -1, \\ x^2, & x \geq -1 \end{cases}$ в точці $x = -1$;

2) Знайдіть ліву і праву границю функції $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3}, & x < 3, \\ x-3, & x \geq 3 \end{cases}$ в точці $x = 3$.

Завдання 8. 1) Знайдіть границю при $x \rightarrow +\infty$, $x \rightarrow -\infty$ функцій $y = \arctg x$, $y = \operatorname{arccotg} x$.

2) Знайдіть границю в точках 0, -1 та 1 функцій $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$.

Завдання 9. Обчисліть границю:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x - x^2 + 1}{5x^2 - 2x}$;

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 2x^2 + 4}{3x^2 + 2x}$;

3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 1}{x^3 + x^2 + x + 1}$;

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 3x^4 + 2x^2 - 1}{3x^5 + 2x^3 - 1}$;

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 2}{3x^4 - 7x + 1}$;

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x + 10}{5x^2 + 3x - 1}$.

Завдання 10. 1) Дослідіть функцію $f(x) = \begin{cases} \arccos x, & -1 \leq x \leq 0, \\ x^3 - 3x^2 + x + 1, & 0 < x \leq 2, \\ x - 3, & x > 2 \end{cases}$ на неперервність

та установіть характер точок розриву.

2) Дослідіть функцію $f(x) = \begin{cases} 2x^2, & x < 0, \\ 1, & x = 0, \\ x, & 0 < x < 1, \\ 2 + x, & x \geq 1 \end{cases}$ на неперервність та установіть характер

точок розриву.

Завдання 11. Обчисліть границю:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\arctg 3x}$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\operatorname{tg} x}$;

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\operatorname{tg}^2 4x}$;

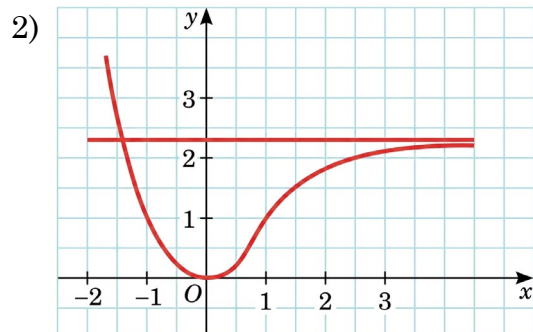
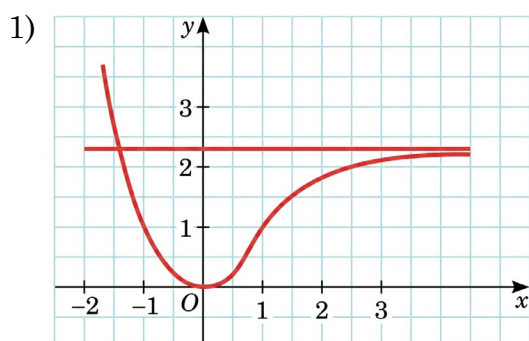
4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x \arctg x}$.

Завдання 12. Обчисліть границю:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \cdot \arctg x}$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sin 2x \operatorname{tg} 17x}$.

Завдання 13. Знайдіть границю при $x \rightarrow +\infty$, $x \rightarrow -\infty$ функції, графік якої зображено на рисунку:



Завдання 14. Обчисліть границю:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{x^9} + 1 \right);$

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6}{x^5} + \frac{4}{x^2} + 9 \right);$

3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{x^3} - \frac{7}{x} - 21 \right);$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7}{x^2} - 7 \right);$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5}{x^3} + 1 \right) \cdot \left(-\frac{8}{x^2} - 2 \right);$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7}{x^6} - 2 \right) \cdot \left(-\frac{6}{x^{10}} - 3 \right).$

Завдання 15. Знайдіть горизонтальні і вертикальні асимптоти графіка функції:

1) $y = \frac{2x+1}{x-1};$

2) $y = \frac{x^2-4}{x^2+1}.$

Завдання 16. Обчисліть границю:

1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-2x}{x^2-4};$

2) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2-64}{x^2+8x}.$

Завдання 17. Побудуйте ескіз графіка функції $f(x)$ та установіть її ліву і праву границю в точці x_0 :

1) $f(x) = \frac{1}{x^2}, x_0 = 0;$

2) $f(x) = \frac{1}{3-x}, x_0 = 3.$

Завдання 18. Дослідіть функцію $f(x)$ на асимптоти:

1) $f(x) = \frac{x^2+1}{x};$

2) $f(x) = \frac{x^3-1}{x^2};$

3) $f(x) = \frac{2x^2-3x+4}{x-1};$

4) $f(x) = \frac{x^3+2x^2-1}{x^2-1}.$

Завдання 19. Обчисліть границю:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt{x^2+5x} \right);$

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2-x} - x \right);$

3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2+5x} - x \right);$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2+x} - x \right).$

Завдання 20. Відомо, що $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -2$, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = -10$, $\lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = 6$. Знайдіть границі:

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)};$

2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)h(x)}{g(x)};$

3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3f(x)+h(x)}{2g(x)+15};$

4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3g(x)}{5h(x)}.$

Завдання 21. Запишіть рівняння похилої асимптоти для функції $f(x)$:

1) $f(x) = \frac{5x^3-4x+7}{x^2+2x-3};$

2) $f(x) = \frac{2x^5-x^2+1}{x^4-1}.$

Завдання 22. Обчисліть границю:

1) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{8}} \frac{1-\sin 4x}{\left(x - \frac{\pi}{8} \right)^2};$

2) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\cos 6x+1}{\left(\frac{\pi}{6} - x \right)^2}.$

