

Урок 4. **Задача про миттєву швидкість**

Тип уроку: формування умінь і навичок.

План уроку

1. Приріст часу та приріст переміщення.
2. Середня швидкість руху тіла.
3. Миттєва швидкість руху тіла.
4. Прискорення руху тіла.
5. Практичне обчислення миттєвої швидкості руху тіла.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

пов'язує різні математичні знання і вміння, узагальнює їх, робить висновки [12 МАО 4.1.1–1 П];

реалізовує визначену послідовність дій для розв'язання специфічних

проблемних ситуацій, перевіряє та досліджує отримані результати [12 МАО 4.2.1–2 П];

аналізує результати дій із математичними об'єктами у процесі розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 4.2.2–1 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Перед початком вивчення теми запропонуйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку. Заохочуйте учнів/учениць наводити власні приклади із життя.
- 2) Запропонуйте учням/ученицям розв'язати приклади на повторення на власний розсуд.
- 3) Сформулюйте (без розв'язання) практичну задачу. Запропонуйте учням/ученицям розв'язати її наприкінці уроку у формі групової роботи.
- 4) Теорію подавайте стисло. Зразки можливого подання теорії наводяться.
- 5) До кожного теоретичного твердження наведено ілюстративні приклади, розв'язання яких роз'яснює теоретичний матеріал.
- 6) Обирайте кількість та зміст матеріалу на власний розсуд.

7) Запропонуйте учням/ученицям самотужки або в групах розв'язувати тренувальні завдання за трьома рівнями складності, на вибір учня/учениці. Формуйте навички розв'язання прикладів і задач та навчайте учнів/учениць самостійної роботи над завданнями.

8) Мотивуйте учнів/учениць до проєктної діяльності. Можливі теми для створення проєктів запропоновані.

9) Запропонуйте учням/ученицям заповнити лист рефлексії.

I. Організаційна частина (2 хв)

Мотиваційні запитання

1) Для того, щоб дрон пролетів заданим маршрутом без зіткнень, розробник має знати, як змінюється його швидкість у часі залежно від багатьох факторів. Чи важливо враховувати, як змінюється час і переміщення дрона, щоб правильно запрограмувати його маршрут? Як ці характеристики впливають на точність польоту та економію заряду батареї?

2) Ви працюєте у стартапі, що створює мобільний додаток для доставки їжі або виклику таксі. Додаток має прогнозувати час прибуття водія чи кур'єра. Що потрібно врахувати, щоб показати клієнту точний час прибуття, навіть якщо на маршруті є затори, світлофори або зупинки?

3) Команда аналітиків допомагає створювати фітнес-браслети. Щоб браслет правильно показував темп бігу, він використовує GPS-навігатор та інші датчики. Як можна перевірити, чи браслет показує точні дані про швидкість під час руху?

II. Повторення (3–4 хв)

1. Знайдіть приріст функції $y = 5x + 1$, якщо $x_0 = -1$ і $\Delta x = 0,3$.
Відповідь. 1,5.
2. Для функції $y = x^2 - x$ виразіть приріст Δy , якщо $x_0 = 3$, $x = 2,25$.
Відповідь. $-3,1875$.
3. Знайдіть наближене ціле значення кутового коефіцієнта дотичної до графіка функції $y = x^3 - 1$, якщо $x_0 = 2$.
Відповідь. 12.

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Кур'єр служби доставки везе піцу з піцерії до замовника в годину пік. Дорога ускладнена складним трафіком руху. Якщо кур'єр доставить піцу пізніше, ніж через 45 хвилин, то вона буде для замовника безкоштовною, а сам кур'єр втратить свій заробіток за доставку. Диспетчер служби доставки відстежує маршрут і повідомляє, що шлях кур'єра можна описати функцією $s(t) = 2t^2 + 3t$, де $s(t)$ — пройдений шлях (у метрах) за момент часу t , t — час (у хвилинах).

1. Знайдіть середню швидкість кур'єра за весь маршрут.

2. Обчисліть миттєву швидкість руху в момент доставки (на 45-тій хвилині).
 3. Порівняйте середню та миттєву швидкості.
 4. Знайдіть приріст шляху та приріст часу між 39,9 і 40 хвилинами. Обчисліть їхнє відношення, як наближене значення миттєвої швидкості.
 5. Чому диспетчер служби доставки орієнтується саме на миттєву швидкість руху, а не лише на середню? Наведіть приклад.
- Знайдені швидкості запишіть у кілометрах за годину.

III. Приріст часу та приріст переміщення. Середня швидкість руху тіла

Нехай матеріальна точка рухається по координатній прямій і через час t після початку руху має координату $x(t)$. Тим самим задано функцію $y = x(t)$, яка дає змогу визначити положення точки в будь-який момент часу. Тому цю функцію називають **законом руху точки**.

Зафіксуємо який-небудь момент часу t_0 і надамо аргументу в точці t_0 приріст Δt , тобто розглянемо проміжок часу від t_0 до $t_0 + \Delta t$. За цей проміжок часу точка здійснить переміщення Δx .

Якщо точка рухається по прямій і відома її координата руху $x(t)$, то середня швидкість руху тіла за проміжок часу $[t_0; t_0 + \Delta t]$ визначається так:

$$v_c(\Delta t) = \frac{\Delta x(t)}{\Delta t} = \frac{x(t_0 + \Delta t) - x(t_0)}{\Delta t}.$$

Нехай у середовищі без опору вільно падає матеріальна точка M . Тоді шлях s , який пройшла точка за час t (відлік часу відбувається на початку падіння), виражається формулою $s = \frac{gt^2}{2}$, де g — прискорення сили тяжіння ($g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$).

У цьому випадку точка M здійснює нерівномірний рух (за однакові проміжки часу вона проходить різні відрізки шляху).

Крім часу t розглянемо деякий наступний, близький до нього час $t + \Delta t$ (Δt називають **приростом часу**). Шлях, пройдений точкою за час $t + \Delta t$, позначимо через $s + \Delta s$ (Δs називають **приростом шляху**). Тоді маємо $\Delta s = \frac{g}{2}(2t\Delta t + \Delta t^2)$.

Якщо шлях Δs поділити на час Δt , то дістанемо значення середньої швидкості v_c :

$$v_c = gt + \frac{1}{2}g\Delta t.$$

Отже, середня швидкість v_c змінюється зі зміною величини Δt . Отже, чим ближче час $t + \Delta t$ до часу t , тим середня швидкість точніше характеризує швидкість точки M у момент часу t .

Тому за швидкість v у певний момент часу t приймають границю v_c , коли Δt прямує до нуля, тобто $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_c$, звідси $v = gt$.

Розглянемо випадок рівномірного прямолінійного руху. Тоді закон (залежність довжини шляху s від часу t) рівномірного руху виражається лінійною функцією $s(t) = kt + b$, де k і b — сталі величини.

Розглянемо два різні моменти часу t і $t + \Delta t$, де $\Delta t > 0$ — приріст часу. Довжина шляху, який матеріальна точка проходить за час Δt , позначимо через Δs — приріст довжини шляху: $\Delta s = k(t + \Delta t) + b - (kt + b) = k\Delta t$.

Знайдемо відношення $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{k\Delta t}{\Delta t} = k$.

Оскільки $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ є середньою швидкістю v_c , то для рівномірного руху $v_c = k$, тобто середня швидкість є сталою в будь-який момент часу.

Ілюстративний приклад

- 4.** Точка рухається прямолінійно за законом $x(t) = 2t^2 - 3t$, де $x(t)$ — положення точки в деякий момент часу (в метрах), а t — час (у секундах). Знайдіть середню швидкість у момент часу $t = 6$ секунд після початку руху. Відстань вимірюється в метрах.

Розв'язання. Якщо $t_0 = 0$ с, $t = 6$ с, тоді $\Delta t = 6$ с.

Знайдемо положення точки (в метрах) у моменти часу t_0 і t :

$$x(t_0) = 0 \text{ (м)}, x(t) = 2 \cdot 36 - 3 \cdot 6 = 72 - 18 = 54 \text{ (м)}.$$

Середня швидкість руху точки обчислюється за формулою:

$$v_c(\Delta t) = \frac{x(t) - x(t_0)}{\Delta t} = \frac{54 - 0}{6} = 9 \text{ (м/с)}.$$

Отже, середня швидкість руху точки 9 м/с.

Відповідь. 9 м/с.

IV. Миттєва швидкість руху тіла

Означення. Швидкість тіла в момент часу t називається *миттєвою швидкістю* руху тіла.

За відомою залежністю $x(t)$ визначимо миттєву швидкість руху тіла. Якщо відома середня швидкість руху тіла за проміжок часу $[t_0; t_0 + \Delta t]$, то при $\Delta t \rightarrow 0$, середня швидкість руху тіла практично не відрізняється від миттєвої швидкості в деякий момент часу t .

$$\text{Тому, якщо } \Delta t \rightarrow 0, \text{ то } v(t_0) = \frac{\Delta x(t)}{\Delta t} = \frac{x(t_0 + \Delta t) - x(t_0)}{\Delta t}.$$

Отже, миттєва швидкість руху тіла є відношенням приросту функції, яка задає переміщення руху тіла, до приросту часу.

Миттєва швидкість руху тіла може набувати додатних, від'ємних значень і значення 0. Якщо швидкість на проміжку часу (t_1, t_2) додатна, то тіло рухається в додатному напрямі, якщо швидкість на проміжку часу (t_1, t_2) від'ємна, то тіло рухається у від'ємному напрямі.

Якщо границя різницевого відношення приросту шляху до приросту часу за певного значення t не існує, то кажуть, що рухома точка в цей момент часу швидкості немає.

Ілюстративний приклад

- 5.** Точка рухається за законом $s(t) = t^5 + 24t^2 - 2t + 10$. Знайдіть миттєву швидкість руху точки через $t_0 = 2$ с після початку руху.

Розв'язання. Зафіксуємо $\Delta t = 0,01$ (с), тоді $t_0 + \Delta t = 2,01$ (с).

Обчислимо приріст переміщення:

$$s(t_0) = s(2) = 2^5 + 24 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 + 10 = 32 + 96 - 4 + 10 = 134 \text{ (м)}.$$

$$s(t_0 + \Delta t) = s(2,01) = 2,01^5 + 24 \cdot 2,01^2 - 2 \cdot 2,01 + 10 = 135,75 \text{ (м)}.$$

Миттєва швидкість руху:

$$v(t_0) = \frac{s(t_0 + \Delta t) - s(t_0)}{\Delta t} = \frac{135,75 - 134}{0,01} = 175,04 \text{ (м/с)}.$$

Отже, миттєва швидкість становить 175,04 м/с.

Відповідь. 175,04 м/с.

V. Прискорення руху тіла

Означення. Швидкість зміни швидкості називають **прискорення** руху тіла. Позначення: $a(t)$.

У загальному випадку матеріальна точка рухається нерівномірно, а отже, її швидкість змінюється за модулем і за напрямом. Такий рух називають змінним і характеризують прискоренням.

Нехай під час руху точки за траєкторією $x(t)$ протягом часу Δt її швидкість змінилася від v_1 , у точці A , до v_2 у точці B , а повна зміна швидкості $\Delta v = v_2 - v_1$.

Середнім прискоренням за проміжок часу Δt називають відношення зміни вектора швидкості до проміжку часу $a(t) = \frac{\Delta v}{\Delta t}$.

Тоді миттєве прискорення (або прискорення) визначається границею, до якої прямує середнє прискорення якщо $\Delta t \rightarrow 0$.

$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v(t_0 + \Delta t) - v(t_0)}{\Delta t}.$$

Ілюстративний приклад

6. Матеріальна точка рухається за законом $x(t) = 2t^2 - 3t + 1$. Знайдіть прискорення руху точки в момент часу $t = 5$ с. Відстань вимірюється в метрах.

Розв'язання. Знайдемо рівняння швидкості руху точки:

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{2(t + \Delta t)^2 - 3(t + \Delta t) + 1 - 2t^2 + 3t - 1}{\Delta t} = \\ &= \frac{2t^2 + 4t\Delta t + 2\Delta t^2 - 3t - 3\Delta t + 3t - 2t^2}{\Delta t} = \frac{4t\Delta t + 2\Delta t^2 - 3\Delta t}{\Delta t} = 4t + 2\Delta t - 3. \end{aligned}$$

Знайдемо прискорення руху точки:

$$\begin{aligned} a(t) &= \frac{v(t_0 + \Delta t) - v(t_0)}{\Delta t} = \frac{4(t + \Delta t) + 2\Delta t - 3 - 4t - 2\Delta t + 3}{\Delta t} = \\ &= \frac{4t + 4\Delta t + 2\Delta t - 3 - 4t - 2\Delta t + 3}{\Delta t} = \frac{4\Delta t}{\Delta t} = 4 \text{ (м/с}^2\text{)}. \end{aligned}$$

Отже, рух — рівноприскорений з незмінним прискоренням 4 м/с².

Відповідь. 4 м/с².

VI. Розв'язування практичної задачі. Групова активність (8–10 хв)

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Кур'єр служби доставки везе піцу з піцерії до замовника в годину пік. Дорога ускладнена складним трафіком руху. Якщо кур'єр доставить піцу пізніше, ніж через 45 хвилин, то вона буде для замовника безкоштовною, а сам кур'єр втратить свій заробіток за доставку. Диспетчер служби доставки відстежує маршрут і повідомляє, що шлях кур'єра можна описати функцією $s(t) = 2t^2 + 3t$, де $s(t)$ — пройдений шлях (у метрах) за момент часу t , t — час (у хвилинах).

1. Знайдіть середню швидкість кур'єра за весь маршрут.
2. Обчисліть миттєву швидкість руху в момент доставки (на 45-тій хвилині).
3. Порівняйте середню та миттєву швидкості.
4. Знайдіть приріст шляху та приріст часу між 39,9 і 40 хвилинами. Обчисліть їхнє відношення, як наближене значення миттєвої швидкості.
5. Чому диспетчер служби доставки орієнтується саме на миттєву швидкість руху, а не лише на середню? Наведіть приклад.

Знайдені швидкості запишіть у кілометрах за годину.

Розв'язання.

1. Обчислимо середню швидкість руху: $v_{\text{сеп}} = \frac{s(45) - s(0)}{45 - 0}$.

Знайдемо $s(45) = 2 \cdot 45^2 + 3 \cdot 45 = 2 \cdot 2025 + 135 = 4185$ (м) = 4,185 (км).

$s(0) = 0$.

Оскільки $\Delta t = 45$ хв = 0,75 год і $s(45) - s(0) = 4,185$ км, то:

$$v_{\text{сеп}} = \frac{4,185}{0,75} = 5,58 \text{ (км/год)}.$$

Отже, середня швидкість руху становить 5,58 км/год.

2. Нехай $\Delta t = 0,01$ (хв), тоді $s(t_0 + \Delta t) = s(45,01) = 4186,83$ (м).

Отже, миттєва швидкість руху становить:

$$v_{\text{м}} = \frac{s(t_0 + \Delta t) - s(t_0)}{\Delta t} = \frac{4186,83 - 4185}{0,01} = 183,02 \text{ (м/хв)}.$$

Запишемо швидкість у км/год: $183,02 \cdot 0,06 = 10,98$ (км/год).

Отже, миттєва швидкість руху на 45-тій хвилині становить 10,98 км/год.

3. Таким чином, середня швидкість становить 5,58 км/год, миттєва швидкість дорівнює 10,98 км/год. Миттєва швидкість майже вдвічі більша за середню, тобто кур'єр значно збільшив швидкість руху.

4. Нехай $t_1 = 39,9$ хв, $t_2 = 40$ хв, тоді $\Delta t = 0,1$ хв.

Знайдемо відстані в моменти часу t_1 і t_2 :

$$s(t_1) = 2 \cdot 39,9^2 + 3 \cdot 39,9 = 3303,72 \text{ (м)},$$

$$s(t_2) = 2 \cdot 40^2 + 3 \cdot 40 = 3320 \text{ (м)}.$$

$$\text{Отже, } \Delta s = s(t_2) - s(t_1) = 3320 - 3303,72 = 16,28 \text{ (м)}.$$

$$\text{Тоді } v = \frac{16,28}{0,1} = 162,8 \text{ (м/хв)}.$$

Переведемо швидкість у км/год: $162,8 \cdot 0,06 = 9,768$ (км/год).

Отже, миттєва швидкість між 39,9 і 40 хвилинами становить 9,768 км/год.

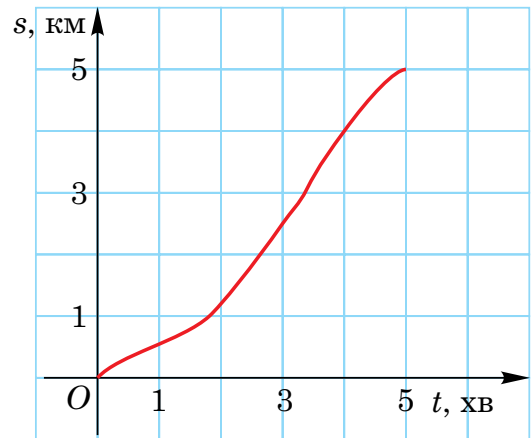
Відповідь. 1. 5,58 км/год. 2. 10,98 км/год. 3. 9,768 км/год.

VII. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

Рівень А

1. Матеріальна точка рухається за законом $s(t) = 4t^2$. Визначте миттєву швидкість руху матеріальної точки в моменти часу $t_0 = 1$ с та $t_1 = 5$ с. Відстань вимірюється в метрах.

2. Дано графік залежності часу руху автомобіля (див. рисунок) від відстані під час подорожі. Обмеження швидкості на певній ділянці дороги становить 50 км/год. Через три кілометри після початку руху автомобіль проїжджає радар, який визначає чи швидкість транспорту не перевищує норми. Визначіть, чи буде автомобіль зафіксовано на радарі.



3. Відстань, яку подолав автомобіль s (у метрах) за час t (у секундах), визначається рівнянням $s(t) = 20t - t^2$ при $t \in [0; 10]$.

1. Обчисліть відстані, які проїхав автомобіль через п'ять секунд та через вісім секунд від початку руху.

2. Знайдіть коефіцієнт дотичної до графіка функції $s(t)$ у точках $t_1 = 6$ с і $t_2 = 10$ с. Зробіть висновки з отриманих результатів.

4. Матеріальна точка рухається по координатній прямій за законом $s(t) = 2t^2 + 3$, переміщення вимірюють в метрах, а час – у секундах. Знайдіть миттєву швидкість матеріальної точки в момент $t_0 = 2$ с.

5. Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = t^3$, де t — час (в секундах). Переміщення вимірюється в метрах. Знайдіть швидкість тіла в момент часу:

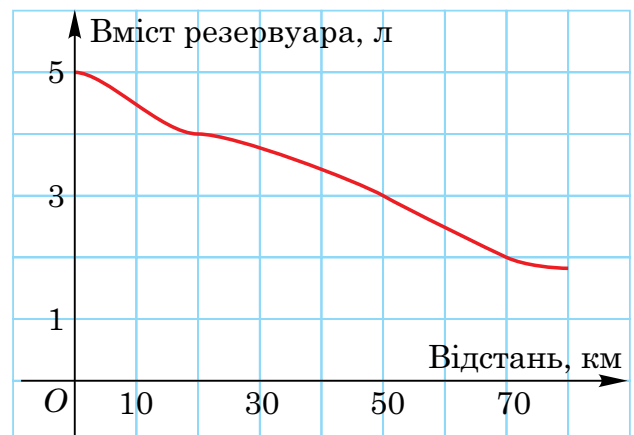
1) $t = 2$ с;

2) $t = 3$ с.

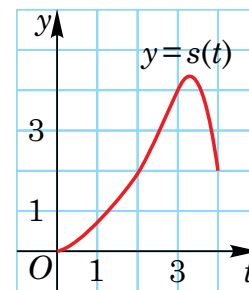
6. Графік показує вміст пального в баку мотоцикла впродовж його руху.

1) Якою була витрата палива, коли було подолано 40 км? 70 км?

2) На яких ділянках шляху витрата палива була найбільшою, а на яких — найменшою?



7. Закон руху точки задано графіком залежності шляху s від часу t .
- 1) Знайдіть середню швидкість точки з моменту $t = 2$ до $t = 3$.
 - 2) Порівняйте швидкості точки в момент часу $t_1 = 2$ і $t_2 = 3$.
 - 3) Чи змінювала точка напрям руху? Якщо змінювала, то в який момент часу?.



8. Матеріальна точка рухається прямолінійно за законом $x(t) = t^3 - 4t^2$. Знайдіть швидкість і прискорення в момент $t = 5$ с. Переміщення вимірюється в метрах.
9. За допомогою рівнянь швидкості $v(t)$ знайдіть:
- початкову швидкість;
 - прискорення;
 - миттєву швидкість в момент часу $t = 2$ с;
 - охарактеризуйте рух (рівноприскорений чи рівносповільнений, вздовж чи проти осі);
 - побудуйте схему руху.
- 1) $v(t) = 3 + 2t$;
 - 2) $v(t) = -5 + 3t$;
 - 3) $v(t) = 0,2t$;
 - 4) $v(t) = 10 - 4t$;
 - 5) $v(t) = -4$;
 - 6) $v(t) = -1,5 - 0,4t$.
10. За допомогою наведених нижче рівнянь руху $x(t)$ знайдіть:
- початкову швидкість та початкову координату;
 - прискорення;
 - миттєву координату в момент часу $t = 4$ с;
 - шлях пройдений тілом за 2 с;
 - охарактеризуйте рух (рівноприскорений чи рівносповільнений)
- 1) $x(t) = 300 + 10t - \frac{3t^2}{2}$;
 - 2) $x(t) = 3t + \frac{4t^2}{2}$;
 - 3) $x(t) = 10 - 2t + 0,3t^2$;
 - 4) $x(t) = -600 + 4t - 5t^2$.

Рівень В

1. Велосипедист проїхав 18 км між 11:30 та 11:50 із середньою швидкістю 18 км/год. Об 11:50 ранку лічильник пройденої відстані показував 10 142 км.
- 1) Яким був показник лічильника пройденої відстані в 11:30?
 - 2) Яке припущення можна зробити щодо показника лічильника в 11:40?
2. Тіло рухається прямолінійно за законом $x(t) = t^2$. Знайдіть швидкість тіла в момент часу:
- 1) $t = 4$ с;
 - 2) $t = 10$ с.
3. Закон руху точки по прямій задається формулою $x = x(t)$, де x — координата точки в момент часу t . Знайдіть середню швидкість руху точки на відрізку $[2; 4]$ якщо:
- 1) $x(t) = 3t + 4$;
 - 2) $x(t) = -2t + 1$;
 - 3) $x(t) = 5t - 7$;
 - 4) $x(t) = -3t - 2$.
4. Обчисліть миттєву швидкість тіла, яке рухається за законом $s = s(t)$, у момент часу t , якщо:
- 1) $s(t) = \sqrt{t}$, $t = 4$;
 - 2) $s(t) = t^4$, $t = 3$.

5. Точка рухається прямолінійно за законом $x(t) = -\frac{t^3}{6} + 3t^2 - 5$, де x — координата (у метрах), t — час (у секундах). Знайдіть:
- 1) момент часу t , коли прискорення точки дорівнює 0;
 - 2) швидкість руху точки в момент часу, коли прискорення дорівнює 0.
6. Точка рухається за законом $s(t) = 5t + \frac{9t^2}{2}$, де $s(t)$ — шлях (у метрах), t — час (у секундах). Знайдіть миттєву швидкість руху:
- 1) у початковий момент часу;
 - 2) у момент $t = 4$ с.
7. Матеріальна точка рухається прямолінійно за законом $x(t) = t^3$, де t — час (в секундах), x — координата (у метрах). У який момент часу t ($t > 0$) швидкість точки становитиме 48 м/с?
8. Одна з матеріальних точок рухається прямолінійно за законом $x(t) = t^2$, а інша — за законом $x(t) = t^3$, де t — час (в секундах), x — координата (у метрах). У який момент часу t ($t > 0$) швидкості точок будуть однаковими?
9. Електричний заряд, який проходить через поперечний переріз провідника, змінюється за законом $q(t) = 3t^3 + 2t$. Знайдіть закон зміни сили струму в момент часу 2 с.
10. Два гоночних автомобілі приймають участь у перегонах і рухаються прямолінійно. В деякий момент часу обидва автомобілі знаходились на однаковій відстані 150 м від фінішу. У цей момент швидкість першого автомобіля складала $v_1 = 10$ м/с, а прискорення $a_1 = 4$ м/с², швидкість другого — $v_2 = 25$ м/с, а прискорення $a_2 = 2$ м/с². До фінішу обидва автомобілі рухаються з незмінним прискоренням. Побудуйте схему руху кожного автомобіля. Запишіть рівняння руху та рівняння швидкості кожного автомобіля. Який з них переможе в змаганні. На скільки раніше фінішує переможець? Який з автомобілів матиме більшу швидкість при перетині фінішної стрічки і на скільки?

Рівень С

1. За означенням, знайдіть миттєву швидкість точки, що рухається прямолінійно за законом $x(t)$, в момент t_0 :
- 1) $x(t) = -t^2 + 8t$, $t_0 = 6$;
 - 2) $x(t) = 3t^3 + 2$, $t_0 = 2$;
 - 3) $x(t) = \frac{t^2}{4}$, $t_0 = 4$;
 - 4) $x(t) = 5t - 3$, $t_0 = 10$.
2. Одна точка рухається прямолінійно за законом $x = 3t - 1$, а інша — за законом $x = t^2$ ($t \geq 0$).
- 1) Укажіть момент часу, коли точки мають однакову швидкість.
 - 2) Знайдіть проміжки часу, коли швидкість першої точки менша від швидкості другої.
 - 3) Зобразіть на одному рисунку графіки швидкостей обох точок.

3. Матеріальна точка рухається прямолінійно за законом $x(t) = \frac{1}{t}$. У який момент часу ($t > 0$) швидкість точки буде дорівнювати $-\frac{1}{9}$ м/с, якщо t — час (в секундах), x — координата (у метрах)?
4. Матеріальна точка рухається прямолінійно за законом $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$.
- 1) Доведіть формулу для обчислення швидкості руху точки в будь-який момент часу t .
 - 2) Знайдіть швидкість у момент $t = 2$ с. Переміщення вимірюється в метрах.
 - 3) Через скільки секунд після початку руху точка зупиниться?
5. Точка рухається прямолінійно за законом $x(t) = 2t^3 + t - 1$. Знайдіть прискорення в момент часу t . В який момент часу прискорення дорівнюватиме:
- 1) 1 м/с^2 ;
 - 2) 2 м/с^2 ?
6. Точка рухається прямолінійно за законом $x(t) = \sqrt{t}$. Доведіть, що прискорення точки пропорційне кубу швидкості.
7. По прямій рухаються дві матеріальні точки за законами $x_1(t) = 4t^2 - 3$ і $x_2(t) = t^3$. В які проміжки часу швидкість першої точки більша за швидкість другої точки?
8. Матеріальна точка рухається за законом $s = \frac{1}{\sqrt{t+8}}$. Знайдіть миттєву швидкість руху точки в момент часу $t = 2$ с. Переміщення s вимірюється в метрах.
9. З пункту O по двом прямим, кут між якими 60° , рухаються два тіла: перше рівномірно зі швидкістю 5 км/год , друге — за законом $s(t) = 2t^2 + t$. З якою швидкістю вони віддаляються одне від одного? (s вимірюється в кілометрах, t — в секундах).
10. Відомо, що для будь-якої точки C стержня AB завдовжки 20 см , яка розташована від точки A на відстані l , маса стержня AC у грамах визначається $m(l) = 3l^2 + 5l$. Знайдіть лінійну густину стержнів:
- у середині стержня AB ;
 - в точці B стержня.

VIII. Рефлексія

Запропонуйте учням оцінити розуміння теми уроку балами від 1 до 10.

Мої враження від уроку

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Жахливі									Чудові

Назвіть дві речі, які вам сподобалися на уроці, й одну річ, яка вам не сподобалася, або у вас усе ще залишилися запитання.

- 1)
-
-
- 2)
-
-
- ?
-
-

Можливі теми проєктів

- 1.** Миттєва швидкість у логістиці.
- 2.** Миттєва швидкість під час вільного падіння тіл.
- 3.** Миттєва швидкість у природі.
- 4.** Миттєва величина струму.
- 5.** Задача про густину неоднорідного стержня.

Список використаної літератури

- 1) Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра і початки аналізу: профільний рівень: підручник для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. — Х. : Гімназія, 2018. — 400 с. : іл.
- 2) Шкіль М. І., Слєпкань З. І., Дубинчук О. С. Алгебра і початки аналізу: підручник для 11 класу загальноосвітніх навчальних закладів. — К. : Зодіак-ЕКО, 2007. — 384 с.
- 3) Афанасьєв О. М., Бродський Я. С., Павлов О. Л., Сліпенко А. К. Алгебра і початки аналізу: підручник для 10 класу (пробний). — Тернопіль : Навчальна книга — Богдан, 2004. — 456 с.
- 4) Шкіль М. І. Математичний аналіз : підручник : у 2 ч. Ч. 1. — 3-тє вид., переробл. і допов. — К. : Вища школа, 2005. — 447 с. : іл.