

Урок 7. Похідні лінійної, степеневої та тригонометричних функцій (синус і косинус)

Тип уроку: урок засвоєння нових знань.

План уроку

1. Теорема про неперервність функції диференційовної у точці.
2. Похідна функції на всій області визначення.
3. Похідна лінійної функції.
4. Похідна степеневої функції.
5. Похідні тригонометричних функцій (синус і косинус).

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

виокремлює в конкретній специфічній проблемній ситуації її складові частини, які можуть бути розв'язані математичними методами [12 МАО 1.1.1–2 П];

планує дії та організовує роботу групи, враховуючи розподіл ролей та оцінюючи внесок кожного [12 МАО 2.2.3–1 П];

заохочує і підтримує членів групи під час представлення та обговорення результатів, конструктивно реагує на критику [12 МАО 2.4.2–1 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Перед початком вивчення теми запропонуйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку. Заохочуйте учнів/учениць наводити власні приклади із життя. Проводьте аналогії з раніше вивченим матеріалом.
- 2) Запропонуйте учням/ученицям розв'язати кілька прикладів на повторення.
- 3) Сформулюйте (без розв'язання) практичну задачу. Запропонуйте учням/ученицям розв'язати її наприкінці уроку як групову активність.
- 4) Теорію подавайте стисло. Зразки можливого подання теорії наводяться. Доведення тверджень виконуйте рамках уроку або запропонуйте його учням/ученицям на домашнє опрацювання.
- 5) Пункти V – VII можна розглядати у форматі опорних задач.

6) До кожного теоретичного твердження наведено ілюстративні приклади. Обирайте їх на свій розсуд.

7) Запропонуйте учням/ученицям самотужки або в групах розв'язувати тренувальні завдання за трьома рівнями складності, на вибір учня/учениці. Формуйте навички розв'язання прикладів і задач та навчайте учнів/учениць самостійної роботи над завданнями.

8) Мотивуйте учнів/учениць до проєктної діяльності. Можливі теми для створення проєктів запропоновані. Також темами проєктів можуть бути практичні завдання за рівнями складності В або С.

9) Запропонуйте учням/ученицям заповнити лист рефлексії.

I. Організаційна частина (2 хв)

Мотиваційні запитання

1) IT-команда моделює рух безпілотного автомобіля по маршруту. Функція, що описує координату машини, має бути диференційовною в усіх точках шляху. Поясніть, чому диференційовність цієї функції обов'язково означає її неперервність у кожній точці маршруту. Що станеться, якщо функція не буде неперервною?

2) Програмісту доручили проаналізувати час виконання алгоритму залежно від розміру вхідних даних. Графіку залежності часу від розміру даних немає. Як за допомогою похідної можна визначити, при якій кількості даних алгоритм починає «гальмувати»? Чи можна вказати конкретну кількість даних, після якої алгоритм працює повільніше?

3) Інженер розробляє проєкт мосту. Напруга, деформації та навантаження часто описують степеневими функціями, наприклад, залежність вигину балки від сили, яка діє на балку. Як дізнатись, наскільки швидко змінюється ця залежність у певній точці, щоб не перевищити межі міцності конструкції?

II. Повторення (3–4 хв)

1. Знайдіть різницеве відношення приросту функції $f(x) = x^2$ до приросту аргументу, якщо $x_0 = 2$, $\Delta x = 0,1$.
Відповідь. 4,1.
2. Знайдіть приріст функції $f(x) = \sqrt{x}$ при зміні аргументу з $x_1 = 9$ до $x_2 = 9,25$.
Відповідь. 0,041.
3. Обчисліть $f'(0)$, якщо $f(x) = 3x^2 - 4x + 5$.
Відповідь. -4 .
4. Матеріальна точка рухається за законом $s(t) = 5t^2 + 2t$, де s — шлях (у м), t — час (у с). Знайдіть миттєву швидкість руху матеріальної точки в момент $t = 3$ с.
Відповідь. 32 м/с.

5. Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції $y = \frac{1}{x}$ у точці $x_0 = 1$.
Відповідь. -1 .

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Агроном контролює роботу автоматизованої теплиці, в якій встановлено систему керування вентиляторами для підтримання мікроклімату. Вентилятори працюють від електромережі, а через їхній двигун проходить електричний заряд, який описується функцією $q(t) = t^3$, де $q(t)$ — заряд (у кулонах), t — час (у секундах) від моменту вмикання вентилятора.

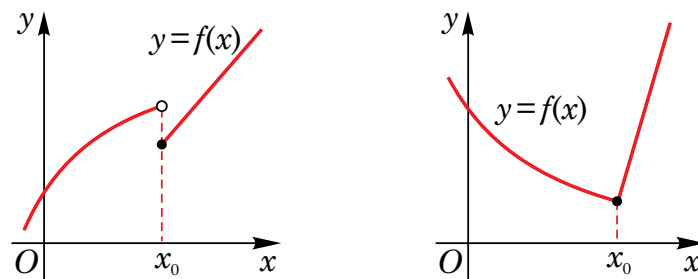
1. Знайдіть силу струму, який протікає в електричній системі двигуна вентилятора у момент часу $t = 3$ секунди. Що означає отримане значення?
2. Побудуйте графік функції $q(t) = t^3$ та її похідної. За графіками функцій з'ясуйте, як змінюється сила струму з часом.

III. Теорема про неперервність функції, диференційовної у точці

Нехай функція $f(x)$ диференційовна в точці x_0 . За геометричним змістом похідної — до графіка функції $f(x)$ у точці з абсцисою x_0 можна провести невертикальну дотичну.

І навпаки, якщо до графіка функції $f(x)$ у точці з абсцисою x_0 можна провести невертикальну дотичну, то функція $f(x)$ диференційовна в точці x_0 (див. рисунок).

На рисунках зображено графіки функцій, які в точці x_0 мають розрив (графік ліворуч) або злам (графік праворуч) і не мають дотичних у цих точках або мають вертикальну дотичну в точці x_0 . Такі функції не диференційовні в точці x_0 .



Якщо $f(x) \rightarrow f(x_0)$, при $x \rightarrow x_0$, то функцію називають *неперервною* в точці x_0 .

При цьому незначній зміні аргументу в точці x_0 відповідають незначні зміни значення функції.

Відомі елементарні функції неперервні в кожній точці своєї області визначення. Графіки таких функцій зображаються неперервними кривими на кожному проміжку з області визначення функції. На цьому і ґрунтується спосіб побудови графіків «за точками».

Теорема. Якщо функція $f(x)$ є диференційовною в точці x_0 , то вона є неперервною в цій точці. Тобто $f(x_0 + \Delta x) \rightarrow f(x_0)$, якщо $\Delta x \rightarrow 0$.

Доведення. Оскільки функція $f(x)$ диференційовна в точці x_0 , то можна записати

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}.$$

Маємо $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta f = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta f}{\Delta x} \cdot \Delta x \right) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta x = f'(x_0) \cdot 0 = 0$.

Отже, $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)) = 0$. Звідси $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (x_0 + \Delta x) = f(x_0)$.

Останню рівність можна подати у вигляді $\lim_{\Delta x \rightarrow x_0} f(x_0) = f(x_0)$.

Це означає, що функція $f(x)$ є неперервною в точці x_0 .

Ілюстративний приклад

6. Доведіть, що лінійна функція $f(x) = kx + b$ неперервна в кожній точці області визначення.

Доведення. Необхідно показати, що $|\Delta f|$ стає менше від будь-якого фіксованого $h > 0$ для малих $|\Delta x|$. Але $|\Delta f| = |f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)| = |k(x_0 + \Delta x) + b - (kx_0 + b)| = |k| \cdot |\Delta x|$ і $|\Delta f|$ менше від $h > 0$, якщо взяти $|\Delta x| = \frac{h}{|k|}$, коли $k \neq 0$.

IV. Похідна функції на всій області визначення

Позначимо множину точок, у яких функція $f(x)$ диференційовна, через $D(f(x))$. Кожному числу $x_0 \in D(f(x))$ поставимо у відповідність число $f'(x_0)$. Отже, множині точок x_0 відповідає множина точок $f'(x_0)$, тобто маємо нову функцію з областю визначення $D(f(x))$, яка називається **похідною функції** $y = f(x)$ і позначається $f'(x)$ або y' .

Отже, $f'(x)$ — це похідна деякої функції $f(x)$ на всій області визначення функції, тобто у кожній з точок x_0 .

Знаходження похідної функції $y = f(x)$ — це математична дія, яка виконується над функціями, і називається ця дія **диференціюванням функцій**.

V. Похідна лінійної функції

Знайдемо похідну лінійної функції $f(x) = kx + b$ у довільній точці її області визначення. Зафіксуємо довільну точку x_0 і приріст аргументу $\Delta x = x - x_0$.

Знайдемо відповідний приріст функції $y = kx + b$:

$$\Delta f(x_0) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = k(x_0 + \Delta x) + b - (kx_0 + b) = k\Delta x.$$

Тоді, середня швидкість зміни значень функції, коли x змінюється від x_0 до $x_0 + \Delta x$,

дорівнює: $\frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x} = \frac{k \cdot \Delta x}{\Delta x} = k$.

Оскільки середня швидкість є сталою і дорівнює k , то похідна функції також є сталою і дорівнює коефіцієнту k , тобто $(kx + b)' = k$.

Розглянемо похідну лінійної функції, за умови, що $k = 0$, тоді $y = b$.

Зафіксуємо довільну точку x_0 і приріст Δx .

Знайдемо відповідний приріст функції $y = b$:

$$\Delta y = y(x_0 + \Delta x) - y(x_0) = b - b = 0.$$

Тоді $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 0$. Оскільки різницеве відношення приросту функції до приросту аргументу дорівнює 0, то $(b)' = 0$.

VI. Похідна степеневі функції

Теорема 2. Похідна степеневі функції $f(x) = x^n$, де $n \in \mathbb{R}$, обчислюється за формулою $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$.

Доведення. Знайдемо похідну функції $f(x)$ у точці x_0 , де x_0 — довільна точка області визначення функції $f(x)$.

Приріст функції $\Delta f = (x_0 + \Delta x)^n - x_0^n$.

Оскільки $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1})$. Тоді можна записати:

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{(x_0 + \Delta x)^n - x_0^n}{\Delta x} = \frac{(x_0 + \Delta x - x_0)((x_0 + \Delta x)^{n-1} + (x_0 + \Delta x)^{n-2}x_0 + \dots + x_0^{n-1})}{\Delta x} =$$
$$= (x_0 + \Delta x)^{n-1} + (x_0 + \Delta x)^{n-2}x_0 + \dots + x_0^{n-1}.$$

Отже, $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} ((x_0 + \Delta x)^{n-1} + (x_0 + \Delta x)^{n-2}x_0 + \dots + x_0^{n-1}) = n x_0^{n-1}$.

Оскільки x_0 — довільна точка області визначення $f(x)$, то остання рівність означає, що для будь-якого $x \in \mathbb{R}$ виконується рівність $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$.

Наслідок 1. Похідна змінної x дорівнює 1, тобто $x' = 1$.

Наслідок 2. Похідна функції $y = \sqrt{x}$ дорівнює $\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Оскільки $y = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$, то $y' = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Зауваження. Метод обчислення похідної функції $y = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ є загальним методом знаходження похідних функцій, що містять корені. Тобто формулу, що задає функцію, потрібно перетворити за означенням раціонального показника степеня:

$$y = \sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}.$$

Ілюстративні приклади

7. Знайдіть похідну функції $y = x^{10}$.

Розв'язання. Похідну функції $y = x^{10}$ знайдемо за формулою похідної степеневі функції: $y' = (x^{10})' = 10 \cdot x^{10-1} = 10x^9$.

Відповідь. $10x^9$.

8. Обчисліть значення похідної функції $f(x) = \frac{1}{x^4}$ у точці $x_0 = 2$.

Розв'язання. За властивостями степеня з цілим показником: $f(x) = \frac{1}{x^4} = x^{-4}$.

Знайдемо похідну функції за формулою похідної степеневі функції:

$$f'(x) = (x^{-4})' = -4 \cdot x^{-4-1} = -4x^{-5} = -\frac{4}{x^5}.$$

Тоді $f'(2) = -\frac{4}{(-2)^5} = \frac{4}{32} = 0,125$.

Відповідь. 0,125.

9. Знайдіть похідну функції $y = \sqrt[5]{x^7}$.

Розв'язання. Запишемо формулу, що задає функцію, в такому вигляді: $y = x^{\frac{7}{5}}$.

Тоді знайдемо похідну степеневі функції: $y' = \frac{7}{5} x^{\frac{7}{5}-1} = \frac{7}{5} x^{\frac{2}{5}} = \frac{7}{5} \sqrt[5]{x^2}$.

Відповідь. $\frac{7}{5} \sqrt[5]{x^2}$.

VII. Похідні тригонометричних функцій

Теорема 3. Функція синус має похідну в будь-якій точці, яка дорівнює косинусу, тобто $(\sin x)' = \cos x$.

Доведення. При доведенні використаємо формулу:

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right).$$

1) Знайдемо приріст функції: $\Delta \sin x = \sin(x_0 + \Delta x) - \sin x_0$.

2) Знайдемо значення різницевого відношення приросту функції до приросту аргументу, якщо $\Delta x \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \sin x}{\Delta x} &= \frac{\sin(x_0 + \Delta x) - \sin x_0}{\Delta x} = \frac{2 \cos \left(x_0 + \frac{\Delta x}{2} \right) \sin \left(\frac{\Delta x}{2} \right)}{\Delta x} = \\ &= \frac{2 \sin \left(\frac{\Delta x}{2} \right)}{\Delta x} \cdot \cos \left(x_0 + \frac{\Delta x}{2} \right) = \frac{\sin \left(\frac{\Delta x}{2} \right)}{\frac{\Delta x}{2}} \cdot \cos \left(x_0 + \frac{\Delta x}{2} \right) = 1 \cdot \cos \left(x_0 + \frac{\Delta x}{2} \right) = \cos x_0. \end{aligned}$$

Оскільки $(\sin(x_0))' = \cos x_0$, то $(\sin x)' = \cos x$. $f'(1)$

Теорема 4. Функція косинус має похідну в будь-якій точці, яка дорівнює синусу з протилежним знаком, тобто $(\cos x)' = -\sin x$.

Примітка. Для спрощення запису записують: $(\sin x)' = \sin' x$, $(\cos x)' = \cos' x$.

Ілюстративний приклад

10. Доведіть, що функція $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 1, \\ 2x - 1, & x \geq 1 \end{cases}$ є диференційовною в точці $x_0 = 1$. Знайдіть $f'(1)$.

Розв'язання. Маємо $f(x_0) = f(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$.

Якщо $x < 0$, то $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \frac{(1 + \Delta x)^2 - 1}{\Delta x} = 2 + \Delta x$.

Тоді $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = 2$.

Якщо $x > 0$, то $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \frac{(2(1 + \Delta x) - 1) - 1}{\Delta x} = 2$.

Тоді $\lim_{\Delta x \rightarrow 0+} \frac{\Delta f}{\Delta x} = 2$.

Отже, $\lim_{\Delta x \rightarrow 0-} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0+} \frac{\Delta f}{\Delta x} = 2$.

Тепер зрозуміло, що $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = 2$, тобто $f'(1) = 2$.

Відповідь. 2.

VIII. Розв'язування практичної задачі. Групова активність (8–10 хв)

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Агроном контролює роботу автоматизованої теплиці, в якій встановлено систему керування вентиляторами для підтримання мікроклімату. Вентилятори працюють від електромережі, а через їхній двигун проходить електричний заряд, який описується функцією $q(t) = t^3$, де $q(t)$ — заряд (у кулонах), t — час (у секундах) від моменту вмикання вентилятора.

1. Знайдіть силу струму, який протікає в електричній системі двигуна вентилятора у момент часу $t = 3$ секунди. Що означає отримане значення?
2. Побудуйте графік функції $q(t) = t^3$ та її похідної. За графіками функцій з'ясуйте, як змінюється сила струму з часом.

Розв'язання.

1. Сила струму — це похідна від функції, яка визначає кількість електронів, що протікають через поперечний переріз провідника (заряду).

Знайдемо похідну функції $q(t)$, за формулою похідної степеневі функції:

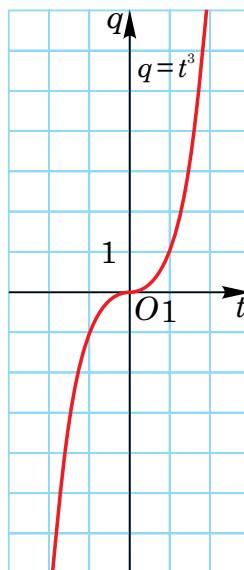
$$I(t) = q'(t) = 3t^2.$$

Якщо $t = 3$ с, то $I(3) = 3 \cdot 3^2 = 3 \cdot 9 = 27$ (А).

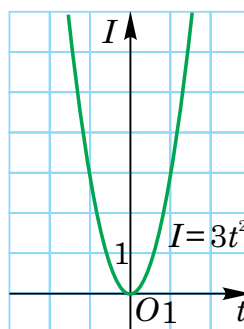
Отже, сила струму в момент часу 3 с становить 27 амперів. Це означає, що у третю секунду після вмикання вентилятора через двигун проходить значний струм.

Таку величину сили струму треба враховувати при проектуванні електричного захисту.

2. Побудуємо графік функції заряду $q(t) = t^3$.



Побудуємо графік похідної функції, тобто сили струму $I(t) = 3t^2$.



Сила струму з часом зростає швидше за збільшення заряду. Це свідчить про інтенсивне навантаження на систему, тому важливо обмежувати його для безпеки системи.

Відповідь. 27 А.

ІХ. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

Рівень А

1. Знайдіть похідну функції:

- 1) $y = 5x - 6$; 2) $y = \frac{1-x}{3}$; 3) $y = 6$; 4) $y = 3 - 0,5x$.

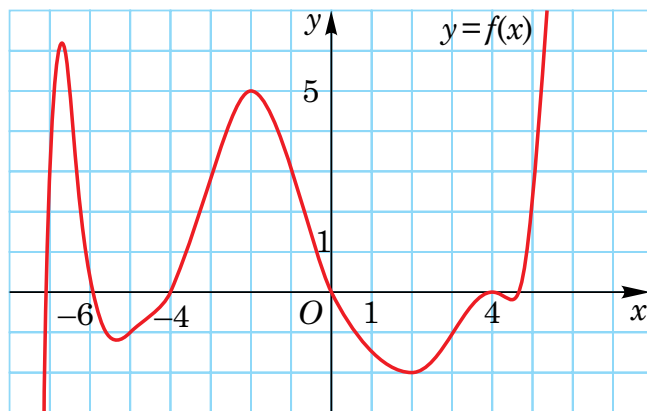
2. Обчисліть значення похідної функції $f(x)$ у точці x_0 :

- 1) $f(x) = \sin x, x_0 = \frac{\pi}{4}$; 2) $f(x) = \cos x, x_0 = -\frac{\pi}{6}$;
3) $f(x) = \sin x, x_0 = \frac{\pi}{6}$; 4) $f(x) = \cos x, x_0 = -\frac{\pi}{4}$.

3. Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції $f(x)$ у точці з абсцисою x_0 :

- 1) $f(x) = x^3, x_0 = -1$; 2) $f(x) = \sqrt{x}, x_0 = 4$; 3) $f(x) = \frac{1}{x^2}, x_0 = 2$; 4) $f(x) = \sin x, x_0 = 0$.

4. Матеріальна точка рухається за законом $s(t) = t^2$. Знайдіть $s'(0,5)$. Який фізичний зміст має знайдена величина?
5. Знайдіть похідну функції:
- 1) $s(t) = t^4$; 2) $h(y) = y^{12}$; 3) $m(a) = a^{-3}$; 4) $g(z) = \frac{1}{z^2}$.
6. Яку помилку було допущено при диференціюванні функції? Виправте її:
- 1) $f(x) = x^{-3}$, $f'(x) = -3x^{-2}$; 2) $f(x) = x^{-1}$, $f'(x) = x^{-2}$; 3) $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$, $f'(x) = \frac{2}{3}\sqrt[3]{x}$.
7. На рисунку зображено графік функції $f(x)$. Порівняйте:
- 1) $f'(-5)$ і $f'(1)$;
2) $f'(-2)$ і $f'(4)$;



8. Знайдіть похідну функції $f(x) = x^2|x|$ у точці $x_0 = 0$.

Рівень В

1. Знайдіть похідну функції:
- 1) $y = x^{10}$; 2) $y = x^{-6}$; 3) $y = \frac{1}{x^8}$;
4) $y = 8 - 3x$; 5) $y = x^{\frac{7}{6}}$; 6) $y = x^{-0.2}$.
2. Знайдіть похідну функції:
- 1) $y = \sqrt[4]{x}$; 2) $y = \sqrt[8]{x^7}$; 3) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$;
4) $y = \frac{1}{\sqrt[8]{x^5}}$; 5) $y = \sqrt[9]{x}$; 6) $y = \sqrt[6]{x^5}$.
3. За означенням похідної, знайдіть $f'(x)$:
- 1) $f(x) = \frac{3}{x}$; 2) $f(x) = -\frac{1}{x^2}$; 3) $f(x) = 4 - x^2$; 4) $f(x) = x^2 + 3x - 2$.
4. Дотична до графіка функції $f(x)$ у точці з абсцисою x_0 має кутовий коефіцієнт k . Знайдіть x_0 :
- 1) $f(x) = x^4$, $k = 3$; 2) $f(x) = \sqrt{x}$, $k = 0,25$;
3) $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $k = -0,25$; 4) $f(x) = \sin x$, $k = 0$.
5. Складіть та розв'яжіть рівняння:
- 1) $f'(x) = f(x)$, якщо $f(x) = x^3$; 2) $g'(x) = -4$, якщо $g(x) = \frac{1}{x}$;
3) $f(x) = f'(x)$, якщо $f(x) = x^2$; 4) $g'(x) = 0,125$, якщо $g(x) = \sqrt{x}$.

6. Одна матеріальна точка рухається прямолінійно за законом $x(t) = t^2$, а інша матеріальна точка — за законом $x(t) = t^3$, де t — час (в секундах), x — переміщення (у метрах). У який момент часу t ($t > 0$) їхні швидкості будуть однаковими?
7. Ракета починає рухатись вертикально вгору. Функція $h(t) = t^3$, де t — час (в секундах), $h(t)$ — висота (в метрах) визначає висоту підйому ракети впродовж перших двох секунд польоту.
- 1) Якої висоти та швидкості досягне ракета через 1,2 секунди після старту?
 - 2) В який момент часу ракета рухатиметься зі швидкістю 12 м/с?
8. Доведіть, користуючись означенням, що функція $y = \sqrt[3]{x^4}$ є диференційовною в точці $x_0 = 0$. Знайдіть її похідну в цій точці.

Рівень С

1. Обчисліть значення похідної функції $f(x)$ у точці x_0 :
- 1) $f(x) = x\sqrt{x}$, $x_0 = 81$;
 - 2) $f(x) = \sqrt{x}\sqrt{x}$, $x_0 = 16$;
 - 3) $f(x) = x^3\sqrt[4]{x}$, $x_0 = 1$;
 - 4) $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt[6]{x}}$, $x_0 = 64$.
2. Після епідемії грипу кількість інфікованих людей зменшується. У момент часу t після початку спостереження було інфіковано $k(t) = \frac{5}{t}$ людей ($2 \leq t \leq 5$, у тижнях, $k(t)$ в тисячах осіб). Після п'ятого тижня кількість інфікованих людей лінійно зменшується і описується прямою пропорційністю.
- 1) Побудуйте графік функції залежності кількості хворих від t .
 - 2) Обчисліть, коли закінчиться хвиля грипу.
3. Чи буде функція $f(x)$ неперервною в точці 3:
- 1) $f(x) = 3x - 5$;
 - 2) $g(x) = 2x + 7$;
 - 3) $f(x) = \frac{1}{x-3}$;
 - 4) $g(x) = \frac{1}{2-x}$?
4. Складіть та розв'яжіть нерівність $f'(x) \geq 3$, якщо $f(x) = x^2$.
5. Знайдіть значення виразу $f'(0) + f'(2)$ якщо $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 2, \\ 4x - 6, & x < 2. \end{cases}$
6. Знайдіть тангенс кута, який утворює дотична до графіка функції $f(x) = x^3$ у точці з абсцисою $x_0 = -1$ з додатним напрямком осі абсцис.
7. Доведіть, за означенням похідної, що функція $y = \sqrt[n]{x}$ не є диференційовною в точці $x_0 = 0$.
8. Доведіть, користуючись означенням, що функція $y = \sqrt{1-x^2}$ не є диференційовною і точках $x_1 = -1$ і $x_2 = 1$. Проілюструйте отриманий результат графічно.

Х. Рефлексія. Вправа «3–2–1» (1–2 хв)

- 1) Назви три нові відомості про похідні, які ти дізнався/дізналася на уроці.

.....
.....
.....

2) Запиши два запитання, які в тебе залишилися або виникли під час вивчення теми.

.....
.....
.....

3) Назви одну життєву ситуацію, в якій можна застосувати знання про похідну або неперервність функції.

.....
.....
.....

Можливі теми проєктів

1. Дослідження неперервності та диференційовності функцій.
2. Використання похідної функції у фізиці.
3. Графіки похідних степеневих функцій та тригонометричних функцій синус і косинус.
4. Похідна як інструмент аналізу економічних змін. Як дослідження похідної функції допомагає зрозуміти зростання (зменшення) цін на товари, зміни прибутку тощо?
5. Використання похідної функції у медицині.

Список використаної літератури

- 1) Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра: підручник для 11 кл. з поглибленим вивченням математики: у 2 ч.— Х. : Гімназія, 2011. — Ч. 1. — 256 с. : іл.
- 2) Колмогоров А. М., Абрамов О. М., Дудніцин Ю. П. та ін. Алгебра і початки аналізу: підручник для 10–11 класів середньої школи / За ред. А. М. Колмогорова. — К. : Освіта, 1994. — 350 с.