

Урок 11. Урок–практикум. Знаходження найбільшого та найменшого значень функції на заданому відрізку

РОБОЧИЙ АРКУШ

(моє ім'я)

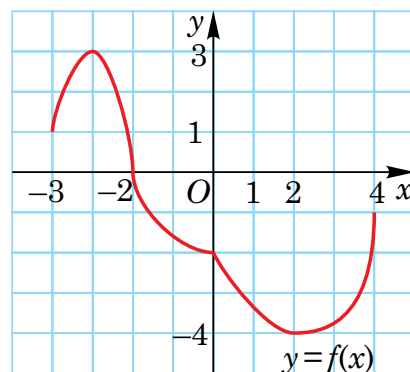
I. Очікувані результати навчальних досягнень

На уроці ви:

- 1) повторите знаходження критичних точок функції;
- 2) удосконалите свої навички по знаходженню точок локального екстремума;
- 3) потренуєтесь в знаходженні найбільшого (найменшого) значень неперервної на відрізку функції;
- 4) розв'яжете завдання у форматі ЗНО/НМТ на дослідження властивостей похідної.

II. Повторення

1. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-4; 4]$. Установіть відповідність між величиною (1–4) та її значенням (А–Д).



Величина

- 1 точка максимуму функції
- 2 точка мінімуму функції
- 3 абсциса точки перетину графіка з віссю абсцис
- 4 абсциса точки перетину графіка з віссю ординат

Значення
величини

- А -3
Б -2
В -1
Г 0
Д 2

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐

III. Знаходження локальних точок екстремуму. Робота в парах

Нагадаємо алгоритм дослідження функцій на монотонність та точки екстремуму.

1. Знайдіть область визначення функції $D(f)$.
2. Знайдіть похідну даної функції.
3. Знайдіть критичні точки даної функції, тобто корені рівняння $f'(x) = 0$ або точки, в яких похідна не існує.
4. Нанесіть критичні точки на $D(f)$ і визначте знаки похідної на кожному з утворених інтервалів.
5. Визначте проміжки монотонності даної функції. Якщо похідна додатна, то функція зростає. Якщо похідна від'ємна, то функція спадає.
6. Користуючись ознаками точок максимуму та мінімуму функції, визначте точки локального екстремуму. За необхідності знайдіть значення функції у цих точках (локальні екстремуми).

Завдання для роботи в парах.

2. Знайдіть точки локального мінімуму функції $f(x) = \sqrt{x} \cdot (x^2 - 1)$.
3. Знайдіть точки локального максимуму функції $f(x) = x^4 - 2x^2 + 5$.
4. Знайдіть точки локального екстремуму та локальні екстремуми функції $f(x) = \operatorname{tg} x + 2 \operatorname{ctg} x - 3$. Визначте вид локальних екстремумів.

IV. Знаходження найбільших або найменших значень функції на заданих відрізках. Робота в малих групах

Схема знаходження найбільшого (найменшого) значень неперервної функції на відрізку

Етапи дослідження	Функція $f(x) = \frac{x^2 + 8}{x + 1}, x \in [0; 3]$
1. Знайдіть критичні точки даної функції, які належать даному відрізку.	$f'(x) = \frac{2x \cdot (x + 1) - 1 \cdot (x^2 + 8)}{(x + 1)^2} = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2} = 0,$ $\begin{cases} x = -4, \\ x = 2, & \Leftrightarrow x = 2. \\ x \in [0; 3]; \end{cases}$
2. Знайдіть значення функції у всіх знайдених критичних точках та окремо на кінцях відрізка.	$f(0) = \frac{0^2 + 8}{0 + 1} = 8,$ $f(2) = \frac{2^2 + 8}{2 + 1} = 4, \quad f(3) = \frac{3^2 + 8}{3 + 1} = 4\frac{1}{4}.$

3. Порівняйте знайдені значення функції та оберіть із них найбільше (найменше). Ці значення й будуть найбільшим (найменшим) значеннями функції на відрізку.

$$\max_{[0;3]} f(x) = f(0) = 8,$$

$$\min_{[0;3]} f(x) = f(2) = 4.$$

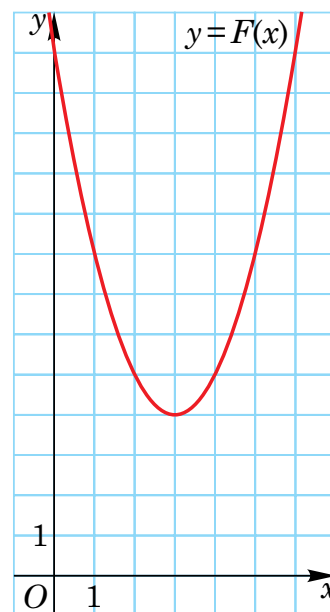
Завдання для роботи в малих групах.

5. Знайдіть найбільше значення функції $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2}{2x-1}}$ на відрізку $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right]$.
6. Знайдіть найменше значення функції $f(x) = 9 \sin x - \sin 3x + 1$ на відрізку $[0; \pi]$.
7. Знайдіть найбільше та найменше значення даної функції $f(x) = \sqrt[3]{(x+2)^2} + \sqrt[3]{(x-2)^2}$ на відрізку $[-1; 3]$.

V. Розв'язання практичної задачі

Як я вирішую певну проблему ЗНО 2013 року?

Задача. На рисунку зображено графік функції $F(x) = x^2 + bx + c$, похідна від якої дорівнює функції $f(x)$ для будь-якого дійсного значення x . Визначте параметри b і c та знайдіть функцію $f(x)$. У відповідь запишіть $f(-8)$.



VI. Додаткові завдання

1. Знайдіть критичні точки функції:

1) $y = \frac{x^2}{x^3 - 1}$;

2) $y = x^3 \cdot \sqrt[3]{(x-1)^2}$;

3) $y = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1}$.

2. Знайдіть точки локального екстремуму функції:

1) $y = \frac{x^4 - 8}{(x+1)^4}$;

2) $y = \frac{6}{x\sqrt{4-x^2}}$;

3) $y = \cos x \cos 2x$.

3. Знайдіть найбільше та найменше значення функції на відрізку:

1) $y = x^2(2x - 3) - 12(3x - 2), [-3; 6]$;

2) $y = 4 \sin 2x - 2 \sin 4x, [0; \pi]$;

3) $y = |x^3 - 3x^2 + 5|, [0; 3]$.

Рефлексія. «Плюс-Мінус-Цікавинка»

(+) що було зрозумілим:

.....
.....
.....

(-) що залишилося незрозумілим:

.....
.....
.....

(?) що здивувало або зацікавило:

.....
.....
.....

