

Урок 13. Урок–практикум. Розв’язування оптимізаційних задач геометричного змісту

РОБОЧИЙ АРКУШ

(моє ім’я)

I. Очікувані результати навчальних досягнень

На уроці ви:

- 1) вдосконалили свої навички із застосування похідної;
- 2) вивчили схему створення математичної моделі розв’язування геометричної задачі за допомогою похідної;
- 3) потренувалися розв’язувати геометричні задачі методами математичного аналізу;
- 4) застосовувати похідну для розв’язування завдань ЗНО/НМТ.

II. Розширена фронтальна перевірка домашнього завдання

Завдання для перевірки

1. Знайдіть найбільше та найменше значення функції $y = x - \frac{1}{3}x^3$ на відрізку $[-2; 0]$.
Відповідь. $\max_{[-2;0]} y(x) = y(-2) = \frac{2}{3}$; $\min_{[-2;0]} y(x) = y(-1) = -\frac{2}{3}$.
2. Подайте число 10 у вигляді суми двох невід’ємних доданків так, щоби сума їх квадратів була найменшою.
Відповідь. $10 = 5 + 5$.
3. Знайдіть критичні точки функції: $y = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1}$.
Відповідь. -1 ; 3 .
4. Розв’яжіть рівняння: $\sqrt[6]{x-2} + \sqrt[6]{6-x} = 2\sqrt[6]{2}$.
Відповідь. 4 .

5. За допомогою паркану довжиною 400 м треба відгородити на березі річки прямокутне пасовисько найбільшої площі. Якими мають бути його розміри?

Відповідь. 200 м $\times$ 100 м.



Завдання для обговорення.

6. Розв'яжіть рівняння: $\sqrt[4]{x+11} + \sqrt[4]{21-x} = x^2 - 10x + 29$.
Вказівка. Найбільше значення лівої частини рівняння на $[-11; 21]$ досягається при $x = 5$, а найменше значення правої частини рівняння досягається при тому самому значенні змінної.
7. Знайдіть найбільше та найменше значення функції $y = |x^3 - 3x^2 + 5|$ на відрізку $[0; 3]$.
Вказівка. Найменше значення функції $y = x^3 - 3x^2 + 5$ на даному відрізку є додатним, тому $y = |x^3 - 3x^2 + 5| = x^3 - 3x^2 + 5$ при $x \in [0; 3]$.
8. На стіні висить картина. Її нижній край розташований на a м, а верхній — на b метрів вище за рівень очей спостерігача. На якій відстані від стіни повинен стояти спостерігач для того, щоб бачити картину під найбільшим кутом?
Вказівка. Якщо у якості змінної взяти відстань від спостерігача до стіни, то ця змінна може набувати значень від 0 до нескінченності, тому застосування стандартної схеми знаходження найбільшого значення функції на відрізку буде некоректним. Доцільно довести, що єдина критична точка на розглядуваному проміжку відповідає найбільшому значенню потрібного кута.

III. Робота в малих групах. Побудова математичних моделей задач геометричного змісту

Завдання для роботи в малих групах

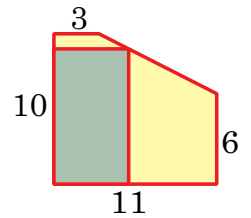
Заповніть схему розв'язання геометричних задач на знаходження найбільшого/найменшого значень величини за допомогою похідної.

Схема розв'язання геометричних задач на найбільше/найменше значення величини за допомогою похідної	
Етапи побудови та розв'язання математичної моделі	Приклад. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 48 см. Якою має бути довжина основи трикутника, щоб його площа набувала найбільшого можливого значення?
1. Зробіть рисунок відповідно до умови задачі, позначте на ньому відомі величини.	

**Схема розв'язання геометричних задач
на найбільше/найменше значення величини за допомогою похідної**

Етапи побудови та розв'язання математичної моделі	Приклад. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 48 см. Якою має бути довжина основи трикутника, щоб його площа набувала найбільшого можливого значення?
2. Позначте одну з невідомих величин змінною, зазвичай, це довжина відрізка або кут.	
3. Визначте, які є обмеження на обрану змінну: • змінна належить певному відрізку; • змінна належить множині, що не є відрізком або його частиною.	
4. Використовуючи геометричні міркування, знайдіть формулу, яка описує потрібну величину.	
5. Знайдіть за допомогою похідної найбільше/ найменше значення відповідної функції, з урахуванням обмеження на змінну.	
6. Запишіть відповідь до заданої геометричної задачі у відповідних термінах.	Відповідь. 16 см.

- 5.** Впишіть у дану прямокутну трапецію прямокутник найбільшої можливої площі (див. рисунок).



Рефлексія

Оцініть розуміння теми уроку балами від 1 до 10.

Мої враження від уроку

[illegible]

Назвіть дві речі, які вам сподобалися на уроці, й одну річ, яка вам не сподобалася, або у вас усе ще залишилися запитання.

1)

2)

.....?

.....

.....

