

Урок 5. Урок–практикум. Розв’язування задач. Ознаки зростання та спадання функцій

РОБОЧИЙ АРКУШ

(моє ім'я)

I. Очікувані результати навчальних досягнень

На уроці ви:

- 1) удосконалили вміння та навички у використанні ознак зростання та спадання диференційованої функції;
- 2) удосконалили вміння та навички дослідження функції на монотонність за допомогою похідної;
- 3) застосовуєте похідну для дослідження функцій з параметрами;
- 4) застосуєте похідну до аналізу та побудови графіків.

II. Робота в малих групах. Знаходження проміжків зростання та спадання функцій

Теорема. Ознака монотонності функції на інтервалі.

- 1) Нехай на даному інтервалі функція $f(x)$ диференційована та $f'(x) > 0$ для будь-якої точки інтервалу. Тоді функція на цьому інтервалі є зростаючою.
- 2) Нехай на даному інтервалі функція $f(x)$ диференційована та $f'(x) < 0$ для будь-якої точки інтервалу. Тоді функція на цьому інтервалі є спадною.

Часто при дослідженні функції на монотонність доцільно використати твердження.

Твердження. Якщо функція є монотонною на інтервалі, а в одному чи обох кінцях інтервалу є неперервною, то такий кінець (кінці) можна приєднати до проміжку монотонності.

Зокрема:

- 1) якщо функція є монотонною на інтервалі $(a; b)$ і неперервною в точках a та b , то вона є монотонною на відрізку $[a; b]$;

2) якщо функція є монотонною на інтервалі $(a; +\infty)$ або на інтервалі $(-\infty; b)$ і при цьому є неперервною в точках a або b , то вона є монотонною на інтервалі $[a; +\infty)$ або $(-\infty; b]$ відповідно.

Етапи дослідження функції на монотонність

1. Знайдіть область визначення функції $D(f)$.
2. Знайдіть похідну даної функції та формальну область її визначення $D(f')$.
3. Знайдіть корені рівняння $f'(x) = 0$.
4. Нанесіть знайдені корені на спільну частину $D(f)$ та $D(f')$ і визначте знаки похідної на кожному з утворених інтервалів.
5. Користуючись ознаками монотонності функції на інтервалі та зауваженням до них, визначте проміжки зростання та спадання даної функції.
6. Запишіть у відповідь проміжки зростання, розділяючи їх крапкою з комою. Аналогічно зробіть для проміжків спадання.

Задачі для роботи в малих групах

1. Знайдіть проміжки зростання функції $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{3 - x}$.

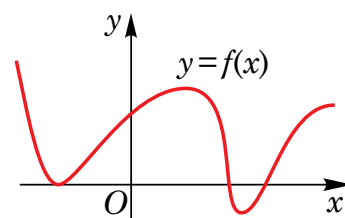
А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 1]; [5; +\infty)$	$[1; 5]$	$[1; 3); [5; +\infty)$	$(3; +\infty)$	$[1; 3)$

2. Знайдіть проміжки спадання функції $y = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2$.

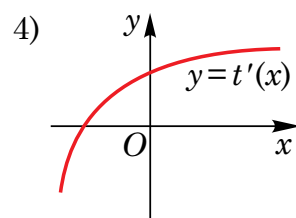
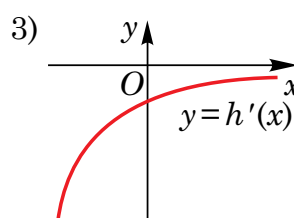
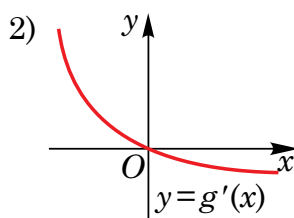
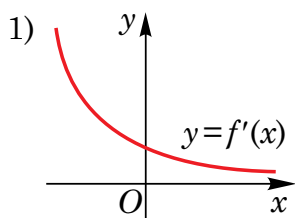
А	Б	В	Г	Д
$[-1; -0,5]$	$[-0,25; 0,25]$	$[-0,5; 0]$	$[-0,75; -0,25]$	$[0; 0,5]$

3. Дано графік диференційовної функції. Знайдіть найменшу можливу кількість інтервалів, на яких дана функція має від'ємну похідну.

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	чотири

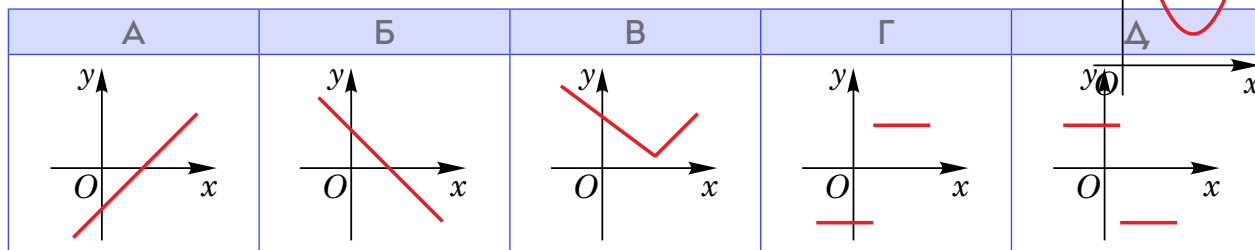


4. На рисунках зображено графіки похідних чотирьох диференційовних функцій. Яка з даних функцій спадає на множині дійсних чисел?



А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	жодна з наведених

5. На рисунку зображено графік квадратичної функції $y = f(x)$. Серед наведених графіків укажіть графік функції $y = f'(x)$.

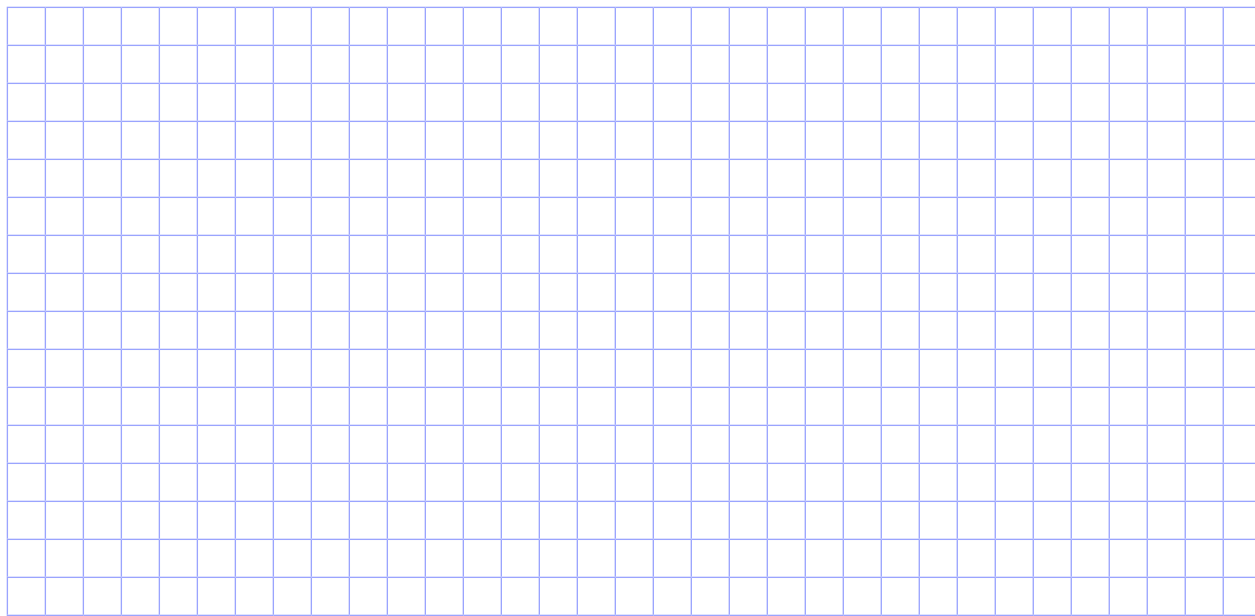


6. Дослідіть дану функцію на монотонність: $y = 2x^4 - 2x^3 - x^2 + 5$.

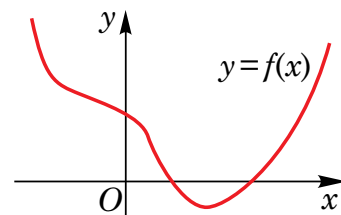
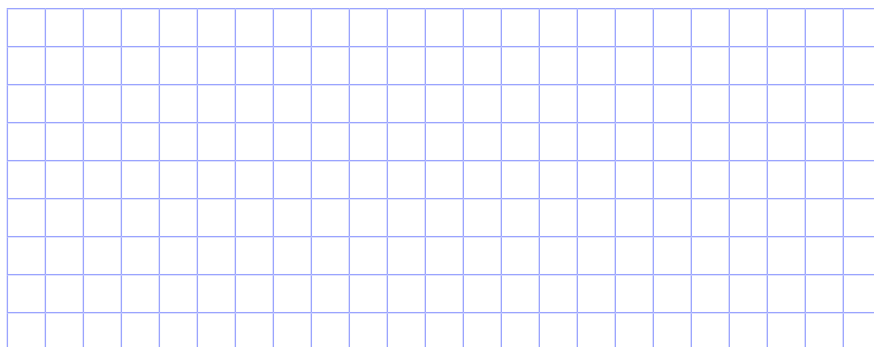
III. Розв'язування задач на зростання та спадання функцій з параметрами

Задачі для розв'язання методом «мозкового штурму»

1. При яких значеннях параметра a функція $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{a}{2}x^2 + 16x - 1$ зростає на множині дійсних чисел?



2. На рисунку зображено графік функції $y = x^4 - x^2 + bx + c$. Визначте знаки параметрів b та c .



3. Знайдіть усі значення параметра a , при яких рівняння $4x^6 - 6x^4 = a$ має точно два різних корені.

IV. Розв'язання практичної задачі

Як я вирішую певну проблему із ЗНО 2018 року?

Задача. Знайдіть похідну функції $f(x) = x(x^3 + 1)$.

Рефлексія

Оцініть розуміння теми уроку балами від 1 до 10.

Мої враження від уроку

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Жахливі									Чудові

Назвіть дві речі, які вам сподобалися на уроці, й одну річ, яка вам не сподобалася, або у вас усе ще залишилися запитання.

- 1)
- 2)
- ?
-
-

