

Урок 8. Урок–практикум. Знаходження точок екстремуму функції

План уроку

1. Знаходження критичних точок та точок екстремуму функцій за графіками функцій.
2. Знаходження точок екстремуму функції. Робота в парах.
3. Знаходження точок екстремуму та проміжків спадання і зростання функцій. Робота в малих групах.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

пропонує альтернативні шляхи досягнення результатів розв'язання специфічної проблемної ситуації, оцінює можливі ризики [12 MAO 1.3.2–1 П];

заохочує і підтримує членів групи під час представлення та обговорення результатів, конструктивно реагує на критику [12 MAO 2.4.2–1 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) На початку уроку запропонуйте учням завдання для повторення, пов'язані з похідною та її застосуванням.
- 2) Сформулюйте задачу ЗНО/НМТ. Розв'язання пропонуємо у вигляді групової роботи.
- 3) Завдання одного з етапів уроку є незвичними, а тому складними для учнів/учениць. Отже, доцільно розбирати їх разом, методом «мозкового штурму», під керівництвом вчителя.
- 4) Об'єднайте учнів/учениць у пари та запропонуйте їм розв'язувати відповідні завдання. Учитель виступає у ролі консультанта та радника.
- 5) Об'єднайте учнівство у кілька груп. Упродовж розв'язування задач групами важливо формувати комунікаційні навички.
- 6) Наприкінці уроку пропонуйте учням/ученицям розв'язати практичну задачу, сформульовану на початку уроку. Об'єднайте учнівство у кілька груп.
- 7) Запропонуйте учням/ученицям індивідуальне домашнє завдання: дорозв'язати завдання, запропоновані на різних етапах уроку.

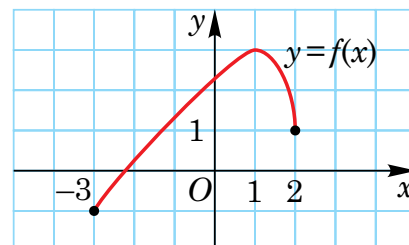
8) Обирайте кількість та зміст матеріалу на власний розсуд.

9) Основна мета уроку — формування умінь та навичок щодо знаходження та дослідження локальних екстремумів функцій за допомогою похідної.

I. Організаційна частина (2 хв)

Як я вирішую певну проблему?

Задача. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-3; 2]$. Укажіть точку екстремуму функції $y = f(x + 3) - 2$.



II. Повторення (3–4 хв)

1. Скільки критичних точок має функція $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$?

А	Б	В	Г	Д
жодної	одну	дві	три	інша відповідь

2. Знайдіть точку максимуму функції $f(x) = 12x - x^3$.

А	Б	В	Г	Д
$2\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}$	2	-2	інша відповідь

3. Знайдіть точку екстремуму функції $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	4	інша відповідь

4. Скільки проміжків спадання має функція $y = x^4 - 4x^2$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	інша відповідь

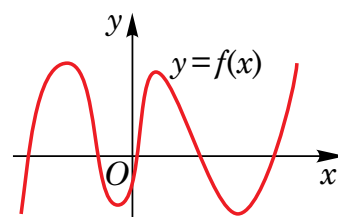
5. Знайдіть локальний максимум функції $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$.

А	Б	В	Г	Д
-1	2	7	-20	інша відповідь

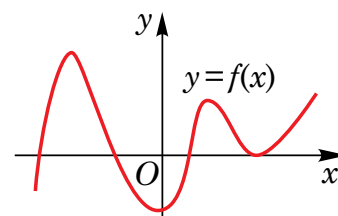
III. Знаходження критичних точок та точок екстремуму функцій за графіками функцій

Задачі для розв'язання методом «мозкового штурму»

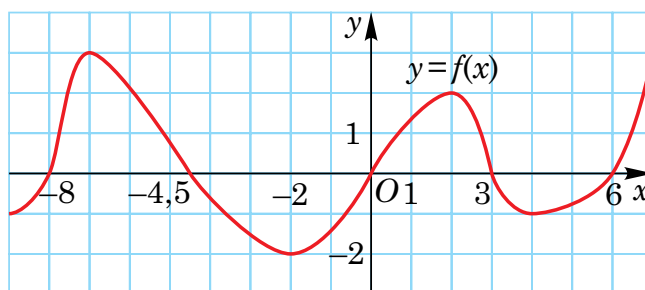
6. Скільки щонайменше критичних точок має функція, графік якої зображено на рисунку?



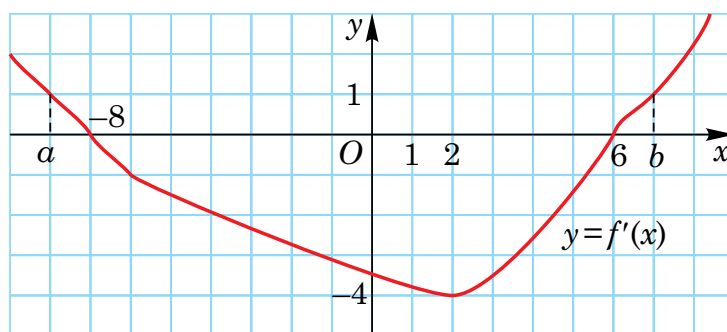
7. На рисунку зображено графік похідної для функції, що визначена та диференційована на множині дійсних чисел. Знайдіть кількість точок екстремуму даної функції. Скільки серед них точок максимуму та точок мінімуму?



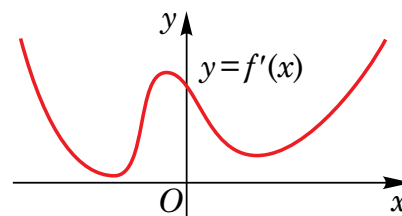
8. Графік функції, заданої на множині дійсних чисел, зображено на рисунку. Знайдіть точки максимуму та локальні максимуми цієї функції.



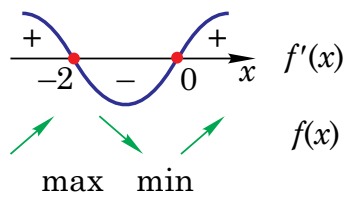
9. На рисунку представлений графік похідної функції $f(x)$. Знайдіть точку мінімуму цієї функції, що належить проміжку $[a; b]$.



10. Скільки критичних точок має диференційовна функція, для якої на рисунку зображено графік похідної?



IV. Знаходження точок екстремуму функції. Робота в парах

Схема дослідження функції на монотонність та екстремуми	
Етапи дослідження	Функція $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$.
1. Знайдіть область визначення функції $D(f)$.	$D(f) = \mathbb{R}$.
2. Знайдіть похідну даної функції.	$f'(x) = 3x^2 + 6x$.
3. Знайдіть критичні точки даної функції, тобто корені рівняння $f'(x) = 0$ або точки, в яких похідна не існує.	$f'(x) = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow 3x(x + 2) = 0,$ $\begin{cases} x = 0; \\ x = -2. \end{cases}$
4. Нанесіть критичні точки на $D(f)$ і визначте знаки похідної на кожному з утворених інтервалів.	 $x_{\max} = -2, x_{\min} = 0,$ $y_{\max} = (-2)^3 + 3 \cdot (-2)^2 + 1 = 5,$ $y_{\min} = 0^3 + 3 \cdot 0^2 + 1 = 1.$
5. Визначте проміжки монотонності даної функції.	
6. Користуючись ознаками точок максимуму та мінімуму функції, визначте точки локального екстремуму. За необхідності знайдіть значення функції у цих точках (локальні екстремуми).	

Задачі для роботи в парах

11. Знайдіть точки локального екстремуму функції $f(x) = \frac{x^5}{5} - x^4 + 1$.
12. Знайдіть точки локального мінімуму та максимуму функції $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}$.
13. Знайдіть локальні екстремуми функції $\sqrt{x} + \sqrt{4 - x}$. Чи є один чи декілька з них найбільшим/найменшим значенням функції на всій області визначення?

V. Знаходження точок екстремуму та проміжків спадання і зростання функцій. Робота в малих групах

Завдання для роботи в малих групах

14. Дослідіть функцію на монотонність та екстремуми: $f(x) = (1 - 2x) \cdot \sqrt[3]{x^2}$.
15. Знайдіть проміжки зростання та спадання, точки локального екстремуму функції $f(x) = \frac{x}{(x + 2)^2}$.
16. Знайдіть локальні екстремуми функції $f(x) = 2 \sin x - \cos 2x$, а також її найменше та найбільше значення на всій області визначення.

VI. Розв'язання практичної задачі. Групова робота

Як я вирішую певну проблему?

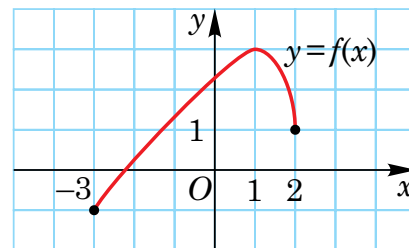
Задача. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-3; 2]$. Укажіть точку екстремуму функції $y = f(x + 3) - 2$.

Розв'язання. Оскільки дана функція набуває найбільшого значення у внутрішній точці області визначення (при $x_0 = 1$), то ця точка є точкою локального максимуму.

Розглянемо функцію $y = f(x + 3) - 2$. Її графік переміщений ліворуч на три одиниці та вниз на дві одиниці відносно графіка функції $y = f(x)$. Тому точка локального максимуму переміститься на три одиниці ліворуч, а сам локальний максимум стане на 3 меншим.

Отже, точкою екстремуму функції $y = f(x + 3) - 2$ є точка $x_1 = x_0 - 3 = 1 - 3 = -2$, яка є точкою локального максимуму.

Відповідь. -2 .



VII. Рефлексія

- 1) Я сьогодні навчився/навчилась
- 2) Мені здалося цікавим
- 3) У мене залишилися запитання щодо