

Урок 9. Урок–практикум. Розв’язування задач. Ознаки монотонності та точки екстремуму функцій

РОБОЧИЙ АРКУШ

(моє ім'я)

I. Очікувані результати навчальних досягнень

На уроці ви:

- 1) повторите спосіб знаходження критичних точок функції;
- 2) удосконалите навички по знаходженню точок локальних екстремумів;
- 3) удосконалите вміння та навички по дослідженню функції на монотонність та екстремуми за допомогою похідної;
- 4) навчитеся аналізувати функції з параметрами.

II. Розширена фронтальна перевірка домашнього завдання

Завдання для перевірки

1. Знайдіть критичні точки функції $y = \sin \frac{x}{2} + \frac{x}{2\sqrt{2}} - \frac{\pi}{4}$.
2. Знайдіть екстремуми функції $y = \frac{x^2}{x^3 - 1}$.
3. Дослідіть функцію $y = (x - 1)^4 (x + 2)^3$ на монотонність та екстремуми.

Завдання для обговорення

1. Дослідіть функцію $y = \sqrt{2x^3 + 9x^2}$ на монотонність та екстремуми.
Вказівка. Доцільно спочатку розглянути функцію $y = |x|\sqrt{2x + 9}$ та її похідну окремо при додатних і окремо при від’ємних значеннях аргументу, врахувавши при цьому область визначення функції.

2. Знайдіть точки локального екстремуму та локальні екстремуми функції $y = \sin x - \cos x + x$.

Вказівка. Похідну функції доцільно звести до вигляду $y = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1$ та дослідити її знак на періоді $x \in [-\pi; \pi]$.

3. Дослідіть функцію $y = \sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{(x-1)^2}$ на локальні екстремуми.

Вказівка. Критичні точки: $-0, 1, -1$.

III. Знаходження точок екстремуму та проміжків спадання й зростання функцій. Робота в парах

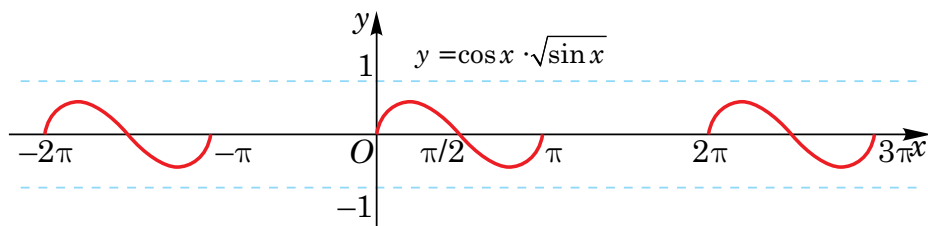
Заповніть схему дослідження функції на монотонність та екстремуми. Впишіть необхідні слова та формули в етапах дослідження. Заповніть відповідні частини для даного прикладу функції.

Схема дослідження функції на монотонність та екстремуми	
Етапи дослідження	Функція $f(x) = \left(\frac{x-5}{x}\right)^2$.
1. Знайдіть ...	$D(f) = \dots$
2. Знайдіть ...	$f'(x) = \dots$
3. Знайдіть ...	$f'(x) = 0$
4. Нанесіть критичні точки на $D(f)$ і визначте ...	
5. Визначте проміжки монотонності даної функції.	
6. Користуючись ознаками точок максимуму та мінімуму функції, визначте точки ...	

Завдання для роботи в парах

4. Знайдіть проміжки зростання й спадання функції $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{4}{x^3}$ та точки її максимуму й мінімуму.

5. Дослідіть функцію на локальні екстремуми: $f(x) = \cos x \cdot \sqrt{\sin x}$. Перевірте результати дослідження з побудованим графіком даної функції (див. рисунок).



6. Знайдіть проміжки монотонності, точки локального екстремуму та локальні екстремуми функції: $f(x) = x|x-1| - 5x^3$. Побудуйте схематично графік даної функції.

IV. Дослідження функцій з параметрами на наявність точок екстремуму. Робота в малих групах

Завдання для роботи в малих групах

7. При яких значеннях параметра a функція $f(x) = 2ax^3 - 3(a+1)x^2 + (12a-6)x + 7$ має тільки одну критичну точку? Дослідіть, чи буде ця точка точкою локального екстремуму.
8. При яких значеннях параметра a функція $f(x) = 2x^3 - (9a+3)x^2 + 12a(a+1)x - 5$ має додатну точку мінімуму?
9. Знайдіть, при яких значеннях параметра a функція $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 3(a^2-1)x - 1$ має локальний максимум в точці $x_0 = 0$. З'ясуйте, чи досягається в цій точці найбільше значення даної функції на множині дійсних чисел.

V. Самостійна робота

1. Знайдіть критичні точки функції $f(x) = 3x^4 - x^3 + 6$.

А	Б	В	Г	Д
-1; 1	0; 0,25	-1; 0,25	0; -0,25	інша відповідь

2. Скільки точок екстремуму має функція $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x - 3$?

А	Б	В	Г	Д
одну	дві	три	більше трьох	інша відповідь

