

Урок 12. Урок–практикум. Розв’язування показникових нерівностей та їхніх систем

Тип уроку: формування вмінь і навичок.

План уроку

1. Розв’язування показникових нерівностей з використанням монотонності показникової функції.
2. Розв’язування показникових нерівностей різними методами.
3. Розв’язування систем показникових нерівностей.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

самостійно або у взаємодії з іншими виокремлює спільні ознаки специфічних проблемних ситуацій, для розв’язання яких можна застосувати подібні методи [12 МАО 1.1.2–1 П];

сприймає інформацію математичного змісту в декількох формах [12 МАО 2.1.1–1 П];

оцінює обґрунтованість математичного розв’язання в контексті реальної комплексної проблемної ситуації [12 МАО 3.2.3–1 П];

використовує різні форми подання математичних об’єктів відповідно до специфіки проблемної ситуації [12 МАО 4.2.2–2 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Сформулюйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку. Запитання можна лише сформулювати, а відповіді на них давати поступово впродовж викладення матеріалу.
- 2) Запропонуйте учням/ученицям, на ваш вибір, завдання на повторення вивченого.
- 3) Сформулюйте практичну задачу (без розв’язання). Розв’язання пропонуємо у вигляді групової роботи наприкінці уроку.
- 4) До теоретичних тверджень наведено ілюстративні приклади. Обирайте ілюстративні приклади на ваш розсуд.

- 5) Увесь запропонований матеріал неможливо подати в часових вимірах одного уроку, тому обирайте кількість матеріалу на ваш розсуд.
- 6) Заплануйте розв'язання практичної задачі як групову активність. Об'єднайте учнів/учениць у кілька груп. Під час розв'язання задачі групами важливо формувати комунікаційні навички, знаходити математичного партнера, з яким під силу розв'язати задачу, інтегрувати здобуті знання у розв'язання практичних задач.
- 7) Пропонуйте учням/ученицям самотужки або в групах розв'язувати тренувальні завдання за трьома рівнями складності, на вибір учня/учениці. Формуйте навички розв'язання прикладів і задач та навчайте учнів/учениць самостійної роботи над завданнями.
- 8) Мотивуйте учнів/учениць до проєктної діяльності. Створення проєктів та їхній захист можуть бути альтернативою контрольної роботи з теми.
- 9) Можливі теми для створення проєктів запропоновані. Також темами проєктів можуть бути запропоновані вами практичні завдання за рівнями складності А, В, С. Якщо учень/учениця розв'язали завдання рівня А, то для проєкту вони можуть обрати рівень В або рівень С.
- 10) Запропонуйте учням/ученицям заповнити лист рефлексії.

I. Організаційна частина (2 хв)

Мотиваційні запитання

- 1) Чому для опису економічних процесів, де зростання залежить від кількох факторів одночасно, зручно користуватися системами показникових нерівностей?
- 2) У чому полягає різниця між розв'язком однієї нерівності та розв'язком системи нерівностей з однією змінною?
- 3) Чи можна навести приклади де система показникових нерівностей допоможе розв'язати задачу?
- 4) Чи можуть системи показникових нерівностей допомогти при моделюванні зростання кількості населення у сусідніх містах чи державах?
- 5) Чи допомагають системи показникових нерівностей у фармакології, коли концентрацію речовини потрібно підтримувати в певному діапазоні?

II. Повторення (3–4 хв)

1. Розв'яжіть рівняння $5^{x+1} - 3 \cdot 5^{x-2} = 122$.
Відповідь. 2.
2. Розв'яжіть нерівність $3^{x^2} \leq 81$.
Відповідь. $(-2; 2)$.

3. Розв'яжіть нерівність $7^{x+0,5} \leq \sqrt{7}$.

Відповідь. $(-\infty; 0]$.

4. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[3]{\sqrt{2^x}} = 4$.

Відповідь. 12.

5. Чи має корінь рівняння $2^x = \sin 3$?

Відповідь. Так.

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Після прийому препарату його концентрація в крові пацієнта $C(t)$ (у мілігра-

мах на літр) обчислюється за формулою $C(t) = 200 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}}$, де t — час після прийому

препарату (вимірюється в годинах). Для ефективності лікування потрібно, щоб концентрація препарату перевищувала 25 мг/л, щоб препарат діяв і не перевищувала 100 мг/л, щоб уникнути токсичного впливу препарату. У який проміжок часу після прийому препарату концентрація знаходиться у межах норми?

III. Використання монотонності показникової функції для розв'язування показникових нерівностей

Нагадаємо теорему, якою ми керуємося при розв'язуванні нерівностей з використанням монотонності показникової функції.

Теорема. Якщо $a > 1$, то нерівність $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ рівносильна нерівності $f(x) > g(x)$.

Якщо $0 < a < 1$, то нерівність $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ рівносильна нерівності $f(x) < g(x)$.

Справедливість цієї теореми випливає з того, що при $a > 1$ показникова функція $y = a^x$ є зростаючою, а при $0 < a < 1$ — спадною.

Ілюстративні приклади (5 хв)

6. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+\frac{1}{3}-\frac{3}{x}} > \left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)^{\frac{5}{2}x}$.

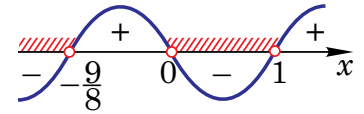
Розв'язання. Оскільки $\frac{1}{\sqrt[3]{4}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$, то дана нерівність рівносильна такій

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+\frac{1}{3}-\frac{3}{x}} > \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{5}{3}x}.$$

Функція $y = \left(\frac{1}{2}\right)^t$ спадає на множині дійсних чисел, тому

$$x + \frac{1}{3} - \frac{3}{x} < -\frac{5}{3}x, \quad \frac{8x^2 + x - 9}{3x} < 0, \quad \frac{(x-1)(8x+9)}{3x} < 0.$$

$$x \in \left(-\infty; -\frac{9}{8}\right) \cup (0; 1).$$



Відповідь. $\left(-\infty; -\frac{9}{8}\right) \cup (0; 1).$

7. Розв'яжіть нерівність $4 \cdot 2^{2x^2-4x+2} + 8 \cdot 2^{2x^2-4x} + 4^{(x-1)^2} \leq 7 \cdot 16^2$.

Розв'язання. $4 \cdot 4^{(x-1)^2} + 2 \cdot 4^{(x-1)^2} + 4^{(x-1)^2} \leq 7 \cdot 4^4$, $4^{(x-1)^2} (4 + 2 + 1) \leq 7 \cdot 4^4$,
 $4^{(x-1)^2} \cdot 7 \leq 7 \cdot 4^4$, $4^{(x-1)^2} \leq 4^4$.

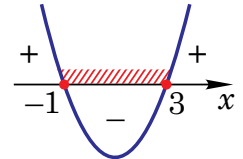
Оскільки функція $y = 4^x$ зростає на всій області визначення, то $(x-1)^2 \leq 4$,

$$(x-1-2)(x-1+2) \leq 0,$$

$$(x-3)(x+1) \leq 0.$$

$$x \in [-1; 3].$$

Відповідь. $[-1; 3].$



8. Розв'яжіть нерівність $16^{3-2x} \cdot 0,25 \leq \left(\frac{32}{\sqrt{2}}\right)^{4-2x}$.

Розв'язання. $16^{3-2x} \cdot 0,25 \leq \left(\frac{32}{\sqrt{2}}\right)^{4-2x}$, $(2^4)^{3-2x} \cdot 2^{-2} \leq \left(\frac{2^5}{2^{\frac{1}{2}}}\right)^{4-2x}$, $2^{10-8x} \leq 2^{18-9x}$.

Оскільки функція $y = 2^x$ є зростаючою на всій множині дійсних чисел, то

$$10 - 8x \leq 18 - 9x, \quad x \leq 8, \quad x \in (-\infty; 8].$$

Відповідь. $(-\infty; 8].$

9. Розв'яжіть нерівність $5^x + 12^x > 13^x$.

Розв'язання. Поділимо обидві частини даної нерівності на $13^x > 0$, маємо:

$$\left(\frac{5}{13}\right)^x + \left(\frac{12}{13}\right)^x > 1.$$

Розглянемо функцію $f(x) = \left(\frac{5}{13}\right)^x + \left(\frac{12}{13}\right)^x$. Зауважимо, що $f(2) = 1$.

Оскільки функція $f(x)$ — спадна, то при $x < 2$ виконується нерівність $f(x) > f(2)$, а при $x > 2$ виконується нерівність $f(x) < f(2)$.

Отже, множиною розв'язків нерівності $f(x) > f(2)$, тобто нерівності $f(x) > 1$, є проміжок $(-\infty; 2)$.

Відповідь. $(-\infty; 2).$

IV. Розв'язування показникових нерівностей різними методами

Нагадаємо основні методи розв'язування показникових нерівностей.

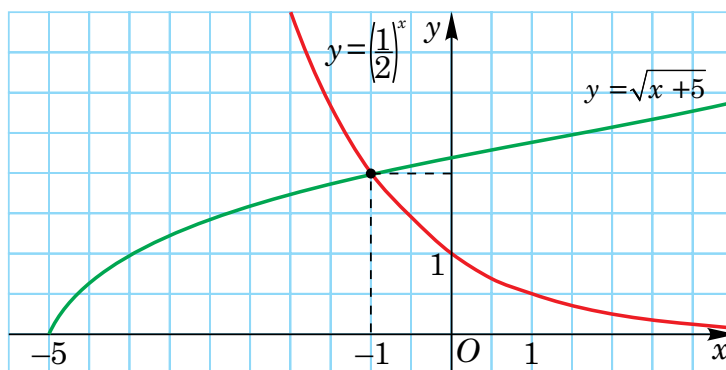
1. Метод використання монотонності показникової функції.
2. Метод розкладання на множники.
3. Метод заміни змінних.
4. Функціонально-графічний метод.

Ілюстративні приклади (10 хв)

- 10.** Розв'яжіть нерівність $0,5^x \geq \sqrt{x+5}$.

Розв'язання. Застосуємо графічний метод.

Побудуємо в одній системі координат графіки функцій $y = 0,5^x$ та $y = \sqrt{x+5}$ (див. рисунок).



З рисунка бачимо, що розв'язком нерівності є проміжок $[-5; -1]$.

Відповідь. $[-5; -1]$.

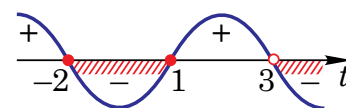
- 11.** Розв'яжіть нерівність $\frac{9^{x+0,5} + 1}{3 - 3^{2x}} \leq 3^{2x} + 1$.

Розв'язання. $\frac{3^{2x+1} + 1}{3 - 3^{2x}} \leq 3^{2x} + 1, \frac{3 \cdot 3^{2x} + 1}{3 - 3^{2x}} \leq 3^{2x} + 1$.

Нехай $3^{2x} = t$, тоді $\frac{3t+1}{3-t} \leq t+1, \frac{3t+1}{3-t} - \frac{(t+1)(3-t)}{3-t} \leq 0, \frac{3t+1-3t+t^2-3+t}{3-t} \leq 0,$

$$\frac{t^2+t-2}{3-t} \leq 0, \frac{(t-1)(t+2)}{3-t} \leq 0. t \in [-2; 1] \cup (3; +\infty), \text{ тобто } \begin{cases} t \geq -2, \\ t \leq 1, \\ t > 3. \end{cases}$$

Повернемося до заміни $\begin{cases} 3^{2x} \geq -2, \\ 3^{2x} \leq 1, \\ 3^{2x} > 3; \end{cases} \begin{cases} 2x \leq 0, \\ 2x > 1; \end{cases} \begin{cases} x \leq 0, \\ x > \frac{1}{2}. \end{cases}$



Звідси $x \in (-\infty; 0] \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

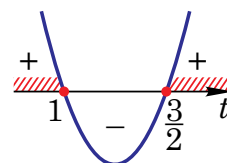
Відповідь. $(-\infty; 0] \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

- 12.** Розв'яжіть нерівність $2^{2x+1} - 5 \cdot 6^x + 3^{2x+1} \geq 0$.

Розв'язання. Задана нерівність рівносильна нерівності $2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x \cdot 3^x + 3 \cdot 3^{2x} \geq 0$.
Поділимо обидві частини нерівності на $3^{2x} > 0$.

$$2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x + 3 \geq 0.$$

Нехай $\left(\frac{2}{3}\right)^x = t$, тоді $2t^2 - 5t + 3 \geq 0, (t-1)(2t-3) \geq 0$.



$$t \in (-\infty; 1] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right), \text{ тобто } \begin{cases} t \leq 1, \\ t \geq \frac{3}{2}. \end{cases}$$

Повернемось до заміни $\begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^x \leq \left(\frac{2}{3}\right)^0, \\ \left(\frac{2}{3}\right)^x \geq \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}; \end{cases} \begin{cases} x \geq 0, \\ x \leq -1; \end{cases} x \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty).$

Відповідь. $(-\infty; -1] \cup [0; +\infty).$

V. Розв'язування систем показникових нерівностей

Розв'язування систем показникових нерівностей з однією змінною принципово не відрізняється від розв'язування систем будь-яких інших нерівностей з однією змінною. Необхідно знайти множини розв'язків кожної з нерівностей системи, а потім знайти множину перетину цих розв'язків.

Ілюстративні приклади (10–15 хв)

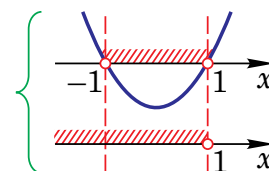
- 13.** Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} 0,4^{-x+3} < 0,16, \\ 0,1^{x^2+1} > 0,01. \end{cases}$

Розв'язання. $\begin{cases} 0,4^{-x+3} < (0,4)^2, \\ 0,1^{x^2+1} > (0,1)^2; \end{cases} \begin{cases} -x+3 > 2, \\ x^2+1 < 2; \end{cases}$

$$\begin{cases} -x > -1, \\ x^2 - 1 < 0; \end{cases} \begin{cases} x < 1, \\ (x-1)(x+1) < 0. \end{cases}$$

Звідси, $x \in (-1; 1).$

Відповідь. $(-1; 1).$

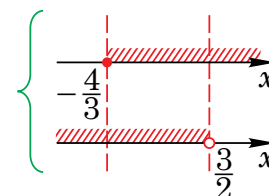


- 14.** Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} (\sqrt{2})^{-3x-1} \leq 2\sqrt{2}, \\ (\sqrt{0,4})^{4x-2} > 0,16. \end{cases}$

Розв'язання. $\begin{cases} (\sqrt{2})^{-3x-1} \leq (\sqrt{2})^3, \\ (0,4)^{2x-1} > (0,4)^2; \end{cases} \begin{cases} -3x-1 \leq 3, \\ 2x-1 < 2; \end{cases} \begin{cases} -3x \leq 4, \\ 2x < 3; \end{cases} \begin{cases} x \geq -\frac{4}{3}, \\ x < \frac{3}{2}. \end{cases}$

Отже, $x \in \left[-\frac{4}{3}; \frac{3}{2}\right).$

Відповідь. $\left[-\frac{4}{3}; \frac{3}{2}\right).$



- 15.** Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} 7^{x+2} - 14 \cdot 7^x > 5, \\ 9 \cdot 3^{x-1} + 3^x \leq 36. \end{cases}$

Розв'язання. $\begin{cases} 7^x(7^2 - 14) > 5, \\ 3^{x-1}(9 + 3) \leq 36; \end{cases} \begin{cases} 7^x \cdot 35 > 5, \\ 3^{x-1} \cdot 12 \leq 36; \end{cases} \begin{cases} 7^x > \frac{1}{7}, \\ 3^{x-1} \leq 3; \end{cases} \begin{cases} x > -1, \\ x - 1 \leq 1; \end{cases} \begin{cases} x > -1, \\ x \leq 2. \end{cases}$

Таким чином, $x \in (-1; 2]$.

Відповідь. $(-1; 2]$.

VI. Розв'язування практичної задачі. Групова активність (5–7 хв)

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Після прийому препарату його концентрація в крові пацієнта $C(t)$ (у міліграмах на літр) обчислюється за формулою $C(t) = 200 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}}$, де t — час після прийому

препарату (вимірюється в годинах). Для ефективності лікування потрібно, щоб концентрація препарату перевищувала 25 мг/л, щоб препарат діяв і не перевищувала 100 мг/л, щоб уникнути токсичного впливу препарату. У який проміжок часу після прийому препарату концентрація знаходитиметься у межах норми?

Розв'язання. Математична модель задачі — система нерівностей:

$$\begin{cases} 200 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}} > 25, \\ 200 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}} \leq 100; \end{cases} \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}} > \frac{1}{8}, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}} \leq \frac{1}{2}; \end{cases} \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}} > \left(\frac{1}{2}\right)^3, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^2; \end{cases} \begin{cases} \frac{t}{3} < 3, \\ \frac{t}{3} \geq 1; \end{cases} \begin{cases} t < 9, \\ t \geq 3; \end{cases} t \in [3; 9)$$

Отже, від 3-ох до 9-и годин після прийому препарату концентрація знаходитиметься у межах норми.

Відповідь. Від 3-ох до 9-и годин.

VII. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

Рівень А

- 1.** Розв'яжіть нерівність:

1) $3^x \leq 81$; 2) $5^x > 125$; 3) $\left(\frac{1}{3}\right)^x > \frac{1}{27}$; 4) $(0,2)^x \leq 0,04$.

- 2.** Знайдіть область визначення функції:

1) $f(x) = \sqrt{1 - 2^x}$; 2) $f(x) = \sqrt{4^x - 16}$; 3) $f(x) = \frac{4}{\sqrt{4^{x+3} - 64}}$; 4) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{216 - 6^{x+2}}}$.

- 3.** Розв'яжіть нерівність:

1) $2^x \cdot 5^x > 0,1(10^{x-1})^5$; 2) $2^{\sqrt{x+1}} > 16\sqrt{(0,25)^{5-\frac{x}{4}}}$.

4. Розв'яжіть нерівність:

1) $\sqrt[3]{27^{2x-1}} < \sqrt{9^{2x-1}}$;

2) $\sqrt[3]{3^{(1-2x)^{-1}}} \sqrt{3^{x-14}} \sqrt[4]{9^{1-1,5x}} < 1$.

5. Розв'яжіть нерівність:

1) $5^{2x} + 5^{2x+2} + 5^{2x+4} \leq 651$;

2) $2^{x^2-1} - 3^{x^2} \geq 3^{x^2-1} - 2^{x^2+2}$.

6. Розв'яжіть нерівність графічним методом:

1) $2^x - 1 > \sqrt{x}$; 2) $3^x - 1 < -\sqrt{x}$; 3) $\left(\frac{1}{4}\right)^x \geq \sqrt{x} + 1$; 4) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \sqrt{x} - \frac{2}{3}$.

7. Розв'яжіть нерівність:

1) $2^{3x} - 6 \cdot 2^{2x} + 12 \cdot 2^x - 8 > 0$;

2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x} - 12 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} + 48 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x - 64 \leq 0$.

8. Розв'яжіть нерівність:

1) $(3^{2x} - 1) \cdot (3^{4x} + 3^{2x} + 1) < 26$;

2) $(5^{2x} + 1) \cdot (5^{4x} - 5^{2x} + 1) \geq 126$.

9. Розв'яжіть систему нерівностей:

1) $\begin{cases} 2^{x+1} > 4, \\ 7^{3x-10} < 49; \end{cases}$

2) $\begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{4x+2,5} > \sqrt{2}, \\ 10^{x^2-1} > 1000. \end{cases}$

10. Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} (0,5)^{1-2x} > (0,5)^{8+x}, \\ \frac{4}{x-5} < 0. \end{cases}$ У відповідь запишіть кількість

усіх цілих розв'язків цієї системи. Якщо система має безліч цілих розв'язків, то у відповіді запишіть число 100. (ЗНО, 2013 р.).

Рівень В

1. Розв'яжіть нерівність графічним методом:

1) $2^x + 1 \geq \cos x$; 2) $\left(\frac{1}{3}\right)^x + 1 < \sin x$; 3) $2^{|x|} + 1 > 2 \cos x$; 4) $3^{|x|} \leq \cos 2x$.

2. Розв'яжіть нерівність:

1) $(\sqrt{12})^x \cdot (\sqrt{3})^x > \frac{1}{6}$;

2) $(\sqrt[3]{3})^{2x} \cdot (\sqrt[3]{9})^{2x} \geq 243$;

3) $\left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^{3x^2-3} < 0,81^{-2x}$;

4) $\left(\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{3}}\right)^{x^2+4} \leq 20,25^{x+1}$.

3. Розв'яжіть нерівність:

1) $2^{x+1} \cdot 5^{x+3} > 250 \cdot 9^x$;

2) $35^{4x+2} < 5^{3x+4} \cdot 7^{5x}$.

4. Розв'яжіть нерівність:

1) $5^x + 6 \cdot (\sqrt[3]{25})^x + 12 \cdot (\sqrt[3]{5})^x + 8 < 343$;

2) $2^x + 3 \cdot (\sqrt[3]{4})^x + 3 \cdot (\sqrt[3]{2})^x + 1 \leq 27$.

5. Розв'яжіть нерівність:

1) $((\sqrt{7})^x - 1) \cdot (7^x + (\sqrt{7})^x + 1) > 342$;

2) $((\sqrt[3]{11})^x + 1) \cdot ((\sqrt[3]{121})^x - (\sqrt[3]{11})^x + 1) \geq 122$.

6. Розв'яжіть нерівність:

1) $3^{x-1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{3-x} \geq \sqrt{\frac{1}{9^{4-x}}} + 207$;

2) $\sqrt[4]{16^{x+1}} + 188 \leq 8 \cdot 2^x - 0,5^{3-x}$.

7. Розв'яжіть нерівність:

1) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 < 0;$

2) $(0,5)^{2x-1} + 3 \cdot (0,5)^x - 2 \geq 0.$

8. Розв'яжіть нерівність:

1) $7^{2x+1} + 7^{2x+2} + 7^{2x+3} \geq 57;$

2) $2^{4x-1} + 2^{4x-2} - 2^{4x-3} \leq 160;$

3) $100 \cdot 0,3^{4x+2} - 0,09^{2x} + 5 \cdot 0,0081^x < 13;$

4) $\left(\frac{1}{16}\right)^{x+0,25} + \left(\frac{1}{4}\right)^{2x+1} - \left(\frac{1}{2}\right)^{4x+3} \leq \frac{5}{4}.$

9. Розв'яжіть систему нерівностей:

1)
$$\begin{cases} (\sqrt{3})^{6x-2} \geq \frac{1}{81}, \\ (0,2)^{3x+1} \leq 5^{x-1}; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} (0,3)^{-4x+1} \leq \frac{100}{9}, \\ 10^{2x+4} \geq 1. \end{cases}$$

10. Розв'яжіть систему нерівностей:

1)
$$\begin{cases} 0,25^x - 12 \cdot 0,5^x + 32 \geq 0, \\ 25^x + 5^x - 30 \leq 0; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 5^x + 5^{x-1} - 5^{x-2} < 0, \\ 2 \cdot 6^x + 3 \cdot 6^{x+3} \geq 650. \end{cases}$$

Рівень С

1. Розв'яжіть нерівність $\frac{10^x - 16 \cdot 5^x}{x+2} \geq 0$. У відповідь запишіть суму всіх цілих розв'язків нерівності на проміжку $[-3; 7]$. (ЗНО, 2014 р.).

2. Розв'яжіть нерівність:

1) $(2 + \sqrt{3})^{x^2-2x+1} + (2 - \sqrt{3})^{x^2-2x-1} > \frac{4}{2 - \sqrt{3}};$

2) $(\sqrt{5+2\sqrt{6}})^{|x^2+x-12|} + (\sqrt{5-2\sqrt{6}})^{|x^2+x-12|} < 10.$

3. Розв'яжіть нерівність:

1) $\sqrt{6-x} \left((0,2)^{x^2-7,2x+3,9} - \frac{\sqrt{0,2}}{25} \right) \leq 0;$

2) $(\sqrt{2}+1)^{\frac{6x-6}{x+1}} \leq (\sqrt{2}-1)^{-x}.$

4. Розв'яжіть нерівність:

1) $\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^{-26x^2} \leq \left(\frac{3}{5}\right)^{x^2+36} < \left(\frac{25}{9}\right)^{-6x^2};$

2) $0,02^{1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+(-1)^n \frac{1}{2^n}} < \sqrt[3]{50-3x^2-5x} < 1.$

5. Розв'яжіть нерівність графічним методом:

1) $|x-1| \geq 2,5^x;$ 2) $2^x \leq |x-3|;$ 3) $|2x-1| \leq 3,1^x;$ 4) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq |x+4|.$

6. Розв'яжіть нерівність:

1) $2^{12x-1} - 4^{6x+1} + 8^{4x-1} - 16^{3x-1} - 1280 < 0;$ 2) $3^{x-10} - 2^{x-9} - 3^{x-11} - 2^{x-12} > 0.$

7. Розв'яжіть нерівність:

1) $\frac{24}{1-25^{-x}} \leq \frac{1}{5^{-x}-6};$

2) $\frac{2^{1-x} - 2^x + 1}{2^x - 1} \leq 0.$

8. Розв'яжіть систему нерівностей:

1)
$$\begin{cases} 3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x - 5 \cdot 6^x < 0, \\ 3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x - 5 \cdot 36^x \geq 0; \end{cases};$$

2)
$$\begin{cases} 5 \cdot 25^{\frac{1}{x}} + 3 \cdot 10^{\frac{1}{x}} \geq 2 \cdot 4^{\frac{1}{x}}, \\ 2 \cdot 49^{\frac{1}{x}} - 9 \cdot 14^{\frac{1}{x}} + 7 \cdot 4^{\frac{1}{x}} \geq 0. \end{cases}$$

9. Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} 10^{4-x} > 7+x, \\ (2^x - 2)\sqrt{x^2 - x - 6} \geq 0. \end{cases}$
10. Знайдіть найменше значення параметра a , при якому рівняння

$$2^{\sin^2\left(2\pi x + \frac{5\pi}{4}\right)} = \frac{4}{(x-a)^2 - 6(x-a) + 13}$$

має додатний корінь. (ЗНО, 2014 р.).

VIII. Рефлексія (2 хв)

- 1) Сьогодні я дізнався/дізналась, що
- 2) Цей урок допоміг мені зрозуміти, що
- 3) Під час уроку я зрозумів/зрозуміла, що вже вмію
- 4) Найскладнішим для мене було
- 5) Тепер я впевнений/упевнена у своїй здатності
- 6) Найбільше мені сподобалося

Можливі теми проєктів

1. Графічний метод розв'язування показникових нерівностей та їхніх систем.
2. Показникові нерівності у задачах біології.
3. Показникові нерівності та їхні системи з параметрами.
4. Застосування показникових нерівностей та їхніх систем у фінансовій математиці.
5. Використання Geogebra для візуалізації розв'язання показникових нерівностей та їхніх систем.