

Урок 3. Урок–практикум.

Перетворення степеневих виразів

РОБОЧИЙ АРКУШ

(моє ім'я)

I. Очікувані результати навчальних досягнень

На уроці ви:

- 1) навчитеся обчислювати значення показникових виразів із дійсними показниками;
- 2) дізнаєтесь, як спрощувати вирази, що містять степені з дійсними показниками;
- 3) навчитеся використовувати набуті знання для розв'язування практичних задач.

II. Повторення

1. Скоротіть дріб $\frac{\sqrt[3]{m} + \sqrt[3]{n}}{\sqrt[3]{m^2} - \sqrt[3]{n^2}}$.
2. Чи проходить графік функції $y = x^{0,75}$ через точку $M(16; 8)$?
3. Спростіть вираз $(5^{\sqrt{2}} - 5^{\sqrt{2}-1}) : 5^{\sqrt{2}}$.
4. Порівняйте числа:
1) $\left(\frac{4}{7}\right)^{\sqrt{3}}$ і $\left(\frac{7}{4}\right)^{\sqrt{3}}$; 2) $(2,5)^{-\pi}$ і $(5,2)^{-\pi}$

III. Обчислення значень показникових виразів із дійсними показниками

Оскільки точне значення виразу, що містить дійсний показник степеня не завжди можна обчислити, то такі вирази здебільшого сконструйовані так, що при обчисленні їхніх значень можна використовувати властивості степенів із дійсними показниками.

Для $a > 0$ і $b > 0$ і для будь-яких дійсних чисел m і n :

- 1) $a^n a^m = a^{n+m}$;

V. Розв'язування практичної задачі

Як я вирішую певну проблему?

Задача. У лабораторії біотехнологій досліджується процес росту бактеріальної культури.

Відомо, що маса культури змінюється за формулою $m(t) = 2e^{\frac{t}{2}}$, де $m(t)$ — маса культури (у грамах), а t — час у годинах від початку розмноження.

1) Визначте масу бактеріальної культури через 30 хвилин і 40 хвилин від початку експерименту.

2) Обчисліть масу культури через 1 год, 3 год та 6 год.

3) Поясніть, як зміна часу впливає на масу культури та чому цей процес не можна описати лінійною функцією.

4) Зробіть висновок про характер зростання маси культури на основі отриманих результатів.

VI. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С

Рівень А

1. Обчисліть:

1) $8^{\sqrt{5}} \cdot 8^{-\sqrt{5}}$; 2) $\left((0,5)^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{8}}$; 3) $3^{2\sqrt{2}} : 9^{\sqrt{2}}$; 4) $2^{2-3\sqrt{5}} \cdot 8^{\sqrt{5}}$;

2. Обчисліть за допомогою калькулятора:

1) $(\sqrt{2})^{\sqrt{3}}$; 2) $\pi^{\sqrt{5}}$; 3) $(\sqrt{2}-1)^{\pi}$; 4) $(3\sqrt{2})^{\pi}$.

3. Подайте у вигляді степеня з основою 3 число:

1) $9^{\sqrt{2}}$; 2) 81^{-1} ; 3) $\sqrt[3]{9}$; 4) 27^{π} .

4. Порівняйте з одиницею число:

1) $2^{-\sqrt{5}}$; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}}$; 3) $0,3^2$; 4) $1,7^3$;
5) $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{\sqrt{5}-2}$; 6) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{8}-3}$; 7) $(\sqrt{2})^3$; 8) $\left(\frac{\pi}{2}\right)^e$.

5. Подайте у вигляді степеня числовий вираз:

1) $\frac{\sqrt[4]{27}}{9}$; 2) $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt{125}}$; 3) $\sqrt[6]{\left(\frac{2}{3}\right)^{11}}$;
4) $\sqrt[3]{\left(\frac{1}{25}\right)^5}$; 5) $\sqrt[3]{\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{4}}$; 6) $\frac{3\sqrt[3]{9}}{\sqrt{3}}$.

6. Подайте у вигляді степеня числовий вираз:

1) $343^{\frac{2}{3}}$; 2) $\left(\frac{27^3}{125^6}\right)^{\frac{2}{9}} \cdot 243^{-0,4}$; 3) $8^{\frac{8}{3}} : 81^{0,75}$;
4) $\left(\frac{64^4}{3^8}\right)^{\frac{1}{8}}$; 5) $8^{\frac{1}{2}} : \left(8^{\frac{1}{6}} \cdot 8^{\frac{2}{3}}\right)$; 6) $\left(1\frac{11}{25}\right)^{-0,5} \cdot \left(4\frac{17}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}$.

7. Подайте у вигляді степеня числовий вираз:

- 1) $8^{\sqrt{5}} \cdot 8^{-\sqrt{5}}$; 2) $\left((0,5)^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{8}}$; 3) $\left(5^{1+\sqrt{2}}\right)^{1-\sqrt{2}}$;
 4) $3^{2\sqrt{2}} : 9^{\sqrt{2}}$; 5) $2^{2-3\sqrt{5}} \cdot 8^{\sqrt{5}}$; 6) $\left(5^{2-\sqrt{5}}\right)^{2+\sqrt{5}} - (\sqrt{5})^0$.

8. Обчисліть:

- 1) $4^{3,5} : 4^3$; 2) $8^{\frac{2}{3}} : 8^2$; 3) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-6,3} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-2,3}$; 4) $\left(\frac{2}{3}\right)^{2,4} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-0,6}$.

Рівень В

1. Обчисліть:

- 1) $8^{\frac{2}{3}} : 81^{0,75}$; 2) $\left(1\frac{11}{25}\right)^{-0,5} \cdot \left(4\frac{17}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$;
 3) $\left(5^{1+\sqrt{2}}\right)^{1-\sqrt{2}}$; 4) $\left(5^{2-\sqrt{5}}\right)^{2+\sqrt{5}} - (\sqrt{5})^0$.

2. Обчисліть:

- 1) $2^{1-2\sqrt{7}} \cdot 4^{\sqrt{7}+1}$; 2) $3^{(\sqrt{5}+1)^2} : 3^{2\sqrt{5}+4}$; 3) $9^{\sqrt{5}-1} \cdot 3^{3-2\sqrt{5}}$; 4) $4^{(1-\sqrt{7})^2} : 4^{6-2\sqrt{7}}$.

3. Подайте число у вигляді степеня:

- 1) $\sqrt[4]{27}$; 2) $\frac{8}{125}$; 3) $\frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^{11}}$;
 4) $\sqrt[3]{\left(\frac{1}{5}\right)^5}$; 5) $3\sqrt[3]{9}$; 6) $\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$;

4. Обчисліть значення виразу:

- 1) $243^{0,4}$; 2) $(27^3)^{\frac{2}{9}}$; 3) $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{2}{9}}$; 4) $8^{\frac{2}{3}} : 81^{0,75}$.

5. Спростіть вираз:

- 1) $\left(2^{\sqrt{2}-1} + 2^{\sqrt{2}+1}\right) : 2^{\sqrt{2}}$; 2) $(3^\pi + 3^{\pi-2}) : 3^\pi$.
 3) $\left((\sqrt{2})^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}} - 8^{\sqrt{2}} : 2^{3\sqrt{2}}$; 4) $9^{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{\sqrt{3}-1} - 9^\pi : 9^{\pi-1}$.

6. Спростіть вираз:

- 1) $25^{\cos^2 \frac{\pi}{6}} : 25^{\sin^2 \frac{\pi}{6}} - 0,09 \cdot 0,09^{\cos^2 \pi}$; 2) $64 : 64^{\cos 120^\circ} - 13^{\cos^2 \frac{\pi}{13} \cdot 13^{\sin^2 \frac{\pi}{13}}}$.

7. Спростіть вираз:

- 1) $\left(x^{\frac{1}{3}} - 1\right) \left(x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{3}} + 1\right)$; 2) $(a-8) : \left(a^{\frac{1}{3}} - 2\right)$;
 3) $\left(n^{\frac{1}{3}} + 2\right) \left(n^{\frac{2}{3}} - 2n^{\frac{1}{3}} + 4\right)$; 4) $(1-x) : \left(1 + x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{2}{3}}\right)$.

8. Спростіть вираз:

- 1) $25^{\cos^2 \frac{\pi}{6}} : 25^{\sin^2 \frac{\pi}{6}} - 0,09 \cdot 0,09^{\cos^2 \frac{2\pi}{3}}$; 2) $64 : 64^{\cos 120^\circ} - 13^{\cos^2 \frac{\pi}{13} \cdot 13^{\sin^2 \frac{\pi}{13}}}$.

Рівень С

1. За властивостями показникової функції визначте знак виразу:

- 1) $4^{0,7} - 8^{0,4}$;
- 2) $0,25^{1,1} - 32^{-0,92}$;
- 3) $2^{1,1} - 3^{-0,1} - 0,5^{-0,9} + 1$;
- 4) $\sqrt{27} - 3 \cdot 9^{0,3} - 3^{-0,001}$.

2. Подайте у вигляді степеня:

- 1) $\frac{a^{\frac{1}{2}} a^{0,5}}{a^{\frac{2}{3}}}$;
- 2) $\frac{x^{\frac{1}{3}} x^{\frac{7}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}}$;
- 3) $(y^{2,5})^2 (\sqrt[5]{y})^{-1}$;
- 4) $\sqrt[7]{y^2} \left(y^{-\frac{3}{14}} \right)^2$.

3. Подайте у вигляді степеня:

- 1) $x^{-2\sqrt{2}} \left(\frac{1}{x^{-\sqrt{2}-1}} \right)^{\sqrt{2}+1}$;
- 2) $\left(\frac{a^{\sqrt{3}}}{a^{\sqrt{3}-1}} \right)^{\sqrt{8}+1} \cdot \frac{a^{-1-\sqrt{3}}}{a^{-2}}$.

4. Спростіть вираз:

- 1) $b^{(\sqrt{3}-1)^2} \cdot b^{2\sqrt{3}}$;
- 2) $a^e \cdot \sqrt[3]{a^3 : a^{3e}}$;
- 3) $(b^{\sqrt[3]{9}})^{\sqrt[3]{3}}$;
- 4) $(a^3 b)^{\sqrt{3}} : a^{\sqrt{27}} \cdot b^{1-\sqrt{3}}$.

5. Спростіть вираз:

- 1) $\frac{(x^{2\sqrt{3}} - 1)(x^{2\sqrt{3}} + x^{\sqrt{3}} + x^{3\sqrt{3}})}{x^{4\sqrt{3}} - x^{\sqrt{3}}}$;
- 2) $\frac{a-1}{a^{0,75} + a^{0,5}} \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{2}} + 1}$;
- 3) $(x^\pi + y^\pi)^2 - \left(\left(4^{\frac{1}{\pi}} x^2 y^2 \right)^\pi \right)^{0,5}$;
- 4) $\left(a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} - \frac{ab}{a + a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}} \right) \left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}} \right)$.

6. Спростіть вираз:

- 1) $\frac{c-1}{c+\sqrt{c}+1} : \frac{c^{0,5}+1}{c^{1,5}-1} + 2c^{\frac{1}{2}}$;
- 2) $\frac{2(x^{0,25} - y^{0,25})}{x^{-\frac{1}{2}} y^{-\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{4}} y^{-\frac{1}{2}}} - x - y$;
- 3) $\frac{x-y}{x^{\frac{3}{4}} + x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{\pi}{4}}} \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{\pi}{4}} + x^{\frac{1}{4}} y^{\frac{\pi}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{\pi}{2}}}$;
- 4) $\frac{-b}{a + a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{a - a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2}$.

7. Спростіть вираз:

- 1) $2^{\sin^2 \frac{\pi}{6}} \cdot 2^{\cos^2 \frac{\pi}{6}} + \left(3^{\operatorname{tg} \frac{\pi}{7}} \right)^{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{7}}$;
- 2) $\left(4^{2 \sin \frac{\pi}{12}} \right)^{\cos \frac{\pi}{12}} + \left(0,9^{2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}} \right)^{\frac{1}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}}}$.

8. Відомо, що функція $y = x^{\sqrt{2}}$ при $x = c$ має значення m . Чому дорівнює значення цієї функції при: 1) $x = 2c$; 2) $x = c^{-2}$?

Рефлексія

Напишіть закінчення речення.

Сьогодні я вивчив/вивчила

Найскладнішим для мене було

Тепер я можу

Можливі теми проєктів

- 1.** Розрахунок складних відсотків за допомогою показникових виразів.
- 2.** Порівняння значень виразів із дійсними показниками без калькулятора.
- 3.** Використання систем комп'ютерної математики для обчислення та спрощення показникових виразів.







