

Урок 8. Урок–практикум. Розв'язування показникових рівнянь

РОБОЧИЙ АРКУШ

(моє ім'я)

I. Очікувані результати навчальних досягнень

На уроці ви:

повторите означення та основні властивості показникової функції, необхідні для розв'язування показникових рівнянь;

навчитеся розв'язувати показникові рівняння різними методами (зведення до спільної основи, заміни змінної, винесення спільного множника, розкладу на множники);

удосконалите вміння обирати раціональний метод розв'язування показникового рівняння залежно від його виду;

навчитеся розв'язувати комбіновані показникові рівняння, що містять показникові вирази з алгебричними виразами;

зможете застосовувати вивчені методи для розв'язування практичних і прикладних задач, що зводяться до показникових рівнянь.

II. Повторення

1. Розв'яжіть рівняння $\left(1\frac{1}{2}\right)^{x+4} = \left(\frac{2}{3}\right)^{1-3x}$.
2. Не виконуючи побудови, знайдіть абсцису точки перетину графіка функції $f(x) = \sqrt{2^x \cdot 7^x}$ і прямої $y = 14$.
3. Укажіть множину значень функції $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 3$.
4. Графік функції $f(x) = a^x$ проходить через точку $M(2; 0,04)$. Чому дорівнює a ?
5. Обчисліть $\left(27^{-\frac{1}{\sqrt{3}}}\right)^{\frac{1}{\sqrt{3}}}$.

Усі степені в цьому рівнянні можна подати, як степені з основами 2 і 3, оскільки $4^x = (2^2)^x = 2^{2x}$, $9^x = (3^2)^x = 3^{2x}$, $6^x = (2 \cdot 3)^x = 2^x \cdot 3^x$.

Отримаємо рівняння $2^{2x} + 3 \cdot 2^x \cdot 3^x - 4 \cdot 3^{2x} = 0$.

Усі добутки, розташовані в лівій частині цього рівняння, мають однаковий степінь 2.

Розв'язують однорідне рівняння діленням обох його частин на найбільший степінь однієї з основ.

Наприклад, якщо розділити обидві частини рівняння на $3^{2x} \neq 0$, то отримаємо

$$\frac{2^{2x}}{3^{2x}} + \frac{3 \cdot 2^x \cdot 3^x}{3^{2x}} - \frac{4 \cdot 3^{2x}}{3^{2x}} = 0 \text{ або після скорочення } \frac{2^{2x}}{3^{2x}} + 3 \cdot \frac{2^x}{3^x} - 4 = 0.$$

В останньому рівнянні $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x - 4 = 0$ можна ввести заміну $\left(\frac{2}{3}\right)^x = t$.

Приклад 3. Розв'яжіть рівняння $\frac{6}{3^x} - \frac{4}{3^x + 1} = 1$.

[illegible]

V. Розв'язування практичної задачі

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Певна біологічна культура зі 100 бактерій розмножується, у сприятливих умовах, за законом $N(t) = N_0 e^{kt}$, де $N(t)$ — кількість бактерій у момент часу t , N_0 — кількість бактерій у початковий момент часу ($t = 0$), k — деяка константа, коефіцієнт уповільнення росту. Через 12 год виявилось, що кількість бактерій досягла 6400 штук. Скільки бактерій буде через дві доби від початку дослідів з їхнього розмноження?

VI. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С

Рівень А

1. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \left(\frac{1}{9}\right)^{2x-3} = 3^{5x-1}; \quad 2) \left(\frac{5}{6}\right)^{1-2x} = \left(\frac{6}{5}\right)^{2-x}; \quad 3) 9^{-x} = 27; \quad 4) 3^{8-2x} = 1.$$

2. Розв'яжіть рівняння:

1) $2^{x+2} + 2^x = 5$; 2) $3^{x+2} + 3^x = 30$; 3) $5^{x+1} - 3 \cdot 5^{x-2} = 122$; 4) $3^{x+1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 69$.

3. Розв'яжіть рівняння:

$$\begin{array}{ll} 1) 9^x - 2 \cdot 3^x = 63; & 2) 9^x - 6 \cdot 3^x - 27 = 0; \\ 3) 4^x - 14 \cdot 2^x - 32 = 0; & 4) 4^x - 3 \cdot 2^x = 40. \end{array}$$

4. Розв'яжіть рівняння:

1) $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$;

2) $3^{2x+4} + 45 \cdot 6^x = 9 \cdot 2^{2x+2}$;

3) $18^x - 8 \cdot 6^x - 9 \cdot 2^x = 0$;

4) $12^x - 6^{x+1} + 8 \cdot 3^x = 0$.

5. Розв'яжіть графічно рівняння:

1) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = x + 1$; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x - \frac{1}{2}$; 3) $2^x = -x - \frac{7}{4}$; 4) $3^x = 11 - x$.

6. Розв'яжіть рівняння:

1) $5^{2x} + 4 \cdot 5^x - 5 = 0$; 2) $6^{2x} - 5 \cdot 6^x - 6 = 0$; 3) $3^{2x} - 2 \cdot 3^x = 3$; 4) $49^x - 6 \cdot 7^x - 7 = 0$.

7. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{8}{5^x - 3} - \frac{6}{5^x + 1} = 3$; 2) $\frac{6}{4^x - 2} - \frac{5}{4^x + 1} = 2$.

8. Розв'яжіть рівняння:

1) $2^x + 2^{2-x} = 5$; 2) $3^x + 3^{2-x} = 10$; 3) $2^{x+1} + 4^x = 80$; 4) $\frac{3^x + 3^{-x}}{3^x - 3^{-x}} = 2$.

Рівень В

1. Розв'яжіть рівняння:

1) $3^{\frac{6x-3}{x}} = \sqrt[4]{27^{2x-1}}$; 2) $5^{\frac{6x+3}{x}} = \sqrt[4]{125^{2x+1}}$; 3) $10^{2x} = 0,1 \cdot \sqrt{1000}$; 4) $2^{3x-1} = \sqrt[4]{256^x}$.

2. Розв'яжіть рівняння:

1) $4 \cdot 9^{1,5x-1} - 27^{x-1} = 33$; 2) $4^{\frac{x}{2}-2} + 2^{x-5} - 2^{x-7} = 704$;
3) $5^{x-1} + 1 = 25^{\frac{x}{2}-1} + 5$; 4) $0,2^{3-2x} + 3 \cdot 0,04^{2-x} = 8$.

3. Розв'яжіть рівняння:

1) $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$; 2) $5^x - 0,2 \cdot 5^{\frac{x-3}{2}} = 0$;
3) $5^x - 0,2^{x-1} = 4$; 4) $2^{x+1} + 0,5^{x-1} = 5$.

4. Розв'яжіть рівняння:

1) $9^x + 6^x = 2^{2x+1}$; 2) $25^{2x+6} + 16 \cdot 4^{2x+4} = 20 \cdot 10^{2x+5}$;
3) $5 \cdot 3^{2x} + 15 \cdot 5^{2x-1} = 8 \cdot 15^x$; 4) $4^{\frac{1}{x}} + 6^{\frac{1}{x}} = 2 \cdot 9^{\frac{1}{x}}$.

5. Установіть при яких значеннях параметра a має корені рівняння:

1) $2^x = a$; 2) $\sqrt[3]{3^x} = -a$; 3) $8^{3x+1} = a + 3$; 4) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = a^2$.

6. Розв'яжіть рівняння:

1) $7^x = 9^x$; 2) $5 \cdot 3^x - 3 \cdot 5^x = 0$;
3) $2^{x+3} - 3^x = 3^{x+1} - 2^x$; 4) $4^{x+1} + 4 \cdot 3^x = 3^{x+2} - 4^x$.

7. Розв'яжіть рівняння:

1) $2^{2x} + 2^x \cdot 5^x - 2 \cdot 5^{2x} = 0$; 2) $3^{2x} + 2 \cdot 3^x \cdot 7^x - 3 \cdot 7^{2x} = 0$;
3) $4^x = 3 \cdot 49^x - 2 \cdot 14^x$; 4) $4 \cdot 9^x - 7 \cdot 12^x + 3 \cdot 16^x = 0$.

8. Розв'яжіть графічно рівняння:

1) $2^x = 3 - x$; 2) $3^x = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; 3) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x + 3$; 4) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = x + 1$.

Рівень С

1. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 4^{x-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2+3x-1}; \quad 2) 27^{|x^2-2|} = 81; \quad 3) \left(\cos \frac{\pi}{6}\right)^{2x-2} = 1\frac{7}{9}; \quad 4) \left(\sin \frac{5\pi}{6}\right)^{3x-4} = \sqrt{8}.$$

2. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 9^x - 2^{x+\frac{1}{2}} = 2^{x+\frac{7}{2}} - 3^{2x-1}; \quad 2) 4^x - 3^{x+\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{3}{2}} - 7 \cdot 2^{2x-1};$$

$$3) 5^{x-1} - 27 \cdot 0,04^{2-x} - 17 \cdot 3^{2x-4} - 3^{2x} = 0; \quad 4) 2^{3x+1} + 0,25^{\frac{1-3x}{2}} - 4^{\frac{3x}{2}} = 192.$$

3. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 5^{x^3+1} - 5^{1-x^3} = 24; \quad 2) 2^{\sin^2 x} + 5 \cdot 2^{\cos^2 x} = 7;$$

$$3) 4^{\cos 2x} + 4^{\cos^2 x} = 3; \quad 4) \sqrt[3]{49^x} + 1 = 50\sqrt[3]{7^{x-3}}.$$

4. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 5^{2x^2-1} - 3 \cdot 5^{(x+1)(x+2)} = 2 \cdot 5^{6(x+1)}; \quad 2) 3^{2x^2-1} - 3^{(x-1)(x+5)} = 2 \cdot 3^{8(x-1)}.$$

5. Розв'яжіть графічно рівняння:

$$1) 2^x = 3 - 2x - x^2; \quad 2) 3^{-x} = \sqrt{x}; \quad 3) \left(\frac{1}{3}\right)^x = -\frac{3}{x}; \quad 4) \left(\frac{1}{2}\right)^x = x^3 - 1.$$

6. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 6^{x-1} + 6^x; \quad 2) 9^{x+\frac{1}{2}} - 2^{x+1} = 2^{x+4} - 3^{2x}.$$

7. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 12^x + 12^{x+1}; \quad 2) 4^{x+\frac{1}{2}} - 3^{x+1} = 3^{x+2} - 7 \cdot 2^{2x}.$$

8. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 8^{1+x^2} - 8^{1-x^2} = 63; \quad 2) 3^{2+x^2} - 3^{2-x^2} = 24;$$

$$3) 9^x - 2 \cdot 4^x + 6^x = 0; \quad 4) 25^x + 3 \cdot 10^x - 4 \cdot 4^x = 0.$$

Рефлексія. «Плюс-Мінус-Цікавинка»

(+) що було зрозумілим:

.....

.....

(-) що залишилося незрозумілим:

.....

.....

(?) що здивувало або зацікавило:

.....

.....

Можливі теми проєктів

1. Створення лепбуку «Розв'язування показникових рівнянь та їхніх систем».
2. Графічний метод розв'язування показникових рівнянь з параметрами.

- 3.** Використання комп'ютерних засобів для розв'язування показникових рівнянь та їхніх систем.
- 4.** Застосування нерівностей при розв'язуванні показникових рівнянь.
- 5.** Показникові рівняння в задачах математичного моделювання.







