

# 11

## Тема 4.

# Показникова функція

### Урок 9. Розв'язування систем показникових рівнянь. Розв'язування показникових рівнянь з параметрами

**Тип уроку:** урок засвоєння нових знань.

#### План уроку

1. Розв'язування систем показникових рівнянь.
2. Розв'язування показникових рівнянь алгебричними методами.
3. Розв'язування показникових рівнянь з параметрами.

#### Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

виокремлює в конкретній специфічній проблемній ситуації її складові частини, які можуть бути розв'язані математичними методами [12 МАО 1.1.1–2 П];

обирає серед кількох різних стратегій розв'язання специфічних проблемних ситуацій таку, що задовольняє певні умови [12 МАО 2.2.2–1 П];

здійснює перехід від абстрактного до конкретного та від конкретного до абстрактного [12 МАО 2.3.1–2 П];

визначає, яких даних недостатньо чи є надлишкові дані, під час розв'язання специфічної проблемної ситуації [12 МАО 3.1.2–1 П];

робить висновки щодо застосування математичних понять і фактів [12 МАО 4.1.2–1 П].

#### Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Сформулюйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку. Запитання можна лише сформулювати, а відповіді на них давати поступово впродовж викладення матеріалу.
- 2) Запропонуйте учням/ученицям, на ваш вибір, завдання на повторення вивченого.
- 3) Сформулюйте практичну задачу (без розв'язання). Розв'язання пропонуємо у вигляді групової роботи наприкінці уроку.
- 4) До теоретичних тверджень наведено ілюстративні приклади. Обирайте ілюстративні приклади на ваш розсуд.

- 5) Увесь запропонований матеріал неможливо подати в часових вимірах одного уроку, тому обирайте кількість матеріалу на ваш розсуд.
- 6) Заплануйте розв'язання практичної задачі як групову активність. Об'єднайте учнів/учениць у кілька груп. Під час розв'язання задачі групами важливо формувати комунікаційні навички, знаходити математичного партнера, з яким під силу розв'язати задачу, інтегрувати здобуті знання у розв'язання практичних задач.
- 7) Пропонуйте учням/ученицям самотужки або в групах розв'язувати тренувальні завдання за трьома рівнями складності, на вибір учня/учениці. Формуйте навички розв'язання прикладів і задач та навчайте учнів/учениць самостійної роботи над завданнями.
- 8) Мотивуйте учнів/учениць до проектної діяльності. Створення проєктів та їхній захист можуть бути альтернативою контрольної роботи з теми.
- 9) Можливі теми для створення проєктів запропоновані. Також темами проєктів можуть бути запропоновані вами практичні завдання за рівнями складності А, В, С. Якщо учень/учениця розв'язали завдання рівня А, то для проєкту вони можуть обрати рівень В або рівень С.
- 10) Запропонуйте учням/ученицям заповнити лист рефлексії.

## I. Організаційна частина (2 хв)

### Мотиваційні запитання

- 1) Чи можна за допомогою показникових рівнянь з'ясувати, коли обсяг інформації подвоїться, якщо відома швидкість її зростання?
- 2) Чому важливо вміти обирати найефективніший метод розв'язування показникового рівняння чи системи рівнянь?
- 3) Чи завжди можна розв'язати показникове рівняння, якщо основи степенів різні?
- 4) Чому багато технологій ґрунтуються на експоненціальних процесах та потребах розв'язувати показникові рівняння та їхні системи?
- 5) Чи допомагає знання різноманітних алгебричних методів при розв'язуванні показникових рівнянь та їхніх систем?

## II. Повторення (3–4 хв)

1. Розв'яжіть рівняння  $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1,5$ .  
Відповідь.  $-1$ .
2. Розв'яжіть систему рівнянь 
$$\begin{cases} x + y = 3, \\ xy + x^2 = 3. \end{cases}$$
  
Відповідь.  $(1; 2)$ .

3. Знайдіть область визначення функції  $f(x) = \frac{\sqrt[4]{7-2x}}{4^x - 16}$ ?

Відповідь.  $D(f) = (-\infty; 2) \cup (2; 3,5]$ .

4. Розв'яжіть рівняння  $4^x - 14 \cdot 2^x = 32$ .

Відповідь. 4.

5. Обчисліть:  $81^{0,25} - 9^{0,5} - (0,2)^{-2}$ .

Відповідь. -25.

### Як я вирішую певну проблему?

**Задача.** Лаборант досліджує певну культуру бактерій, яка складається з бактерій двох видів. На початку дослідження було по 1000 бактерій кожного виду. Бактерії першого виду подвоюються кожні 3 години, а бактерії другого — кожні 6 годин. Лаборанту потрібно визначити, через скільки годин бактерій першого виду буде на 56000 більше, ніж другого виду.

## III. Розв'язування систем показникових рівнянь

При розв'язуванні систем показникових рівнянь використовують методи, аналогічні методам розв'язування систем алгебричних рівнянь, а саме: метод підстановки, метод додавання рівнянь системи, метод множення рівнянь системи, метод заміни змінних тощо. Проілюструємо деякі з методів на конкретних прикладах.

### Ілюстративні приклади (10–12 хв)

6. Розв'яжіть систему рівнянь 
$$\begin{cases} 6^{3x-y} = \sqrt{6}, \\ 2^{y-2x} = \sqrt{2^{-1}}. \end{cases}$$

Розв'язання. 
$$\begin{cases} 6^{3x-y} = \sqrt{6}, \\ 2^{y-2x} = \sqrt{2^{-1}}; \end{cases} \begin{cases} 6^{3x-y} = 6^{\frac{1}{2}}, \\ 2^{y-2x} = 2^{-\frac{1}{2}}; \end{cases} \begin{cases} 3x-y = \frac{1}{2}, \\ y-2x = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

Додамо рівняння системи, отримаємо:  $x = 0$ .

Підставивши  $x = 0$  у друге рівняння системи, отримаємо:  $y = -\frac{1}{2}$ .

Відповідь.  $\left(0; -\frac{1}{2}\right)$ .

7. Розв'яжіть систему рівнянь 
$$\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 24, \\ 2^y \cdot 3^x = 54. \end{cases}$$

Розв'язання. 1) Перемножимо рівняння даної системи:  $2^x \cdot 3^y \cdot 2^y \cdot 3^x = 24 \cdot 54$ ,  $6^x \cdot 6^y = 4 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 6$ ,  $6^{x+y} = 6^4$ ,  $x + y = 4$ .

2) Поділимо перше рівняння системи на друге:  $\frac{2^x \cdot 3^y}{2^y \cdot 3^x} = \frac{24}{54}$ ,  $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-y} = \frac{4}{9}$ ,

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x-y} = \left(\frac{2}{3}\right)^2, \quad x - y = 2.$$

Отже, розв'яжемо систему  $\begin{cases} x + y = 4, \\ x - y = 2, \end{cases}$  рівносіильну початковій.

Додамо рівняння останньої системи:  $2x = 6, x = 3.$

Тоді  $3 + y = 4, y = 1.$

*Відповідь.* (3; 1).

**8.** Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} y^{\frac{1}{x}} = 3, \\ y^x = 81. \end{cases}$

*Розв'язання.* Піднесемо обидві частини першого рівняння до степеня  $x$ :

$$\left(y^{\frac{1}{x}}\right)^x = 3^x, \quad y = 3^x.$$

Оскільки  $y^x = 81$ , то  $(3^x)^x = 3^4, 3^{x^2} = 3^4, x^2 = 4.$

Отже,  $x = 2$  або  $x = -2.$

1) Якщо  $x = 2$ , то  $y = 3^2 = 9.$

2) Якщо  $x = -2$ , то  $y = 3^{-2} = \frac{1}{9}.$

*Відповідь.* (2; 9);  $\left(-2; \frac{1}{9}\right).$

**9.** Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} 7^{2x} - 7^x \cdot y = 28, \\ y^2 - y \cdot 7^x = -12. \end{cases}$

*Розв'язання.* Додамо рівняння системи:

$$7^{2x} - 2 \cdot 7^x \cdot y + y^2 = 16, \quad (7^x - y)^2 = 16. \text{ Звідки } 7^x - y = 4 \text{ або } 7^x - y = -4.$$

1) Якщо  $7^x - y = 4$ , то  $y = 7^x - 4.$

Підставимо вираз для  $y$  у перше рівняння системи:  $7^{2x} - 7^x(7^x - 4) = 28.$

$$7^{2x} - 7^{2x} + 4 \cdot 7^x = 28, \quad 4 \cdot 7^x = 28, \quad 7^x = 7, \quad x = 1. \text{ Тоді } y = 7 - 4 = 3.$$

2) Якщо  $7^x - y = -4$ , то  $y = 7^x + 4.$

Підставимо вираз для  $y$  у перше рівняння системи:

$$7^{2x} - 7^x(7^x + 4) = 28, \quad 7^{2x} - 7^{2x} - 4 \cdot 7^x = 28, \quad -4 \cdot 7^x = 28, \quad 7^x = -7.$$

Рівняння не має розв'язків.

*Відповідь.* (1; 3).

## IV. Розв'язування показникових рівнянь алгебричними методами (2 хв)

Алгебричні методи розв'язування рівнянь — це способи знаходження розв'язків рівнянь за допомогою алгебричних перетворень.

Наведемо орієнтовний перелік цих методів.

1. Зведення рівняння до однієї основи, користуючись алгебричними перетвореннями: «перенесенням» доданків із однієї частини рівняння в іншу, зведенням подібних доданків, розкриттям дужок, використанням властивостей степенів тощо.
2. Застосування методу розкладання виразів, які утворюють рівняння, на множники.
3. Застосування методу заміни змінних. Зокрема, зведення показникових рівнянь до квадратних чи дробово-раціональних рівнянь та зведення показникових рівнянь до однорідних.

### Ілюстративні приклади (6–8 хв)

- 10.** Розв'яжіть рівняння  $9^x - 2^{x-0,5} = 0,4(2^{x+0,5} + 3^{2x})$ .

*Розв'язання.*  $9^x - 2^{x-0,5} = 0,4(2^{x+0,5} + 3^{2x})$ ,  $9^x - 2^{x-0,5} = 0,4 \cdot 2^{x+0,5} + 0,4 \cdot 9^x$ ,  
 $9^x - 0,4 \cdot 9^x = 0,4 \cdot 2^{x+0,5} + 2^{x-0,5}$ ,  $9^x(1 - 0,4) = 2^{x-0,5}(0,4 \cdot 2 + 1)$ ,  $9^x \cdot 0,6 = 2^{x-0,5} \cdot 1,8$ ,  
 $\frac{9^x \cdot 0,6}{1,8} = 2^{x-0,5}$ ,  $\frac{9^x}{3} = 2^{x-0,5}$ ,  $\frac{9^x}{9^{0,5}} = 2^{x-0,5}$ ,  $9^{x-0,5} = 2^{x-0,5}$ ,  $\frac{9^{x-0,5}}{2^{x-0,5}} = 1$ ,  $\left(\frac{9}{2}\right)^{x-0,5} = \left(\frac{9}{2}\right)^0$ ,  
 $x - 0,5 = 0$ ,  $x = 0,5$ .

*Відповідь.* 0,5.

- 11.** Розв'яжіть рівняння  $8^{x^2} + 2^{2x^2-x} - 3 \cdot 2^{(x-1)^2} = 0$ .

*Розв'язання.*  $8^{x^2} + 2^{2x^2-x} - 3 \cdot 2^{(x-1)^2} = 0$ ,  $2^{3x^2} + 2^{2x^2-x} - 3 \cdot 2 \cdot 2^{x^2-2x} = 0$ ,  
 $2^{x^2-2x} \left( \frac{2^{3x^2}}{2^{x^2-2x}} + \frac{2^{2x^2-x}}{2^{x^2-2x}} - 6 \right) = 0$ ,  $2^{x^2-2x} (2^{2x^2+2x} + 2^{x^2+x} - 6) = 0$ .

Оскільки  $2^{x^2-2x} > 0$ , то  $2^{2x^2+2x} + 2^{x^2+x} - 6 = 0$ .

Нехай  $2^{x^2+x} = t$ , тоді  $t^2 + t - 6 = 0$ , звідки  $t = 2$  або  $t = -3$ .

1)  $t = 2$ .

$$2^{x^2+x} = 2, \quad x^2 + x = 1, \quad x^2 + x - 1 = 0.$$

$$D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 5.$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}, \quad x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}.$$

2)  $t = -3$ ,  $2^{x^2+x} = -3$  – рівняння коренів не має.

*Відповідь.*  $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ .

## V. Розв'язування показникових рівнянь з параметрами

Для розв'язування показникових рівнянь, що містять параметри, застосовують ті самі методи, що й для рівнянь загального виду, а саме: використання властивостей показникової функції, метод заміни змінної, зведення до спільної основи, розклад на множники та аналіз області допустимих значень. Особливу увагу приділяють дослідженню кількості розв'язків залежно від значень параметра.

## Ілюстративні приклади (8–10 хв)

- 12.** При яких значеннях параметра  $a$  рівняння  $9^x - (4a + 2) \cdot 3^x - 5a^2 + 34a - 24 = 0$  має два різних розв'язки?

*Розв'язання.* Нехай  $3^x = t > 0$ . Тоді рівняння набуде вигляду

$$t^2 - 2(2a + 1)t - 5a^2 + 34a - 24 = 0.$$

Знайдемо дискримінант квадратного рівняння:

$$\frac{D}{4} = (2a + 1)^2 + 5a^2 - 34a + 24 = (3a - 5)^2.$$

Отже, корені рівняння:

$$t_1 = 2a + 1 - (3a - 5) = 6 - a;$$

$$t_2 = 2a + 1 + (3a - 5) = 5a - 4.$$

Щоб початкове рівняння мало два різних корені, потрібне виконання умов:

$$\begin{cases} t_1 \neq t_2, \\ t_1 > 0, \\ t_2 > 0, \end{cases} \begin{cases} 6 - a \neq 5a - 4, \\ 6 - a > 0, \\ 5a - 4 > 0, \end{cases} \begin{cases} a \neq \frac{5}{3}, \\ a < 6, \\ a > \frac{4}{5}. \end{cases}$$

$$\text{Отже, } a \in \left(\frac{4}{5}; \frac{5}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{3}; 6\right).$$

$$\text{Відповідь. } a \in \left(\frac{4}{5}; \frac{5}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{3}; 6\right).$$

- 13.** Знайдіть усі параметра  $a$ , при яких рівняння  $4^x - a \cdot 2^x - a + 3 = 0$  має хоча б один розв'язок.

*Розв'язання.* Уведемо заміну  $2^x = t > 0$ , тоді початкове рівняння набуде вигляду  $t^2 - at - a + 3 = 0$ .

Щоб рівняння мало хоча б один розв'язок, потрібно і достатньо, щоб квадратний тричлен  $t^2 - at - a + 3$  мав хоча б один додатний корінь.

Отже, дискримінант квадратного тричлена має бути невід'ємний.

$$\text{Отже, } D = a^2 - 4(3 - a) = a^2 + 4a - 12 = (a - 2)(a + 6).$$

Тоді  $D \geq 0$ , якщо  $a \leq -6$  або  $a \geq 2$ .

$$\text{Корені } t_1 \text{ і } t_2 \text{ рівняння задовольняють систему рівнянь } \begin{cases} t_1 t_2 = 3 - a, \\ t_1 + t_2 = a. \end{cases}$$

При  $a \leq -6$  маємо  $t_1 t_2 > 0$ ,  $t_1 + t_2 < 0$ . Тому обидва корені  $t_1$  і  $t_2$  від'ємні.

При  $a \geq 2$  маємо  $t_1 + t_2 > 0$ . Тоді хоча б один із коренів  $t_1$  або  $t_2$  додатний.

Отже, при  $a \geq 2$  рівняння має хоча б один розв'язок.

*Відповідь.*  $a \in [2; +\infty)$ .

## VI. Розв'язування практичної задачі. Групова активність (5–7 хв)

### Як я вирішую певну проблему?

**Задача.** Лаборант досліджує певну культуру бактерій, яка складається з бактерій двох видів. На початку дослідження було по 1000 бактерій кожного виду. Бактерії першого виду подвоюються кожні 3 години, а бактерії другого — кожні 6 годин. Лаборанту потрібно визначити, через скільки годин бактерій першого виду буде на 56000 більше, ніж другого виду.

*Розв'язання.* Оскільки бактерії першого виду подвоюються кожні 3 години, а бактерії другого — кожні 6 годин, то через  $t$  годин бактерій першого виду буде  $1000 \cdot 2^{\frac{t}{3}}$ , а другого —  $1000 \cdot 2^{\frac{t}{6}}$ .

За умовою, бактерій першого виду через  $t$  годин стало на 56 000 більше, ніж другого, звідки маємо рівняння:

$$1000 \cdot 2^{\frac{t}{3}} - 1000 \cdot 2^{\frac{t}{6}} = 56000, \quad 2^{\frac{t}{3}} - 2^{\frac{t}{6}} = 56.$$

Нехай  $2^{\frac{t}{6}} = a$ ,  $a > 0$ , тоді  $a^2 - a - 56 = 0$ .

За теоремою, оберненою до теореми Вієта,  $a_1 = 8$ ,  $a_2 = -7$ .

Оскільки  $2^{\frac{t}{6}} > 0$ , то  $2^{\frac{t}{6}} = 8$ ,  $\frac{t}{6} = 3$ ,  $t = 18$ .

Отже, через 18 годин бактерій першого виду буде на 56000 більше ніж другого.

*Відповідь.* Через 18 годин.

## VII. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

### Рівень А

**1.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $2^{2x} + 2^x \cdot 5^x - 2 \cdot 5^{2x} = 0$ ;

2)  $4^x + 3 \cdot 49^x - 2 \cdot 14^x = 0$ .

3)  $3^{2x} + 2 \cdot 3^x \cdot 7^x - 3 \cdot 7^{2x} = 0$ ;

4)  $4 \cdot 9^x - 7 \cdot 12^x + 3 \cdot 16^x = 0$ .

**2.** Розв'яжіть систему рівнянь:

1)  $\begin{cases} 2^{x+1} \cdot 3^{y+2} = 2, \\ x - y = 2; \end{cases}$

2)  $\begin{cases} 2^x \cdot 9^y = 648, \\ 3^x \cdot 4^y = 432. \end{cases}$

**3.** Розв'яжіть систему рівнянь:

1)  $\begin{cases} 27^{2x-1} = 243 \cdot 3^{4y+2}, \\ 3 \cdot 3^{x+y} = \sqrt{81^{2y-1}}; \end{cases}$

2)  $\begin{cases} 7^{\frac{1}{3}(x+y)} = 2401, \\ 6^{\frac{x+y}{2}} = 1296. \end{cases}$

3)  $\begin{cases} x - y = 2, \\ 3^x - 3^y = 24; \end{cases}$

4)  $\begin{cases} 5^x - 6^y = 589, \\ 5^{\frac{x}{2}} + 6^{\frac{y}{2}} = 31. \end{cases}$

**4.** Розв'яжіть систему рівнянь:

1)  $\begin{cases} 4^{x+y} = 16, \\ 5^{x+2y-1} = 1; \end{cases}$

2)  $\begin{cases} 3^{2y-x} = \frac{1}{81}, \\ 3^{x-y+2} = 27; \end{cases}$

3)  $\begin{cases} x + y = 3, \\ 2^x + 2^y = 6; \end{cases}$

4)  $\begin{cases} x - y = 2, \\ 3^x - 3^y = 24. \end{cases}$

**5.** Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} 3^{x+y} = 27, \\ 4^{x-y} = 0,25; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3^{2x-y} = 3, \\ 2^x + 2^y = 12. \end{cases}$$

**6.** Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} x + y = 5, \\ 4^x + 4^y = 80; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2^{2x} + 2^x \cdot y = 10, \\ y^2 + y \cdot 2^x = 15. \end{cases}$$

**7.** Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} 2^{x+y} = 16, \\ 3^y = 27^x; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 5^{2x-y} = 125, \\ 4^{x-y} = 4; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 0,5^{3x} \cdot 0,5^y = 0,5, \\ 2^{3x} \cdot 2^{-y} = 32; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 0,6^{x+y} \quad 0,6^x = 0,6, \\ 10^x \cdot 10^y = (0,01)^{-1}. \end{cases}$$

**8.** За якого найбільшого значення  $a$  рівняння  $3^x + (4a^2 + 10a) \cdot 3^{-x} = 4a + 5$  не має коренів? (Демонстраційний варіант НМТ, 2026 р.).

### Рівень В

**1.** Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} 3^{2x} - 5^y = -16, \\ 3^x - 5^{y/2} = -2; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 64^{2x} + 64^{2y} = 12, \\ 64^{x+y} = 4\sqrt{2}; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 3 \cdot 2^x - 2^{x+y+2} = 0, \\ 5 \cdot 2^{x+1} - 2^{x+y-1} = 16; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \left( (\sqrt[9]{5})^{2x} \right)^{3y} = 5^8, \\ \left( 7777^{(x-y-1)} \right)^{x^2+6y^2-60} = 1. \end{cases}$$

**2.** Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} \left( \frac{3}{2} \right)^{x-y} - \left( \frac{2}{3} \right)^{x-y} = \frac{65}{36}, \\ xy - x + y = 118. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2^x + 2^y = 12, \\ x + y = 5. \end{cases}$$

**3.** Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} 5^x - 6^y = 589, \\ \frac{x}{5^2} + \frac{y}{6^2} = 31; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^{y^2-15y+56} = 1, \\ y - x = 5. \end{cases}$$

**4.** Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} (\sqrt{3})^{x+2y} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{27}, \\ 0,1^x \cdot 10^{3y} = 10; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} (\sqrt{5})^{2x+y} = \sqrt{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt{5}, \\ \left( \frac{1}{5} \right)^x \cdot 5^y = 125. \end{cases}$$

**5.** Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} \sqrt{3^{x-1}} \cdot \sqrt{9^y} = 27, \\ 2^{2x+y} : 2^x = 64; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \sqrt{6^{x-2y}} : \sqrt{6^x} = \frac{1}{6}, \\ \left( \frac{1}{3} \right)^{2x-y} \cdot 3^{x-2y} = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

6. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} 25^{2x} + 25^{2y} = 30, \\ 25^{x+y} = 5\sqrt{5}. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 9^y \cdot 100^{\frac{1}{x}} = 2,7, \\ 25^y \cdot 10^{\frac{4}{x}} = \frac{5}{4}. \end{cases}$$

7. При яких значеннях параметра  $a$  рівняння  $9^x - (a+1) \cdot 3^x + 3a - 6 = 0$  має єдиний корінь?

8. При яких значеннях параметра  $a$  рівняння  $25^x + 5^{x+1} - a^2 + a + 6 = 0$  не має коренів?

## Рівень С

1. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} x \cdot 2^{x-y+1} + 3y \cdot 2^{2x+y} = 2, \\ 2x \cdot 2^{2x+y} + 3y \cdot 8^{x+y} = 1; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 11^{xz} - 2 \cdot 5^y = 71, \\ 11^z + 2 \cdot 5^{y/2} = 21, \\ 11^{(x-1)z+5^{y/2}} = 16. \end{cases}$$

2. Знайдіть  $x^2 - y^2$ , де  $(x; y)$  — розв'язок системи  $\begin{cases} 4^{1+\sqrt{x+3}} + 2(y-4)^2 = 2a-4, \\ (y-4)^2 - 4^{\sqrt{x+3}} = 7-2a. \end{cases}$

3. Знайдіть  $xy$ , де  $(x; y)$  — розв'язок системи  $\begin{cases} (x+2)^2 + 2 \cdot 3^{|y-2|} = a-1, \\ 3^{1+|y-2|} - (x+2)^2 = 4a-9. \end{cases}$

4. Знайдіть усі значення параметра  $a$  при яких система не має розв'язків:

$$1) \begin{cases} 3 \cdot 5^{y^2} + 2|x| = 21 - a, \\ 5^{1+y^2} - 3|x| = 11a + 16; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 7^{x+1} + 2y^2 = 3a + 31, \\ 2 \cdot 7^x - 7y^2 = 16a - 29. \end{cases}$$

5. Задано систему рівнянь  $\begin{cases} ax^2 + 3ax + 4^{1+\sqrt{y}} = 8, \\ x + 2 \cdot 4^{\sqrt{y}} = 1, \end{cases}$  де  $x, y$  — змінні,  $a$  — довільна стала.

Визначте всі розв'язки заданої системи залежно від значень  $a$ .

6. При яких значеннях параметра  $a$  рівняння  $(\sqrt{x} - a)(3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3) = 0$  має два різних корені?

7. При яких значеннях параметра  $a$  рівняння  $2^{|x|} = ax^2 + a^2$  має єдиний розв'язок?

8. При яких значеннях параметра  $a$  рівняння  $\left(\frac{1}{3}\right)^{|x|} = \left(a + \frac{1}{3}\right)x^2 + a^2$  має єдиний розв'язок?

## VIII. Рефлексія (1–2 хв)

1) На уроці я дізнався/дізналася .....

.....

.....

2) Мені найбільше запам'яталося .....

.....

.....

- 3) Для мене було найцікавішим . . . . .
- 4) Для мене було найскладнішим . . . . .
- 5) Я припустився/припустилася помилки . . . . .
- 6) Я хочу повторити, аби краще зрозуміти . . . . .
- 7) Поради собі до наступного уроку . . . . .

### Можливі теми проєктів

1. Моделювання росту популяцій з різною швидкістю розвитку.
2. Порівняння вкладів на різних банківських рахунках.
3. Математичне моделювання поширення вірусів.
4. Математичні моделі швидкості розповсюдження забруднювачів навколишнього середовища.
5. Моделювання навчального прогресу при різних стратегіях підготовки за допомогою показникових рівнянь та їхніх систем.

### Список використаних джерел

- 1) Крамор В. С. Задачі з параметрами і методи їх розв'язання / В. С. Крамор ; пер. з рос. А. Кравчука. — Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2012. — 416 с. : іл. — (Серія «Готуємося до математичних турнірів»).
- 2) Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра : підручник для 11 класу з поглибленим вивченням математики : у 2 ч. Ч. 1. — Харків : Гімназія, 2011. — 256 с. : іл.