

11

Тема 1.

Повторення властивостей тригонометричних функцій

Урок 1. Тригонометричні функції синус і косинус та їхні властивості

Тип уроку: урок узагальнення та систематизації знань.

План уроку

1. Функція синус. Графік функції та її властивості.
2. Функція косинус. Графік функції та її властивості.
3. Дослідження властивостей функцій, що містять синус та косинус.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

висловлює власне ставлення до здобутої інформації та нові ідеї, які виникли в результаті аналізу інформаційних джерел, наводить контраргументи [12 МАО 1.2.1–2 П];

впорядковує та перетворює інформацію математичного змісту в специфічних проблемних ситуаціях, зокрема із застосуванням інформаційних технологій [12 МАО 2.1.3–1 П];

обирає математичну модель розв'язання специфічної проблемної ситуації з урахуванням різних умов [12 МАО 3.2.2–1 П];

добирає доцільні математичні поняття, факти і послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 МАО 4.2.1–1 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Сформулюйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку.
- 2) Запропонуйте учням/ученицям, на ваш вибір, завдання на повторення вивченого. Завдання можна розв'язувати усно.
- 3) Сформулюйте практичну задачу (без розв'язання). Розв'язання пропонуємо у вигляді групової роботи наприкінці уроку.
- 4) До теоретичних тверджень наведено ілюстративні приклади. Обирайте ілюстративні приклади на ваш розсуд.

5) Обирайте кількість та зміст матеріалу на власний розсуд.

6) Заплануйте розв'язання практичної задачі. Об'єднайте учнів/учениць у кілька груп. Під час розв'язання задачі групами важливо формувати комунікаційні навички, знаходити математичного партнера, з яким під силу розв'язати задачу, інтегрувати здобуті знання у розв'язання практичних задач.

7) Запропонуйте учням/ученицям самотужки або в групах розв'язувати тренувальні завдання за трьома рівнями складності, на вибір учня/учениці. Формуйте навички розв'язання прикладів і задач та навчайте учнів/учениць самостійної роботи над завданнями.

8) Мотивуйте учнів/учениць до проєктної діяльності. Запропонуйте учням/ученицям обрати теми для індивідуальних (групових) проєктів. Створення проєктів та їхній захист можуть бути альтернативою контрольної роботи з теми.

9) Можливі теми для створення проєктів запропоновані. Також темами проєктів можуть бути практичні завдання за рівнями складності В або С.

I. Організаційна частина (2 хв)

Мотиваційні запитання

1) За допомогою яких функцій, як правило, описують коливальні рухи?

2) Чим корисна властивість періодичності?

3) Як допомагають знання про парність функції або її непарність при дослідженні властивостей функції?

4) Чи можна застосовувати монотонність функцій для порівняння чисел?

5) Як можна використовувати проміжки знакосталості функцій?

II. Повторення (3–4 хв)

1. Укажіть головний період функції $y = \cos 3\pi x$.

Відповідь. $\frac{2}{3}$.

2. Укажіть градусні міри кутів α ($0^\circ < \alpha < 360^\circ$) таких, для яких $\sin \alpha = 0$.

Відповідь. 180° .

3. Укажіть градусні міри кутів α ($0^\circ < \alpha < 360^\circ$) таких, для яких $\cos \alpha = \frac{1}{2}$.

Відповідь. $60^\circ, 300^\circ$.

4. Знайдіть область визначення функції $f(x) = 3x - 2$, якщо $-1 \leq x \leq 1$.

Відповідь. $E(f) = [-5; 1]$.

5. Дослідіть функцію $f(x) = x^3 - x$ на парність.

Відповідь. Функція непарна.

Як я вирішую певну проблему?

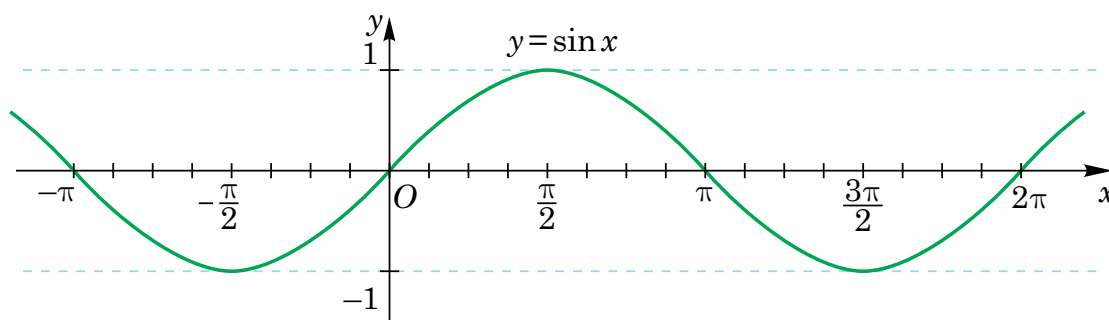
Задача. Футболіст б'є ногою по м'ячу. М'яч летить під гострим кутом α до площини горизонту. Час його польоту t (у секундах) можна обчислити за формулою $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$.

При якому найменшому значенні кута α (у радіанах) час польоту м'ячу буде не менший від трьох секунд, якщо м'яч летить з початковою швидкістю $v_0 = 30$ м/с? Прискорення вільного падіння g вважайте рівним 10 м/с².

Задача 2. Олімпіадна задача. Дано опуклий п'ятикутник. Антон вписав синуси кутів цього п'ятикутника, а Борис — косинуси кутів. Виявилося, що серед чисел записаних Антоном немає чотирьох різних. Чи можуть числа записані Борисом усі бути різними?

III. Функція синус. Графік функції та її властивості

Означення. Графік функції $y = \sin x$ називається **синусоїдою**.



Для повторення взаємозалежності між синусоїдою та одиничним колом скористайтесь Geogebra-аплетом:

<https://www.geogebra.org/m/ae9echxr>



Властивості функції $y = \sin x$

Область визначення	Множина всіх дійсних чисел, тобто: $D(y) = (-\infty; +\infty)$.
Область значень	$E(y) = [-1; 1]$.
Найбільше значення функції	Найбільше значення функції $y = \sin x$ дорівнює 1 і досягається воно в точках, що відповідають кутам виду $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.
Найменше значення функції	Найменше значення функції $y = \sin x$ дорівнює -1 і досягається воно в точках, що відповідають кутам виду $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.
Нулі функції	$x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Парність та непарність функції	Функція непарна. Графік функції симетричний відносно початку координат.
Періодичність функції	Функція періодична з головним періодом 2π .
Проміжки монотонності функції	Зростає на кожному з проміжків виду $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right], n \in \mathbb{Z}$. Спадає на кожному з проміжків виду $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right], n \in \mathbb{Z}$.
Проміжки знакосталості функцій	$\sin x > 0$ на кожному з проміжків виду $(2\pi n; \pi + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$. $\sin x < 0$ на кожному з проміжків виду $(\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$.

Ілюстративні приклади

- 6.** Серед чисел $-\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, -\pi, 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, 8\pi$ укажіть нулі функції $y = \sin x$.

Розв'язання. Нулі функції $y = \sin x$ мають вигляд $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$, тобто нулями є числа:

- 1) $-\pi = \pi \cdot (-1)$;
- 2) $0 = \pi \cdot 0$;
- 3) $\pi = \pi \cdot 1$;
- 4) $8\pi = \pi \cdot 8$.

Відповідь. $-\pi, 0, \pi, 8\pi$.

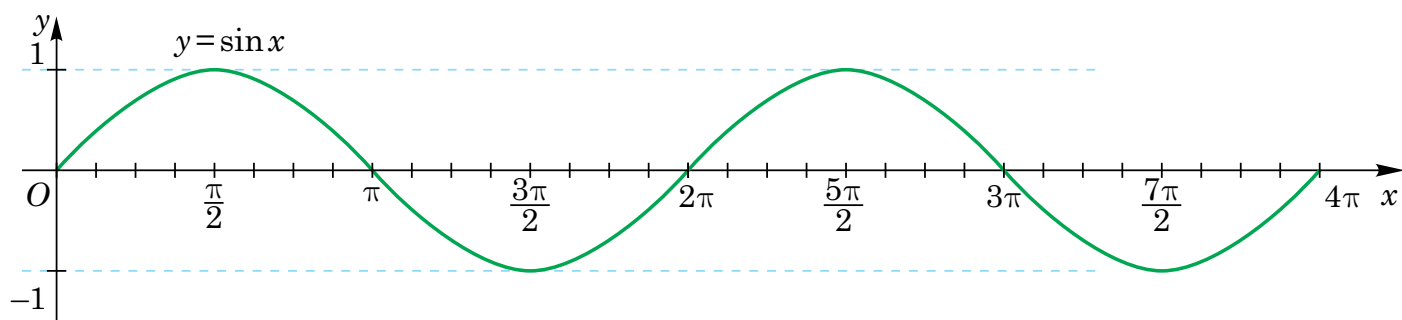
- 7.** Побудуйте графік функції $y = \sin x$ на проміжку $[0; 4\pi]$ та вкажіть проміжки монотонності й проміжки знакосталості цієї функції.

Розв'язання. Функція зростає на проміжках $\left[0; \frac{\pi}{2}\right], \left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ та $\left[\frac{7\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Функція спадає на проміжках $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ та $\left[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$.

Функція додатна на проміжках $(0; \pi)$ та $(2\pi; 3\pi)$.

Функція від'ємна на проміжках $(\pi; 2\pi)$ та $(3\pi; 4\pi)$.



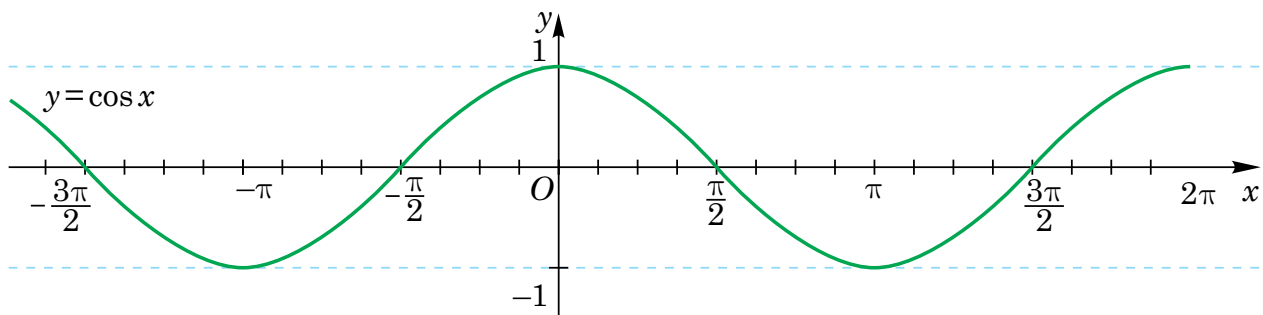
- 8.** Порівняйте $\sin 20^\circ$ і $\sin 20^\circ \cdot \sin 35^\circ$.

Розв'язання. 1) $\sin 35^\circ < 1$ і при цьому $\sin 35^\circ > 0$.

2) Оскільки $\sin 20^\circ > 0$, то помножимо обидві частини нерівності $\sin 35^\circ < 1$ на додатне число $\sin 20^\circ > 0$. Звідки $\sin 20^\circ \cdot \sin 35^\circ < \sin 20^\circ$.
Відповідь. $\sin 20^\circ > \sin 20^\circ \cdot \sin 35^\circ$.

IV. Функція косинус. Графік функції та її властивості

Означення. Графік функції $y = \cos x$ називається **косинусоїдою**.



Для повторення взаємозалежності між синусоїдою та одиничним колом скористайтесь Geogebra-аплетом:

<https://www.geogebra.org/m/f5bsfgxa>



Властивості функції $y = \cos x$

Область визначення	Множина усіх дійсних чисел, тобто: $D(y) = (-\infty; +\infty)$.
Область значень	$E(y) = [-1; 1]$.
Найбільше значення функції	Найбільше значення функції $y = \cos x$ дорівнює 1 і досягається воно в точках, що відповідають кутам виду $2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.
Найменше значення функції	Найменше значення функції $y = \cos x$ дорівнює -1 і досягається воно в точках, що відповідають кутам виду $\pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.
Нулі функції	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.
Парність та непарність функції	Функція парна. Графік функції симетричний відносно осі ординат.
Періодичність функції	Функція періодична з головним періодом 2π .
Проміжки монотонності функції	Зростає на кожному з проміжків виду $[\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$. Спадає на кожному з проміжків виду $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$.

**Проміжки
знакосталості
функцій**

$\cos x > 0$ на кожному з проміжків виду

$$\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}.$$

$\cos x < 0$ на кожному з проміжків виду

$$\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}.$$

Ілюстративні приклади

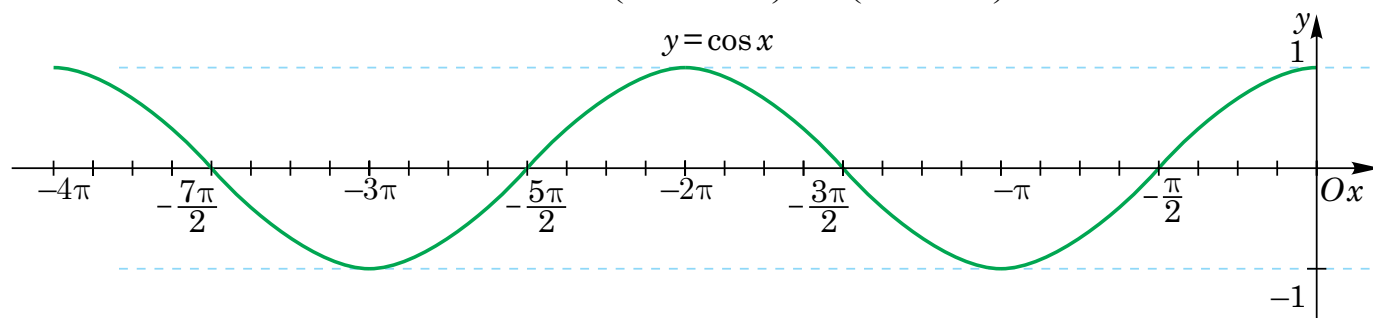
- 9.** Побудуйте графік функції $y = \cos x$ на проміжку $[-4\pi; 0]$ та вкажіть проміжки монотонності й проміжки знакосталості цієї функції.

Розв'язання. Функція зростає на проміжках $[-3\pi; -2\pi]$ та $[-\pi; 0]$.

Функція спадає на проміжках $[-4\pi; -3\pi]$ та $[-2\pi; -\pi]$.

Функція додатна на проміжках $\left[-4\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$, $\left(-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right)$ та $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

Функція від'ємна на проміжках $\left(-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}\right)$ та $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$.



- 10.** Обчисліть значення синусів та косинусів кутів. Заповніть таблицю.

α	$\frac{11\pi}{3}$	$-\frac{11\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{2}$	$-\frac{11\pi}{6}$
$\sin \alpha$				
$\cos \alpha$				

Розв'язання. 1) Для кута $\frac{11\pi}{3}$: $\sin \frac{11\pi}{3} = \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$$\cos \frac{11\pi}{3} = \cos\left(4\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$$

2) Для кута $-\frac{11\pi}{4}$:

$$\sin\left(-\frac{11\pi}{4}\right) = -\sin\left(2\pi + \frac{3\pi}{4}\right) = -\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\cos\left(-\frac{11\pi}{4}\right) = \cos\left(2\pi + \frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

3) Для кута $\frac{11\pi}{2}$: $\sin \frac{11\pi}{2} = \sin \left(6\pi - \frac{\pi}{2} \right) = \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) = -\sin \frac{\pi}{2} = -1$,

$\cos \frac{11\pi}{2} = \cos \left(6\pi - \frac{\pi}{2} \right) = \cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) = \cos \frac{\pi}{2} = 0$.

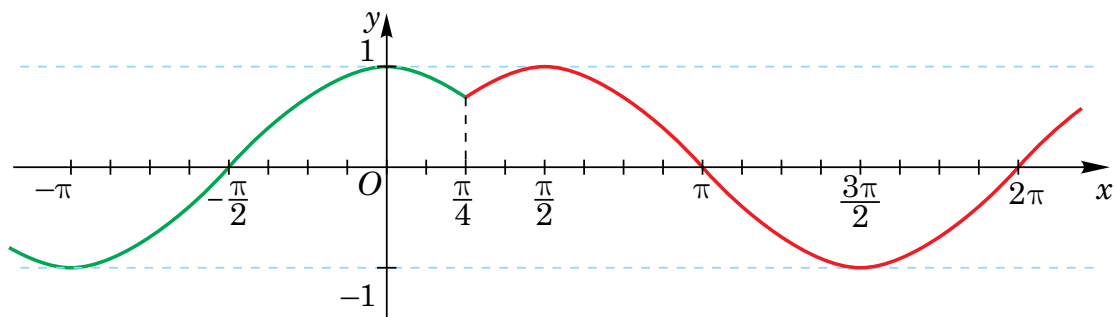
4) Для кута $-\frac{11\pi}{6}$: $\sin \left(-\frac{11\pi}{6} \right) = -\sin \left(2\pi - \frac{\pi}{6} \right) = -\sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$,

$\cos \left(-\frac{11\pi}{6} \right) = \cos \left(2\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

α	$\frac{11\pi}{3}$	$-\frac{11\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{2}$	$-\frac{11\pi}{6}$
$\sin \alpha$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$\frac{1}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

- 11.** Побудуйте графік функції $y = \begin{cases} \sin x, & x \geq \frac{\pi}{4}, \\ \cos x, & x < \frac{\pi}{4}. \end{cases}$

Розв'язання.



V. Дослідження властивостей функцій, що містять синус та косинус

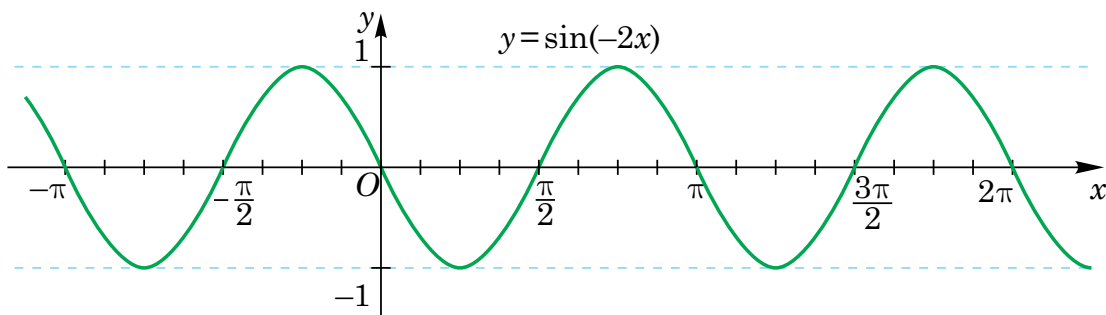
Орієнтовна послідовність дій для дослідження властивостей функцій за їхніми графіками.

1. Знайдіть область визначення функції.
2. Знайдіть множину значень функції.
3. Дослідіть функцію на парність.
4. Дослідіть функцію на періодичність.
5. Знайдіть нулі функції.

6. Укажіть проміжки знакосталості функції.
 7. Укажіть проміжки монотонності функції.

Ілюстративні приклади

12. За графіком функції $y = \sin(-2x)$ (див. рисунок) дослідіть її властивості.



Розв'язання. 1) Областю визначення функції є множина всіх дійсних чисел.

2) Множиною значень є проміжок $[-1; 1]$.

3) Функція непарна.

4) Функція періодична з головним періодом π .

5) Нулі функції — числа виду $x = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$.

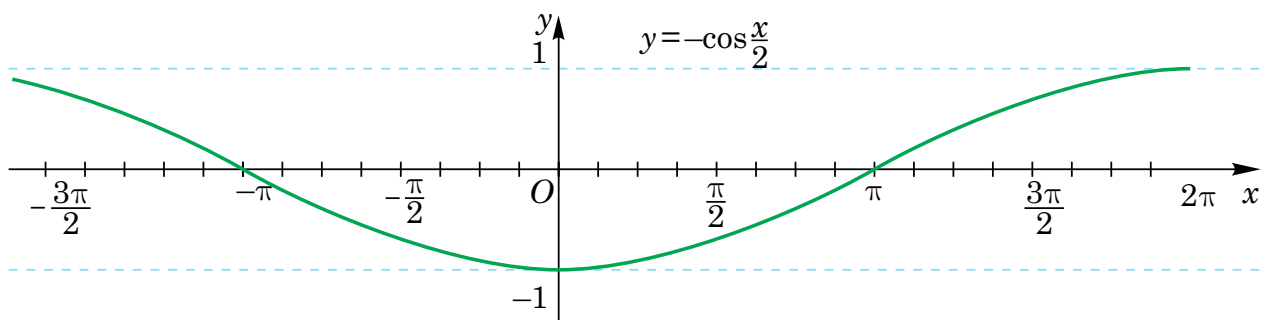
6) Функція додатна на кожному з проміжків виду $\left(\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$, і від'ємна

на кожному з проміжків виду $\left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$.

7) Функція зростає на кожному з проміжків виду $\left[\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{3\pi}{4} + \pi n\right], n \in \mathbb{Z}$, і спадає

на кожному з проміжків виду $\left[-\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n\right], n \in \mathbb{Z}$.

13. За графіком функції $y = -\cos \frac{x}{2}$ (див. рисунок) дослідіть її властивості.



Розв'язання. 1) Областю визначення функції є множина всіх дійсних чисел.

2) Множиною значень є проміжок $[-1; 1]$.

3) Функція парна.

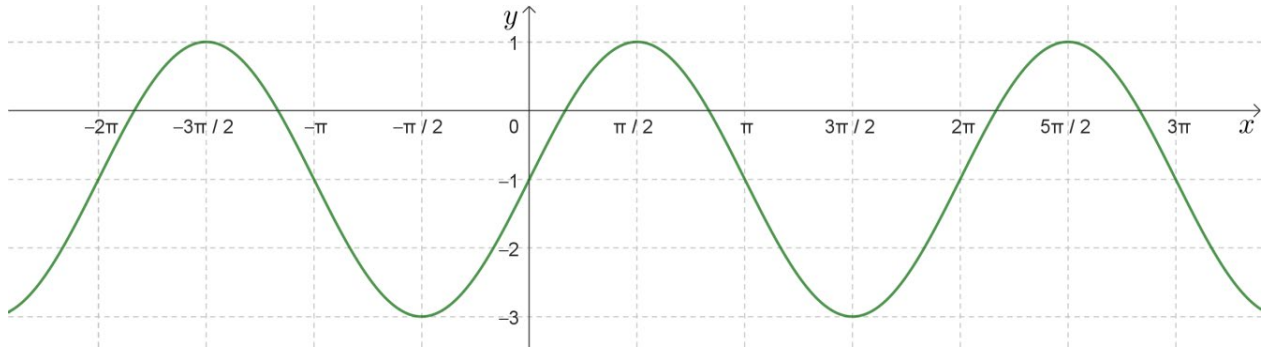
4) Функція періодична з головним періодом 4π .

5) Нулі функції — числа виду $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

6) Функція додатна на кожному з проміжків виду $(\pi + 4\pi n; 3\pi + 4\pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$, і від'ємна на кожному з проміжків виду $(-\pi + 4\pi n; \pi + 4\pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$.

7) Функція зростає на кожному з проміжків виду $[4\pi n; 2\pi + 4\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$, і спадає на кожному з проміжків виду $[-2\pi + 4\pi n; 4\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$.

14. За графіком функції $y = 2\sin x - 1$ (див. рисунок) дослідіть її властивості.



Розв'язання.

1) Областю визначення функції є множина усіх дійсних чисел.

2) Множиною значень є проміжок $[-3; 1]$.

3) Функція ні парна, ні непарна.

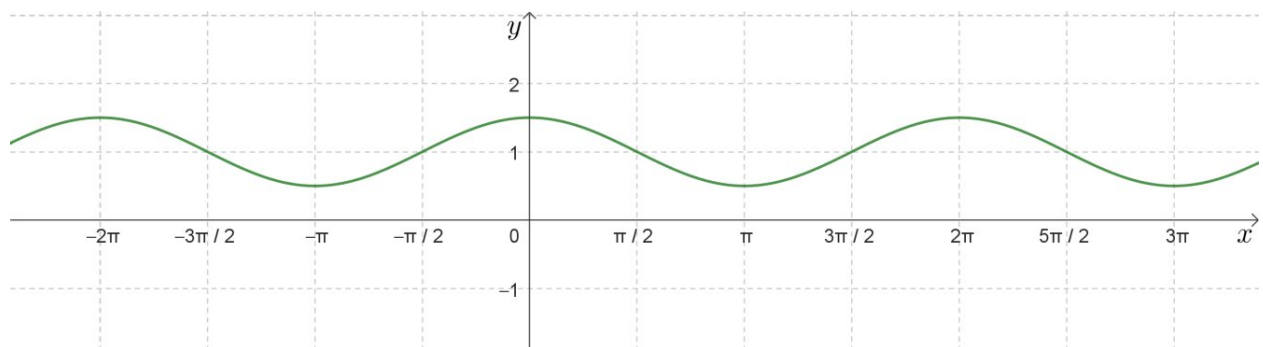
4) Функція періодична з головним періодом 2π .

5) Нулі функції числа виду $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ та $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

6) Функція додатна на кожному з проміжків виду $\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n\right)$, $n \in \mathbb{Z}$ і від'ємна на кожному з проміжків виду $\left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; \frac{13\pi}{6} + 2\pi n\right)$, $n \in \mathbb{Z}$.

7) Функція зростає на кожному з проміжків виду $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right]$, $n \in \mathbb{Z}$ і спадає на кожному з проміжків виду $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right]$, $n \in \mathbb{Z}$.

15. За графіком функції $y = \frac{1}{2}\cos x + 1$ (див. рисунок) дослідіть її властивості.



Розв'язання. 1) Областю визначення функції є множина усіх дійсних чисел.

2) Множиною значень є проміжок $[0.5; 1.5]$.

3) Функція парна.

- 4) Функція періодична з головним періодом 2π .
- 5) Нулів функція не має.
- 6) Функція додатна на множині усіх дійсних чисел.
- 7) Функція зростає на кожному з проміжків виду $[-\pi + 2\pi n; 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$ і спадає на кожному з проміжків виду $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$.

VI. Розв'язування практичної задачі. Групова активність (5–7 хв)

Як я вирішую певну проблему?

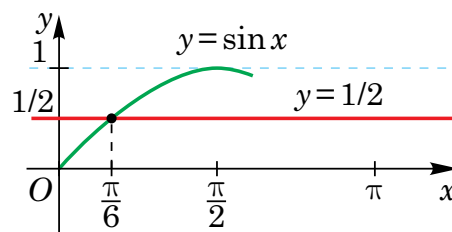
Задача. Футболіст б'є ногою по м'ячу. М'яч летить під гострим кутом α до площини горизонту. Час його польоту t (у секундах) можна обчислити за формулою $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$. При якому найменшому значенні кута α (у радіанах) час польоту м'ячу буде не менший від трьох секунд, якщо м'яч летить з початковою швидкістю $v_0 = 30$ м/с? Прискорення вільного падіння g вважайте рівним 10 м/с².

Розв'язання. 1) Оскільки $t \geq 3$, то $\frac{2 \cdot 30 \cdot \sin \alpha}{10} \geq 3$, звідки $\sin \alpha \geq \frac{1}{2}$.

2) Побудуємо в одній системі координат графіки функцій $y = \sin x$ $\left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$ та $y = \frac{1}{2}$.

3) Найменше значення кута, що задовольнятиме нерівність $\sin \alpha \geq \frac{1}{2}$, дорівнює $\frac{\pi}{6}$ (див. графік).

Відповідь. $\frac{\pi}{6}$.



Задача 2. Олімпіадна задача. Дано опуклий п'ятикутник. Антон вписав синуси кутів цього п'ятикутника, а Борис — косинуси кутів. Виявилося, що серед чисел записаних Антоном немає чотирьох різних. Чи можуть числа записані Борисом усі бути різними?

Розв'язання. Припустимо, що усі числа, записані Борисом, — різні. Тоді всі кути опуклого п'ятикутника різні і належать проміжку $(0; \pi)$.

Оскільки не існує три кути із проміжку $(0; \pi)$ синуси яких рівні, то серед чисел записаних Антоном немає трьох однакових. Таким чином серед п'яти кутів опуклого п'ятикутника є дві пари кутів, синуси яких рівні. Нехай $\sin \alpha = \sin \beta$ і $\sin \gamma = \sin \delta$. За наведеними вище міркуваннями усі кути мають бути різними, тому можливий лише випадок коли $\alpha = \pi - \beta$ і $\gamma = \pi - \delta$.

Сума кутів опуклого п'ятикутника дорівнює 540° , що в радіанній мірі становить 3π рад.

Тоді п'ятий кут даного п'ятикутника дорівнює $3\pi - \beta - (\pi - \beta) - \delta - (\pi - \delta) = \pi$, що неможливо. Отже, всі числа записані Борисом не можуть бути різними.

Відповідь. Не можуть.

VII. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

Рівень А

1. Порівняйте:

1) $\cos 1,7\pi$ і $\cos 1,68\pi$;

2) $\sin 32^\circ$ і $\sin 31^\circ$;

3) $\cos 32^\circ$ і $\cos 31^\circ$;

4) $\sin \frac{4\pi}{3}$ і $\sin \frac{23\pi}{18}$.

2. Укажіть найменший додатний період функції:

1) $y = \sin 4x$;

2) $y = \sin \frac{x}{4}$;

3) $y = \cos \frac{x}{6}$;

4) $y = \cos 6x$.

3. Дослідіть функцію на парність:

1) $y = x^2 + \cos x$;

2) $y = x^3 + \sin x$.

4. Заповніть таблицю:

α	720°	225°	300°	870°	900°	-330°	-660°	-210°
$\sin \alpha$								
$\cos \alpha$								

5. Укажіть декілька значень α , при яких:

1) $\sin \alpha = 1$;

2) $\cos \alpha = -1$;

3) $\cos \alpha = 0$;

4) $\sin \alpha = 0$.

6. З'ясуйте, зростає чи спадає функція $y = \cos x$ на проміжках:

1) $[3\pi; 4\pi]$;

2) $[-2\pi; -\pi]$;

3) $\left[2\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$;

4) $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$;

5) $[1; 3]$;

6) $[-2; -1]$?

Рівень В

1. Розташуйте числа в порядку спадання:

1) $\sin(-0,3)$, $\sin 0,3$, $\sin 2$, $\sin 1$, $\sin 3$;

2) $\cos 1$, $\cos 2$, $\cos 3$, $\cos 4$, $\cos 5$.

2. На яких проміжках функції $y = \cos x$ і $y = \sin x$ одночасно додатні?

3. Побудуйте графік функції:

1) $y = \frac{\sin x}{\sin x}$;

2) $y = \frac{\cos x}{\cos x}$.

Укажіть область визначення функції.

4. Побудуйте графік функції $y = -\sin x$ на проміжку $[-4\pi; 0]$ та укажіть проміжки монотонності та проміжки знакосталості функції.

5. Побудуйте графік функції $y = -\cos x$ на проміжку $[0; 4\pi]$ та укажіть проміжки монотонності та проміжки знакосталості цієї функції.

6. Дослідіть функцію на парність:

1) $y = x^2 + \cos x$;

2) $y = x^3 + \sin x$.

7. Заповніть таблицю:

α	$\frac{13\pi}{3}$	$\frac{13\pi}{6}$	$\frac{13\pi}{4}$	$\frac{20\pi}{3}$	$\frac{55\pi}{4}$	$-\frac{11\pi}{2}$	$-\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{17\pi}{3}$
$\sin \alpha$								
$\cos \alpha$								

8. Укажіть найбільше і найменше значення виразів:

1) $1 - \sin \alpha$;

2) $2 + \cos \alpha$.

8. Доведіть за допомогою графіків, що:

1) $\sin 60^\circ = -\sin 240^\circ$;

2) $\sin 340^\circ = \sin(-160^\circ)$;

3) $\sin 170^\circ = -\sin 350^\circ$;

4) $\cos 320^\circ = -\cos(-140^\circ)$;

5) $\sin(-20^\circ) = -\sin 160^\circ$;

6) $\cos 380^\circ = -\cos 560^\circ$.

10. Для кутів $0 \leq \alpha < 2\pi$ знайдіть усі значення α , для яких:

1) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

2) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;

3) $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$.

4) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$.

11. Знайдіть область визначення та область значень функції:

1) $y = \sqrt{\sin x + 1}$;

2) $y = \sqrt{\cos x - 1}$.

12. Знайдіть область визначення функції:

1) $y = \sin 2x$;

2) $y = \cos \frac{x}{2}$;

3) $y = \sin \frac{2}{x}$;

4) $y = \sin \sqrt{x}$.

Рівень С

1. Дослідіть на парність функцію:

1) $y = \sin(7x^3 + x^5)$;

2) $y = \sin |x - x^3|$;

3) $y = \sin x + |\cos x|$;

4) $y = \sin(x + |x|) + \sin(x - |x|)$.

2. Побудуйте графік функції. Укажіть проміжки, на яких функція додатна:

1) $y = \frac{|\cos x|}{\cos x}$;

2) $y = \frac{\sin x}{|\sin x|}$.

3. Побудуйте графік функції та укажіть проміжки її зростання:

1) $y = \sin |x|$;

2) $y = \cos |x - \pi|$.

4. Побудуйте графік функції $y = \begin{cases} \cos x, x \geq -\frac{\pi}{4}, \\ \sin x, x < -\frac{\pi}{4}. \end{cases}$

5. При яких значеннях параметра a буде парною або непарною функція:

1) $y = a \sin x - \cos x$;

2) $y = a(5 \sin x - 3)^3 + (5 \sin x + 3)^3$?

6. Побудуйте графік функції:

1) $y = (\sqrt{\sin x})^2$; 2) $y = \sqrt{\cos x - 1}$; 3) $y = \sin x + \sin |x|$; 4) $y = \frac{\sin |x|}{\sin x}$.

7. **Творче завдання.** Створіть проєкт у вигляді веб сторінки або застосунку, який дозволяє користувачеві вивчати властивості функцій $y = \sin x$ та $y = \cos x$.

VIII. Рефлексія (1–2 хв)

1. Я вмію будувати графік функції $y = \sin x$.

Так

Ще треба потренуватися

Ні

2. Я знаю основні властивості функції $y = \sin x$.

Так

Ще треба потренуватися

Ні

3. Я вмію будувати графік функції $y = \cos x$.

Так

Ще треба потренуватися

Ні

4. Я знаю основні властивості функції $y = \cos x$.

Так

Ще треба потренуватися

Ні

5. Я знаю, як описувати основні властивості функції за її графіком.

Так

Ще треба потренуватися

Ні

6. Я розумію, як використовувати вивчену тему для розв'язування задач практичного змісту.

Так

Ще треба потренуватися

Ні

Можливі теми проєктів

1. Графіки функції синус і функції косинус у задачах балістики.

2. Створення геометричних орнаментів за допомогою синусоїди та косинусоїди.

3. Використання властивостей графіків синуса й косинуса для розв'язування найпростіших тригонометричних рівнянь і нерівностей.

4. Опис періодичних процесів за допомогою функції синус і функції косинус.

5. Оцінювання значень виразів, що містять функцію синус або функцію косинус.