

11

Тема 2. Співвідношення між тригонометричними функціями

Урок 19. Контрольна робота

Тип уроку: урок контролю засвоєння знань.

План уроку

1. Захист учнівських проєктів.
2. Проведення тестування у форматі ЗНО/НМТ.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

пов'язує різні математичні знання і вміння, узагальнює їх, робить висновки [12 МАО 4.1.1–1 П];

реалізовує визначену послідовність дій для розв'язання специфічних проблемних ситуацій, перевіряє та досліджує отримані результати [12 МАО 4.2.1–2 П];

аналізує результати дій із математичними об'єктами у процесі розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 4.2.2–1 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Урок є підсумковим за результатами вивчення теми 2.
- 2) Урок можна провести як урок-захист учнівських проєктів.
- 3) Для захисту проєктів забезпечте учнів/учениць технічними та навчальними засобами (ноутбуками, проекторами тощо).
- 4) Якщо захист проєктів, на вашу думку, є недоцільним, то можна провести підсумкове тестування.
- 5) Якщо ви проводите захист учнівських проєктів, то мотивуйте учнів/учениць до активного обговорення запропонованих проєктів.
- 6) За результатами захисту проєктів виставте учням/ученицям тематичні оцінки.
- 7) За умови проведення тестування завчасно забезпечте учнів/учениць тестовими завданнями.

4. Обчисліть $\operatorname{ctg} \alpha$, якщо $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{5}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{16}{9}$

5. Виразіть $\operatorname{tg} \alpha$ через $\cos \alpha$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1 - \cos \alpha}{\cos \alpha}$	$\pm \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$	$\frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$	$\frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$	$\pm \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$

6. Спростіть вираз $\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{\sin \alpha} \cdot \operatorname{tg}(\pi + \alpha)$.

А	Б	В	Г	Д
-1	1	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$

7. Спростіть вираз $\frac{\sin(\alpha + \beta) - \sin \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \sin \beta}$.

А	Б	В	Г	Д
1	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$

8. Обчисліть: $\left(\sin \frac{\pi}{8} - \cos \frac{\pi}{8}\right)^2$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$

9. Обчисліть: $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{12}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{12}}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{2}$	1

10. Понизьте степінь виразу $\sin^2 4\alpha$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$	$\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$	$\frac{1 + \cos 8\alpha}{2}$	$\frac{1 - \cos 8\alpha}{2}$	$\frac{1 - \cos 4\alpha}{2}$

11. Спростіть вираз $\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} - 1$.

А	Б	В	Г	Д
$\cos^2 \alpha$	$-\operatorname{tg}^2 \alpha$	$\operatorname{tg}^2 \alpha$	$-\operatorname{ctg}^2 \alpha$	$\operatorname{ctg}^2 \alpha$

12. Обчисліть $\sin 3\alpha$, якщо $\sin \alpha = 0,1$.

А	Б	В	Г	Д
0,26	-0,26	0,296	-0,296	-0,1

13. Укажіть правильну формулу.

А	Б	В	Г	Д
$\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$	$\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$	$\sin \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$	$\sin \alpha = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$	$\sin \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$

14. Укажіть координати точки $(-5; -5)$ у полярній системі координат.

А	Б	В	Г	Д
$\left(5; \frac{\pi}{4}\right)$	$\left(5\sqrt{2}; \frac{5\pi}{4}\right)$	$\left(5; \frac{5\pi}{4}\right)$	$\left(5\sqrt{2}; \frac{\pi}{3}\right)$	$\left(5\sqrt{2}; \frac{\pi}{4}\right)$

[illegible]

15. Укажіть неправильну рівність.

А	Б	В	Г	Д
$\cos 2x =$ $= 1 - 2\sin^2 x$	$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha =$ $= \frac{1}{\sin^2 \alpha}$	$\cos \pi = -1$	$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$	$\cos(2\pi - x) =$ $= -\cos x$

[illegible]

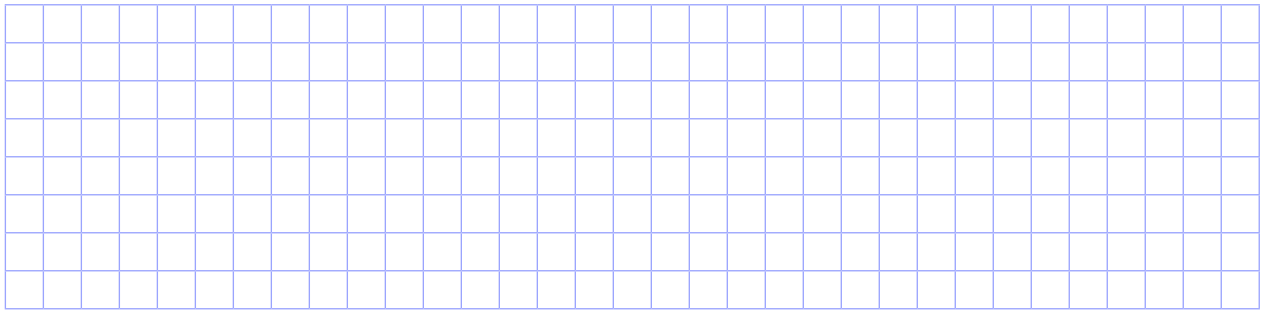
16. Установіть відповідність між виразом (1–3) та виразом, який йому тотожно дорівнює (А —Д).

Вираз		<i>Тотожно рівний вираз</i>	
1 $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$	A $\operatorname{tg} \alpha$		A Б В Г Д
2 $\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$	Б $\operatorname{ctg} \alpha$		1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
3 $\frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$	В $-\operatorname{tg} \alpha$		2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
	Г $-\operatorname{ctg} \alpha$		3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
	Д $\sin \alpha$		

[illegible]

17. Установіть відповідність між виразом (1–3) та виразом, який йому тотожно дорівнює (А–Д).

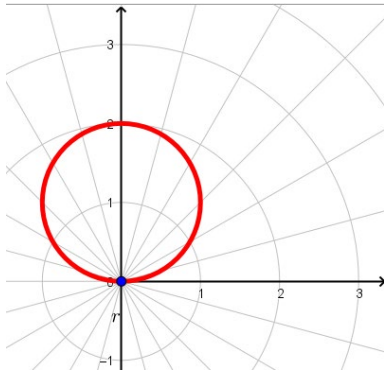
<i>Вираз</i>	<i>Тотожно рівний вираз</i>		
1 $\sin 2\alpha$	A $\frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1-\operatorname{tg}^2 \alpha}$	Б $\frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1+\operatorname{tg}^2 \alpha}$	A ☐ Б ☐ В ☐ Г ☐ Д ☐
2 $\frac{1}{\cos 2\alpha}$	B $\frac{1-\operatorname{tg}^2 \alpha}{1+\operatorname{tg}^2 \alpha}$	Г $\frac{1+\operatorname{tg}^2 \alpha}{1-\operatorname{tg}^2 \alpha}$	2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
3 $\operatorname{ctg} 2\alpha$	Д $\frac{1-\operatorname{tg}^2 \alpha}{2\operatorname{tg} \alpha}$		3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐



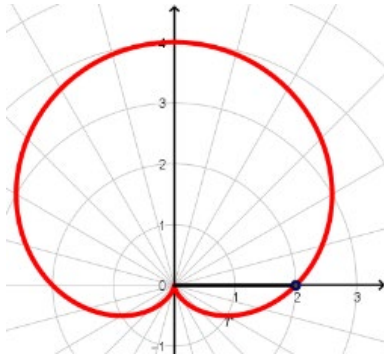
- 18.** Установіть відповідність між графіком рівняння (1–3) та рівнянням (А —Д), яке задано в полярних координатах.

Графіки рівнянь

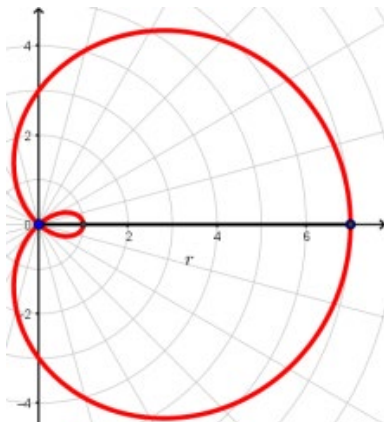
1



2



3



Рівняння в полярних координатах

А $r = 2(1 + \cos \varphi)$

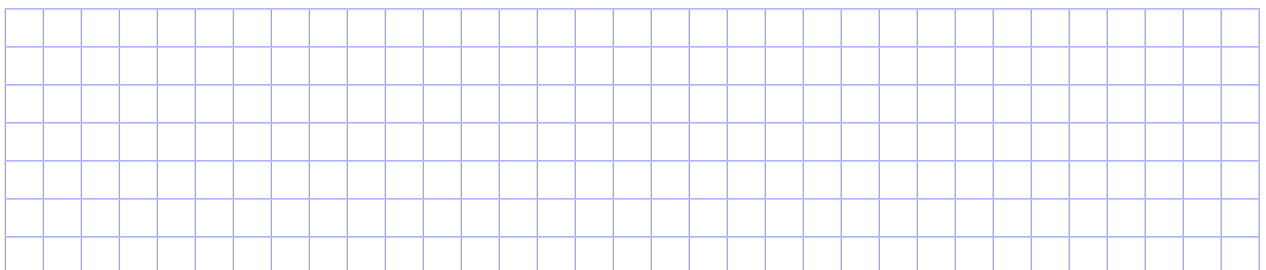
Б $r = 2(1 + \sin \varphi)$

В $r = 2 \sin \varphi$

Г $r = 4 + 3 \cos \varphi$

Д $r = 3 + 4 \cos \varphi$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐



Варіант 2

- 1.** Спростіть вираз $\sin 3\alpha \cdot \cos \alpha + \cos 3\alpha \cdot \sin \alpha$.

А	Б	В	Г	Д
$\cos 4\alpha$	$\cos 2\alpha$	$\sin 4\alpha$	$\sin 2\alpha$	$\sin \frac{5\alpha}{2}$

[illegible]

- 2.** Знайдіть $\operatorname{tg} 2\alpha$, якщо $\operatorname{tg} \alpha = -2$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{4}{5}$	$\frac{4}{3}$	-4	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{5}{4}$

[illegible]

- 3.** Обчисліть $5 \cos^2 \beta + 2$, якщо $\cos 2\beta = -0,24$.

А	Б	В	Г	Д
3,9	5,1	2,1	1,9	3,152

[illegible]

4. Обчисліть $\operatorname{tg} \alpha$, якщо $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$-2\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$	$-\sqrt{5}$	$2\sqrt{2}$	2

[illegible]

- 5.** Виразіть $\operatorname{ctg} \alpha$ через $\sin \alpha$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1 - \sin \alpha}{\sin \alpha}$	$\pm \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$	$\frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$	$\frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}$	$\pm \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}$

[illegible]

10. Понизьте степінь виразу $\cos^2 4\alpha$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1 - \cos 8\alpha}{2}$	$\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$	$\frac{1 + \cos 8\alpha}{2}$	$\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$	$\frac{1 + \cos 4\alpha}{2}$

[illegible]

11. Спростіть вираз $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} - 1$.

A	Б	В	Г	Д
$\sin^2 \alpha$	$-\operatorname{ctg}^2 \alpha$	$\operatorname{ctg}^2 \alpha$	$\operatorname{tg}^2 \alpha$	$-\operatorname{tg}^2 \alpha$

[illegible]

12. Обчисліть $\cos 3\alpha$, якщо $\cos \alpha = 0,1$.

А	Б	В	Г	Д
0,26	-0,26	0,296	-0,296	-0,1

[illegible]

13. Укажіть правильну формулу.

А	Б	В	Г	Д
$\cos \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$	$\cos \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$	$\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$	$\cos \alpha = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$	$\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$

[illegible]

14. Укажіть координати точки $(5; 5)$ у полярній системі координат.

А	Б	В	Г	Д
$\left(5; \frac{\pi}{4}\right)$	$\left(5\sqrt{2}; \frac{5\pi}{4}\right)$	$\left(5; \frac{5\pi}{4}\right)$	$\left(5\sqrt{2}; \frac{\pi}{3}\right)$	$\left(5\sqrt{2}; \frac{\pi}{4}\right)$

[illegible]

15. Укажіть неправильну рівність.

А	Б	В	Г	Д
$\cos 2x =$ $= 2\cos^2 x - 1$	$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha =$ $= \frac{1}{\cos^2 \alpha}$	$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) =$ $= -\sin x$	$\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha = 1$	$\cos 2\pi = 1$

[illegible]

16. Установіть відповідність між виразом (1–3) та виразом, який йому тотожно дорівнює (А–Д).

Вираз

$$1 \frac{\cos 4\alpha - 1}{\sin 4\alpha}$$

$$2 \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-2\alpha\right)$$

$$\mathbf{3} \quad \operatorname{ctg}(2\pi - 2\alpha)$$

Тотожно рівний вираз

$$\mathbf{A} \quad \operatorname{tg} 2\alpha$$

Б $\operatorname{ctg} 2\alpha$

$$\mathbf{B} = \operatorname{tg} 2\alpha$$

$$\Gamma = \operatorname{ctg} 2\alpha$$

$$D \sin 2\alpha$$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐

[illegible]

17. Установіть відповідність між виразом (1–3) та виразом, який йому тотожно дорівнює (А–Д).

Вираз

$$1 - \cos 2\alpha$$

$$2 \frac{1}{\sin 2\alpha}$$

3 $\operatorname{tg} 2\alpha$

Тотожно рівний вираз

$$\mathbf{A} \quad \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\text{Б } \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\mathbf{B} \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\Gamma \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$D \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha}$$

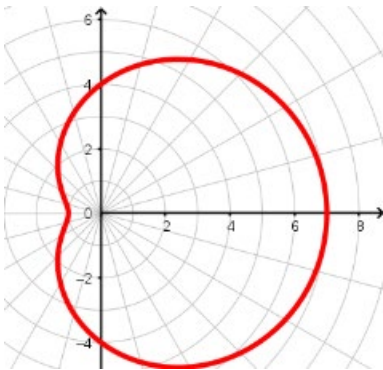
	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐

[illegible]

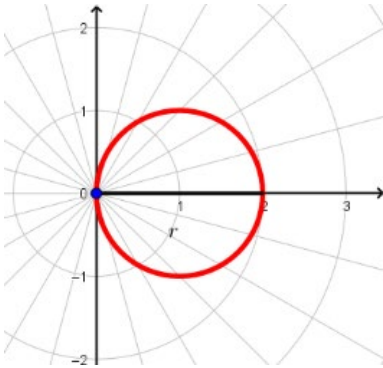
18. Установіть відповідність між графіком рівняння (1–3) та рівнянням (А —Д), заданим у полярних координатах.

Графіки рівнянь

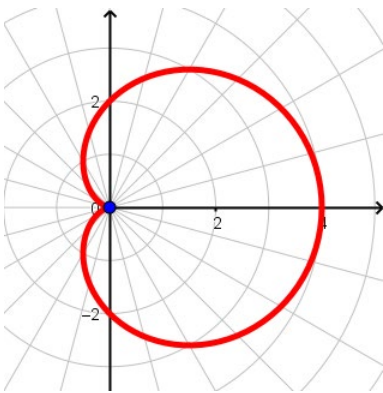
1



2



3



Рівняння в полярних
координатах

А $r = 2(1 + \cos \varphi)$

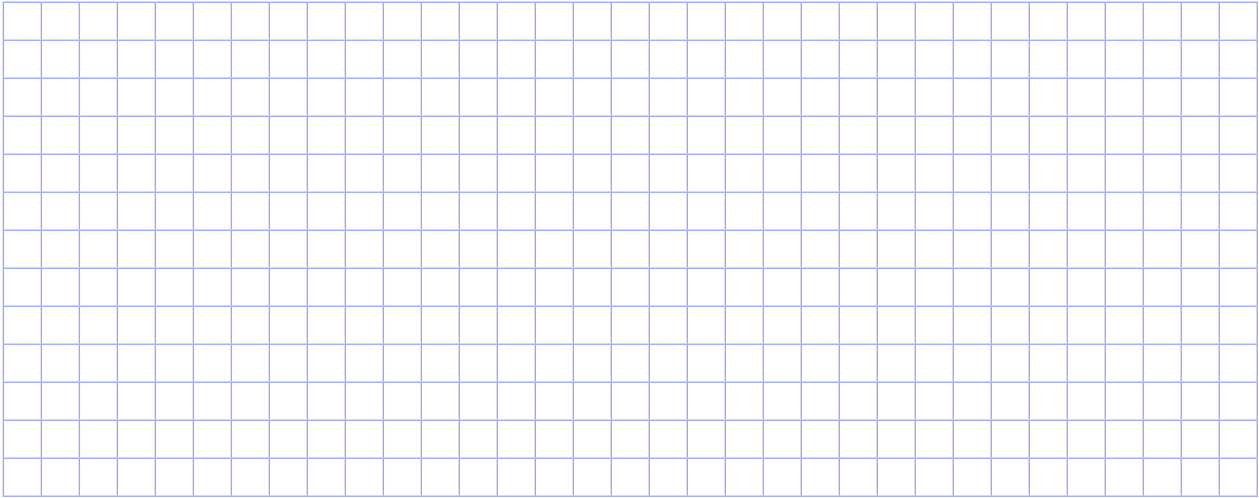
Б $r = 2(1 + \sin \varphi)$

В $r = 2 \cos \varphi$

Г $r = 4 + 3 \cos \varphi$

Д $r = 3 + 4 \cos \varphi$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐



Відповіді до тестових завдань

Варіант 1

1. Б.
2. В.
3. Д.
4. А.
5. Д.
6. А.
7. Г.
8. Б.
9. А.
10. Г.
11. Д.
12. В.
13. Б.
14. Б.
15. Д.
16. 1 – Г, 2 – В, 3 – А.
17. 1 – Б, 2 – Г, 3 – Д.
18. 1 – В, 2 – Б, 3 – Д.
19. 1.
20. 10.
21. –0,96.
22. 0,5.

Варіант 2

1. В.
2. Б.
3. А.
4. Г.
5. Д.
6. В.
7. Б.
8. Б.
9. Д.
10. В.
11. Г.
12. Г.
13. В.
14. Д.
15. В.
16. 1 – В, 2 – Б, 3 – Г.
17. 1 – В, 2 – Д, 3 – А.
18. 1 – Г, 2 – В, 3 – А.
19. 1.
20. 13.
21. 64.
22. 0,125.

Таблиця оцінювання

№ завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Бали	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

№ завдання	16	17	18	19	20	21	22	Сума
Бали	3	3	3	2	2	2	2	32

Критерії оцінювання

1) Коефіцієнт оцінювання: $\frac{12}{32} = \frac{3}{8} = 0,375$.

2) Коефіцієнт оцінювання 0,375 множимо на кількість набраних балів і отримаємо оцінку.

Наприклад, учень/учениця набрав/набрала 24 тестових балів за результатами тестування.

Тоді, оцінка: $24 \cdot 0,375 = 9$ (балів).

IV. Рефлексія (1 хв)



РЕФЛЕКСІЯ– ОЦІНКА



ОЦІНИ Й ОПИШИ, ЯК ТИ СЕБЕ ПОЧУВАЄШ
ПІСЛЯ УРОКУ СЬОГОДНІ

