

11

Тема 2. Співвідношення між тригонометричними функціями

Урок 2. Урок–практикум. Розв’язування задач. Залежність між тригонометричними функціями одного кута

Тип уроку: урок формування умінь і навичок.

План уроку

1. Обчислення значень тригонометричних функцій кутів по заданому значенню однієї з них.
2. Спрощення виразів з використанням залежностей між тригонометричними функціями одного кута.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

упорядковує та перетворює інформацію математичного змісту в специфічних проблемних ситуаціях, зокрема із застосуванням інформаційних технологій [12 МАО 2.1.3–1 П];

аналізує спільні та відмінні риси різних моделей і шляхів розв’язання специфічної проблемної ситуації [12 МАО 3.2.1–1 П];

використовує приладдя та інформаційно-комунікаційні технології для представлення результату у специфічних проблемних ситуаціях [12 МАО 4.2.3–1 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Сформулюйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку.
- 2) Запропонуйте учням/ученицям, на ваш вибір, завдання на повторення вивченого. Завдання можна розв’язувати усно.
- 3) Теорію подавайте стисло, акцентуйте увагу (коли можливо) на її практичному застосуванні.
- 4) До теоретичних тверджень наведено ілюстративні задачі. Обирайте ілюстративні задачі на власний розсуд.

- 5) Обирайте кількість та зміст матеріалу на власний розсуд.
- 6) Пропонуйте учням/ученицям самотужки або в групах розв'язувати тренувальні завдання за трьома рівнями складності, на вибір учня/учениці. Формуйте навички розв'язання прикладів та задач і навчайте учнів/учениць самостійної роботи над завданнями.
- 7) Мотивуйте учнів/учениць до проєктної діяльності. Запропонуйте учням/ученицям обрати теми для індивідуальних (групових) проєктів. Створення проєктів та їхній захист можуть бути альтернативою контрольної роботи з теми.
- 8) Можливі теми для створення проєктів запропоновані.

I. Організаційна частина (2 хв)

Мотиваційні запитання

- 1) Тригонометричні тотожності для вас є правилами чи інструментами?
- 2) Що важливіше при доведенні тотожностей — знати формулу чи вміти її застосувати?
- 3) Чому одна й та сама формула може з'являтися в різних за змістом задачах?
- 4) Якби тригонометричні функції були «супергероями», то які «суперсили» вони б мали?
- 5) Чи можна спростити складний вираз із використанням лише однієї формули?

II. Повторення (3–4 хв)

1. Чому дорівнює косинус кута, синус якого дорівнює 0?
Відповідь. -1 або 1 .
2. Спростіть вираз $(1 - 4y)(4y + 1)$.
Відповідь. $1 - 16y^2$.
3. Розкладіть на множники вираз $8x^3 - 27y^6$.
Відповідь. $(2x - 3y^2)(4x^2 + 6xy^2 + 9y^4)$.
4. Чому дорівнює сума $x^4 + y^4$, якщо $x^2 + y^2 = 1$, а $xy = \frac{1}{2}$?
Відповідь. $\frac{1}{2}$.
5. Відомо, що $x = 3 \operatorname{ctg} \alpha$, $y = \frac{1}{9} \operatorname{tg} \alpha$. Знайдіть xy .
Відповідь. $\frac{1}{3}$.

Як я вирішую певну проблему?

Задача 1. Інтенсивність y сигналу радіостанції залежить від напрямку антени, що обертається, і обчислюється за допомогою функції $y = 100\cos^2 x + 60\sin^2 x$. Обчисліть, при якому значенні x ($0^\circ < x < 360^\circ$) інтенсивність сигналу становитиме 80% від максимального?

Задача 2. Олімпіадна задача. Для деякого кута α числа $\sin \alpha$ та $\cos \alpha$ є коренями квадратного рівняння $5x^2 - 3x + c = 0$. Знайдіть значення параметра c .

III. Обчислення значень тригонометричних функцій кутів по заданому значенню однієї з них

Таблиця формул для обчислення значень тригонометричних функцій кутів по заданому значенню однієї з них

	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
$\sin \alpha$		$\pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$	$\pm \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$
$\cos \alpha$	$\pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$		$\pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$	$\pm \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\pm \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$	$\pm \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$		$\frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}$	$\pm \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$	$\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$	

Вивчати всі формули не обов'язково. Варто запам'ятати лише певні формули й правила.

1) Якщо дано синус або косинус кута, то, за основною тригонометричною тотожністю $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, можна знайти відповідно косинус або синус.

Якщо задана чверть, у якій лежить кут α , то варто врахувати знак тригонометричної функції, якого набуває шукана тригонометрична функція в цій чверті.

За означенням тангенса або котангенса, знаходимо їхні значення.

2) Якщо дано тангенс або котангенс, то для знаходження синуса або косинуса варто скористатися формулами $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ або $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$.

Для знаходження котангенса або тангенса потрібно пам'ятати, що $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$.

Із означень тангенса або котангенса маємо:

$$\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha \text{ та } \cos \alpha = \operatorname{ctg} \alpha \cdot \sin \alpha.$$

Ілюстративні приклади

6. Знайдіть $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, якщо $\sin \alpha = -\frac{7}{25}$ і $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Розв'язання. Маємо $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{7}{25}\right)^2 = 1 - \frac{49}{625} = \frac{576}{625}$.

Оскільки $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то $\cos \alpha < 0$. Отже, $\cos \alpha = -\frac{24}{25}$.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{7}{25} : \left(-\frac{24}{25}\right) = \frac{7}{24}. \text{ Тоді } \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{24}{7}.$$

Відповідь. $\cos \alpha = -\frac{24}{25}$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{7}{24}$, $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{24}{7}$.

7. Знайдіть $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, якщо $\operatorname{tg} \alpha = -2$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Розв'язання. $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = -\frac{1}{2}$.

Відомо, що $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$, звідки $\cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$.

Оскільки $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, то $\cos \alpha < 0$.

$$\text{Тому } \cos \alpha = -\sqrt{\frac{1}{1 + 4}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Тоді } \sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha = -2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right) = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Відповідь. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{1}{2}$.

IV. Спрощення виразів з використанням залежностей між тригонометричними функціями одного кута

Поради учню/учениці при перетворенні найпростіших тригонометричних виразів

1. При виконанні вправ замість α можуть бути інші вирази, але це не означає, що не можна використовувати вивчені формули.

Правильними будуть також рівності:

$$\cos^2(5\beta - 2) + \sin^2(5\beta - 2) = 1 \text{ або } \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = \frac{\sin \frac{\gamma}{2}}{\cos \frac{\gamma}{2}} \text{ тощо.}$$

2. Пам'ятайте, що $1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$, $1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$, $\sin^2 \alpha - 1 = -\cos^2 \alpha$, $\cos^2 \alpha - 1 = -\sin^2 \alpha$.

- 3.** Іноді замість 1 записують $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$. Цей вираз називається тригонометричною одиницею.
- 4.** Якщо вираз містить тангенси або котангенси, то спробуйте подати їх, за означенням, у вигляді дробових виразів: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$.
- 5.** Не забувайте про формули скороченого множення.

Ілюстративні приклади

- 8.** Спростіть вираз $\left(\cos \frac{x}{3} - 1\right)\left(\cos \frac{x}{3} + 1\right)$.

Розв'язання. $\left(\cos \frac{x}{3} - 1\right)\left(\cos \frac{x}{3} + 1\right) = \cos^2 \frac{x}{3} - 1 = -\sin^2 \frac{x}{3}$.

Відповідь. $-\sin^2 \frac{x}{3}$.

- 9.** Спростіть вираз $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}$.

Розв'язання. $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} = \frac{1}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \sin \alpha \cos \alpha$.

Відповідь. $\sin \alpha \cos \alpha$.

- 10.** Спростіть вираз $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$.

Розв'язання. $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha(1 - \cos \alpha) - \sin \alpha(1 + \cos \alpha)}{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)} =$
 $= \frac{\sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha - \sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = -\frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} = -2 \operatorname{ctg} \alpha$.

Відповідь. $-2 \operatorname{ctg} \alpha$.

- 11.** Спростіть вираз $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha}$.

Розв'язання. $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha} =$
 $= \frac{1}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} - \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} - \frac{(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} =$
 $= \cos \alpha \cdot \sin \alpha - \cos \alpha \cdot \sin \alpha = 0$.

Відповідь. 0.

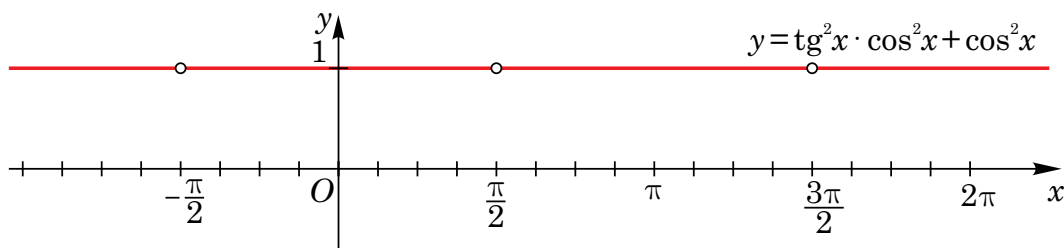
- 12.** Побудуйте графік функції $y = \operatorname{tg}^2 x \cdot \cos^2 x + \cos^2 x$.

Розв'язання. Областю визначення функції є всі числа, крім чисел виду

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$y = \operatorname{tg}^2 x \cdot \cos^2 x + \cos^2 x = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \cdot \cos^2 x + \cos^2 x = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

Отже, маємо пряму лінію з виколотими точками $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.



13. Знайдіть найбільше й найменше значення функції $y = 4 \sin^2 x + 5 \cos^2 x$.

Розв'язання. $y = 4 \sin^2 x + 5 \cos^2 x = 4(1 - \cos^2 x) + 5 \cos^2 x = 4 + \cos^2 x$.

Оскільки $0 \leq \cos^2 x \leq 1$, то $4 \leq 4 + \cos^2 x \leq 5$.

Отже, найбільше значення функції дорівнює 5, а найменше становить 4.

Відповідь. 5; 4.

V. Розв'язування практичної задачі. Групова активність (7–8 хв)

Як я вирішую певну проблему?

Задача 1. Інтенсивність y сигналу радіостанції залежить від напрямку антени, що обертається, і обчислюється за допомогою функції $y = 100 \cos^2 x + 60 \sin^2 x$. Обчисліть, при якому значенні x ($0^\circ < x < 360^\circ$) інтенсивність сигналу становитиме 80% від максимального?

Розв'язання. 1) $y = 100 \cos^2 x + 60 \sin^2 x = 100 \cos^2 x + 60(1 - \cos^2 x) = 40 \cos^2 x + 60$.

2) Оскільки $0 \leq \cos^2 x \leq 1$, то $60 \leq 40 \cos^2 x + 60 \leq 100$, звідки максимальне значення даної функції дорівнює 100.

3) 80% від 100 дорівнює 80.

4) Знайдемо, при якому значенні x , де $0^\circ < x < 360^\circ$, інтенсивність сигналу становитиме 80: $40 \cos^2 x + 60 = 80$, $40 \cos^2 x = 20$, $\cos^2 x = \frac{1}{2}$.

Отже, $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ або $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Значення кутів x , де $0^\circ < x < 360^\circ$, що задовольняють рівняння, дорівнюють 45° , 135° , 225° , 315° .

Відповідь. 45° , 135° , 225° , 315° .

Примітка. Запропонуйте учням/ученицям дослідити, що таке інтенсивність радіосигналу.

Задача 2. Олімпіадна задача. Для деякого кута α числа $\sin \alpha$ та $\cos \alpha$ є коренями квадратного рівняння $5x^2 - 3x + c = 0$. Знайдіть значення параметра c .

Розв'язання. За теоремою Вієта, $\sin \alpha + \cos \alpha = 0,6$.

Піднесемо обидві частини отриманої рівності до квадрата: $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 0,36$, $\sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 0,36$, $1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = 0,36$, $\sin \alpha \cos \alpha = -0,32$.

За теоремою Вієта, $\cos \alpha \sin \alpha = \frac{c}{5}$, $-0,32 = \frac{c}{5}$, $c = -1,6$.

Відповідь. $-1,6$.

VI. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (10–15 хв)

Рівень А

1. Знайдіть $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, якщо $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ і $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.
2. Знайдіть $\sin \alpha, \cos \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$, якщо $\operatorname{tg} \alpha = -5$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.
3. Спростіть вираз:
1) $1 - \cos^2 \alpha$; 2) $\sin^2 \alpha - 1$; 3) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha$;
4) $\sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \cos \alpha$; 5) $\frac{\cos^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha - 1}$; 6) $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$.
4. Спростіть вираз:
1) $2\sin^2 \alpha + 2\cos^2 \alpha$; 2) $-\sin^2 x - \cos^2 x$. 3) $(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cos^2 \alpha - 1$;
4) $1 - \sin^2 \alpha (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha)$; 5) $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{1}{\sin^2 \alpha}$; 6) $\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$.
5. Спростіть вираз:
1) $1 - \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha$; 2) $\sin \alpha \cos \alpha \operatorname{ctg} \alpha$;
3) $(\cos x - 1)(2 + 2\cos x)$; 4) $2 - \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.
6. Спростіть вираз:
1) $(1 + \operatorname{tg} \alpha)^2 + (1 - \operatorname{tg} \alpha)^2$; 2) $\sin^4 \alpha + 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha$;
3) $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$; 4) $\operatorname{ctg} x + \frac{\sin x}{1 + \cos x}$.
12. Побудуйте графік функції $y = \frac{1}{\operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x}$.

Рівень В

1. Обчисліть значення тригонометричних функцій кута α , якщо:
1) $\sin \alpha = -\frac{2}{7}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$; 2) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.
2. Обчисліть значення тригонометричних функцій кута α , якщо:
2) $\operatorname{ctg} \alpha = -3\frac{3}{7}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; 6) $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.
3. Обчисліть $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$, якщо $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{2}{5}$.
4. Спростіть вираз:
1) $\sin^4 \alpha + 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha$; 2) $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$;
3) $\cos^2 \alpha - \cos^4 \alpha + \sin^4 \alpha$; 4) $\sin^4 \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$.

5. Спростіть вираз:

1) $\cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$;

2) $\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha$;

3) $\cos(-\alpha) + \cos \alpha \operatorname{tg}^2(-\alpha)$;

4) $\frac{1 + \sin(-\beta)}{\cos(-\beta)} - \operatorname{tg}(-\beta)$.

6. Обчисліть $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$, якщо $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{2}{5}$.

7. Знайдіть найбільше і найменше значення виразу:

1) $1 + \sqrt{\sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha}$;

2) $\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (2 - \sin^2 \alpha)$;

3) $\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{1}{\cos \alpha}$;

4) $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha$.

8. Спростіть вираз:

1) $\sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2}} + \sqrt{1 - \cos^2 \frac{\alpha}{2}}$, якщо $3\pi < \alpha < 4\pi$;

2) $\sqrt{\cos^2 \beta (1 + \operatorname{tg} \beta) + \sin^2 \beta (1 + \operatorname{ctg} \beta)}$, якщо $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$.

9. Знайдіть найбільше і найменше значення функції:

1) $y = 3 \sin^2 x + 2 \cos^2 x$;

2) $y = \cos^2 x - 2 \sin^2 x$.

10. Знайдіть кут x , якщо $0 < x < \frac{\pi}{2}$ і $8 \sin^2 x - 2 \cos x = 5$.

11. Спростіть вираз:

1) $\frac{2 \sin^2 \alpha - 1}{\sin \alpha - \cos \alpha}$;

2) $(a \sin \alpha + b \cos \alpha)^2 + (a \cos \alpha - b \sin \alpha)^2$.

12. Побудуйте графік функції $y = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x}$.

Рівень С

1. Знайдіть значення виразу $\frac{3 \sin^2 \alpha + 12 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - 2 \cos^2 \alpha}$, якщо $\operatorname{tg} \alpha = 2$.

2. Спростіть вираз:

1) $\sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2}} + \sqrt{1 - \cos^2 \frac{\alpha}{2}}$, якщо $3\pi < \alpha < 4\pi$;

2) $\sqrt{\cos^2 \beta (1 + \operatorname{tg} \beta) + \sin^2 \beta (1 + \operatorname{ctg} \beta)}$, якщо $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$.

3. Спростіть вираз:

1) $\sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}}$, якщо $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

2) $\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} + \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}}$, якщо $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

4. Знайдіть найбільше і найменше значення функції $y = a \sin^2 x + b \cos^2 x$.

5. Знайдіть кут x , якщо $0 < x < \frac{\pi}{2}$ і $\sin^3 x (1 - \operatorname{ctg} x) - \cos^3 x (1 - \operatorname{tg} x) = 0$.

6. Знайдіть значення виразу $\sin^2 x - \sin^4 x + \cos^4 x$, якщо відомо, що $\cos x + \sin x \operatorname{ctg} x = 0,4$.

- 7. Творче завдання.** Створіть електронний тренажер для відпрацювання навичок використання найпростіших тригонометричних тотожностей.

VI. Рефлексія (1–2 хв)

- 1) Сьогодні я дізнався/дізналась, що
.....
.....
- 2) Цей урок допоміг мені зрозуміти, що
.....
.....
- 3) Під час уроку я зрозумів/зрозуміла, що вже вмію
.....
.....
- 4) Найскладнішим для мене було
.....
.....
- 5) Тепер я впевнений/упевнена у своїй здатності
.....
.....
- 6) Найбільше мені сподобалося
.....
.....

Можливі теми учнівських проєктів

- 1.** Алгоритм використання основних співвідношень між тригонометричними функціями для спрощення і перетворення виразів.
- 2.** Використання тригонометричних тотожностей у задачах фізики й техніки.
- 3.** Аналіз основних помилок при розв'язуванні задач на спрощення тригонометричних виразів.
- 4.** Створення електронного тренажера для спрощення тригонометричних виразів.
- 5.** Використання основних співвідношень між тригонометричними функціями при розв'язуванні вправ на оцінювання значення виразу.