

11

Тема 2. Співвідношення між тригонометричними функціями

Урок 7. Урок–практикум. Застосування формул зведення

Тип уроку: урок формування умінь і навичок.

План уроку

1. Обчислення значень тригонометричних функцій з використанням формул зведення.
2. Спрощення та перетворення виразів.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

висловлює власне ставлення до здобутої інформації та нові ідеї, які виникли в результаті аналізу інформаційних джерел, наводить контраргументи [12 МАО 1.2.1–2 П];

впорядковує та перетворює інформацію математичного змісту в специфічних проблемних ситуаціях, зокрема із застосуванням інформаційних технологій [12 МАО 2.1.3–1 П];

обирає математичну модель розв'язання специфічної проблемної ситуації з урахуванням різних умов [12 МАО 3.2.2–1 П];

добирає доцільні математичні поняття, факти і послідовність дій для розв'язання проблемних ситуацій [12 МАО 4.2.1–1 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Сформулюйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку.
- 2) Запропонуйте учням/ученицям, на ваш вибір, завдання на повторення вивченого. Завдання можна розв'язувати усно.
- 3) Теорію подавайте стисло, акцентуйте увагу (коли можливо) на її практичному застосуванні.
- 4) До теоретичних тверджень наведено ілюстративні задачі. Обирайте ілюстративні задачі на власний розсуд.

- 5) Обирайте кількість та зміст матеріалу на власний розсуд.
- 6) Пропонуйте учням/ученицям самотужки або в групах розв'язувати тренувальні завдання за трьома рівнями складності, на вибір учня/учениці. Формуйте навички розв'язання прикладів та задач і навчайте учнів/учениць самостійної роботи над завданнями.
- 7) Мотивуйте учнів/учениць до проєктної діяльності. Запропонуйте учням/ученицям обрати теми для індивідуальних (групових) проєктів. Створення проєктів та їхній захист можуть бути альтернативою контрольної роботи з теми.
- 8) Можливі теми для створення проєктів запропоновані.

I. Організаційна частина (2 хв)

Мотиваційні запитання

- 1) Чому інженеру або будівельнику зручніше знати значення тригонометричних функцій кутів лише у першій чверті, а всі інші знаходити за допомогою формул зведення?
- 2) Чому в астрономії при визначенні положень небесного тіла кут спостереження приводять до «зручного» діапазону?
- 3) Чи можна за допомогою формул зведення швидко перевірити правильність обчислень значень тригонометричних виразів?
- 4) Чому у хвильових процесах зручно зводити фазу до кута першої чверті?
- 5) Чому розробники математичних бібліотек у програмуванні реалізують значення тригонометричних функцій для обмеженого діапазону кутів, а всі інші отримують використовуючи формули зведення?

II. Повторення (3–4 хв)

1. Обчисліть: $\cos 840^\circ$.
Відповідь. $-\frac{1}{2}$.
2. Знайдіть головний період функції $y = \operatorname{tg} 4x$.
Відповідь. $\frac{\pi}{4}$.
3. Зведіть функцію $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$.
Відповідь. $-\operatorname{ctg} \alpha$.
4. Спростіть вираз $\operatorname{tg} \alpha (1 - \sin^2 \alpha)$.
Відповідь. $\sin \alpha \cos \alpha$.
5. Обчисліть: $8 \sin^2 20^\circ + 8 \sin^2 70^\circ$.
Відповідь. 8.

Як я вирішую певну проблему?

Задача. Інженер отримав з акселерометра сигнал вертикальних коливань платформи. Через некоректні налаштування програмного забезпечення сигнал записався у формі $x(t) = -6 \cos\left(\frac{\pi}{8} - 10t\right)$. Зведіть отримане гармонічне коливання до стандартного вигляду із найменшою можливою невід'ємною початковою фазою. Також укажіть амплітуду, циклічну частоту та період цього коливання.

III. Обчислення значень тригонометричних функцій з використанням формул зведення

Повторити формули зведення можна за допомогою таблиці.

x	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	$\operatorname{ctg} x$
$\pi + \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
$\pi - \alpha$	$\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$
$2\pi + \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
$2\pi - \alpha$	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$
$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$-\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$

Також доцільно нагадати мнемонічне правило.

1. У правій частині рівності ставлять такий знак, який має ліва частина, за умови, що $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.
2. Якщо в лівій частині формули аргумент має вигляд $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ або $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, то синус міняють на косинус, тангенс — на котангенс, і навпаки. Якщо аргумент має вигляд $\pi \pm \alpha$ або $2\pi \pm \alpha$, то зміни функції не відбувається.

Ілюстративні приклади

- 6.** Зведіть $\operatorname{tg}(-325^\circ)$ до значення тригонометричної функції найменшого додатного аргументу.

Розв'язання. $\operatorname{tg}(-325^\circ) = -\operatorname{tg}(325^\circ) = -\operatorname{tg}(360^\circ - 35^\circ) = -(-\operatorname{tg} 35^\circ) = \operatorname{tg} 35^\circ$.

Відповідь. $\operatorname{tg} 35^\circ$.

- 7.** Зведіть $\cos \frac{9\pi}{10}$ до значення тригонометричної функції найменшого додатного аргументу.

Розв'язання. $\cos \frac{9\pi}{10} = \cos \left(\pi - \frac{\pi}{10} \right) = -\cos \frac{\pi}{10}$.

Відповідь. $-\cos \frac{\pi}{10}$.

Зауваження. Найменший додатний кут не більший за 45° .

- 8.** Обчисліть $\cos(-480^\circ)$.

Розв'язання. $\cos(-480^\circ) = \cos 480^\circ = \cos(360^\circ + 120^\circ) = \cos 120^\circ =$
 $= \cos(90^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -0,5$.

Відповідь. $-0,5$.

- 9.** Обчисліть $\operatorname{ctg}\left(-\frac{5\pi}{3}\right)$.

Розв'язання. $\operatorname{ctg}\left(-\frac{5\pi}{3}\right) = -\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{3} = -\operatorname{ctg}\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Відповідь. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

- 10.** Обчисліть $\frac{\sin^2 315^\circ \cos 300^\circ + \operatorname{tg}(-315^\circ)}{\sin(-120^\circ) \cos 150^\circ}$.

Розв'язання. $\sin^2 315^\circ = \sin^2(360^\circ - 45^\circ) = \sin^2 45^\circ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$.

$\cos 300^\circ = \cos(270^\circ + 30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\operatorname{tg}(-315^\circ) = -\operatorname{tg} 315^\circ = -\operatorname{tg}(360^\circ - 45^\circ) = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$.

$\sin(-120^\circ) = -\sin 120^\circ = -\sin(90^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$.

$\cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Отже, $\frac{\sin^2 315^\circ \cos 300^\circ + \operatorname{tg}(-315^\circ)}{\sin(-120^\circ) \cos 150^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 1}{-\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} + 1}{\frac{\sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{3} + 4}{\sqrt{3}} = \frac{3 + 4\sqrt{3}}{3}$.

Відповідь. $\frac{3+4\sqrt{3}}{3}$.

IV. Спрощення та перетворення виразів

Поради учню/учениці при розв'язуванні завдань на спрощення та перетворення тригонометричних виразів.

1. Якщо можна одразу скористатися формулами зведення, то потрібно це зробити.
2. Якщо у виразах присутні тригонометричні функції різних аргументів, то перевірте чи не дорівнює їх сума (різниця) кутам $\pm \frac{\pi}{2}$, $\pm \frac{3\pi}{2}$, $\pm \pi$ чи $\pm 2\pi$, а далі за допомогою формул зведення зведіть їх до однакових аргументів.
3. Перевірте, чи не можна скористатися формулами тригонометрії, які були вивчені раніше, а саме: найпростішими тригонометричними тотожностями або формулами додавання.
4. Не забувайте про тотожності скороченого множення.

Ілюстративні приклади

11. Спростіть вираз $\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)-\cos(\pi-\alpha)\sin(3\pi+\alpha)}{\left(\cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)+\sin(1,5\pi+\alpha)\right)^2-1}$.

Розв'язання.
$$\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)-\cos(\pi-\alpha)\sin(3\pi+\alpha)}{\left(\cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)+\sin(1,5\pi+\alpha)\right)^2-1} = \frac{\operatorname{ctg}\alpha - (-\cos\alpha) \cdot (-\sin\alpha)}{(-\sin\alpha - \cos\alpha)^2 - 1} =$$
$$= \frac{\operatorname{ctg}\alpha - \sin\alpha \cos\alpha}{\sin^2\alpha + 2\sin\alpha \cos\alpha + \cos^2\alpha - 1} = \frac{\operatorname{ctg}\alpha - \sin\alpha \cos\alpha}{2\sin\alpha \cos\alpha} = \frac{1}{2} \left(\frac{\operatorname{ctg}\alpha}{\sin\alpha \cos\alpha} - \frac{\sin\alpha \cos\alpha}{\sin\alpha \cos\alpha} \right) =$$
$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha \sin\alpha \cos\alpha} - 1 \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sin^2\alpha} - 1 \right) = \frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2\alpha.$$

Відповідь. $\frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2\alpha$.

12. Спростіть вираз $\frac{\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)} \operatorname{ctg}\left(\alpha - \frac{5\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \sin(\alpha - \pi)$.

Розв'язання. $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$.

Оскільки $\frac{\pi}{4} - \alpha + \frac{\pi}{4} + \alpha = \frac{\pi}{2}$, то $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$.

$$\begin{aligned}
\text{Отже, } & \frac{\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)} \operatorname{ctg}\left(\alpha - \frac{5\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \sin(\alpha - \pi) = \\
& = \frac{-\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)} \cdot \left(-\operatorname{ctg}\left(\pi + \frac{\pi}{4} - \alpha\right)\right) + \sin \alpha \cdot (-\sin \alpha) = \\
& = -\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) \cdot \left(-\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)\right) - \sin^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha.
\end{aligned}$$

Відповідь. $\cos^2 \alpha$.

- 13.** Відомо, що $\operatorname{ctg}(60^\circ - 2\alpha) + \operatorname{ctg}(30^\circ + 2\alpha) = a$. Знайдіть $\operatorname{ctg}^2(60^\circ - 2\alpha) + \operatorname{ctg}^2(30^\circ + 2\alpha)$.

Розв'язання. Оскільки $60^\circ - 2\alpha + 30^\circ + 2\alpha = 90^\circ$, то $\operatorname{ctg}(60^\circ - 2\alpha) = \operatorname{tg}(30^\circ + 2\alpha)$.

$$\begin{aligned}
\text{Тоді } & \operatorname{ctg}^2(60^\circ - 2\alpha) + \operatorname{ctg}^2(30^\circ + 2\alpha) = \\
& = (\operatorname{ctg}(60^\circ - 2\alpha) + \operatorname{ctg}(30^\circ + 2\alpha))^2 - 2\operatorname{ctg}(60^\circ - 2\alpha)\operatorname{ctg}(30^\circ + 2\alpha) = \\
& = a^2 - 2\operatorname{tg}(30^\circ + 2\alpha)\operatorname{ctg}(30^\circ + 2\alpha) = a^2 - 2.
\end{aligned}$$

Відповідь. $a^2 - 2$.

V. Розв'язування практичної задачі. Групова активність (5–7 хв)

Як я вирішую певну проблему?

Задача 1. Інженер отримав з акселерометра сигнал вертикальних коливань платформи. Через некоректні налаштування програмного забезпечення сигнал записався у формі $x(t) = -6 \cos\left(\frac{\pi}{8} - 10t\right)$. Зведіть отримане гармонічне коливання до стандартного вигляду із найменшою можливою невід'ємною початковою фазою. Також укажіть амплітуду, циклічну частоту та період цього коливання.

$$\begin{aligned}
\text{Розв'язання. Виконаємо перетворення } & x(t) = -6 \cos\left(10t - \frac{\pi}{8}\right), \quad x(t) = 6 \cos\left(10t - \frac{\pi}{8} + \pi\right), \\
& x(t) = 6 \cos\left(10t + \frac{7\pi}{8}\right), \quad x(t) = 6 \cos\left(\frac{\pi}{2} + 10t + \frac{3\pi}{8}\right), \quad x(t) = 6 \sin\left(10t + \frac{3\pi}{8}\right).
\end{aligned}$$

Оскільки $\frac{3\pi}{8} < \frac{\pi}{2}$, то $\frac{3\pi}{8}$ — найменша можлива невід'ємна початкова фаза даного коливання.

Амплітуда коливання дорівнює 6, циклічна частота — 10, період — $\frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$.

Відповідь. $x(t) = 6 \sin\left(10t + \frac{3\pi}{8}\right)$; 6; 10; $\frac{\pi}{5}$.

VI. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

Рівень А

1. Обчисліть:

1) $\operatorname{ctg} \frac{11\pi}{6}$; 2) $\cos \frac{13\pi}{6}$; 3) $\cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right)$; 4) $\sin\left(-\frac{5\pi}{3}\right)$.

2. Обчисліть:

1) $\cos(-150^\circ)$; 2) $\operatorname{ctg} 300^\circ$; 3) $\sin 240^\circ$; 4) $\operatorname{tg} 210^\circ$.

3. Спростіть вираз:

1) $\sin(\pi + \alpha) - \operatorname{tg}(\pi - \alpha)$; 2) $\sin(270^\circ - \alpha) + \cos(270^\circ + \alpha)$;
3) $\operatorname{tg}(\alpha - 360^\circ) - \operatorname{ctg}(270^\circ - \alpha)$; 4) $\sin(\pi + 1) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$.

4. Обчисліть:

1) $3\cos 3660^\circ + \sin(-1560^\circ) + \cos(-450^\circ)$;
2) $\cos 4455^\circ - \cos(-945^\circ) + \operatorname{tg} 1035^\circ - \operatorname{ctg}(-1500^\circ)$.

5. Зведіть тригонометричну функцію до функції додатного кута, меншого від $\frac{\pi}{4}$:

1) $\operatorname{tg} 174^\circ$; 2) $\sin 1,2\pi$; 3) $\cos \frac{5\pi}{6}$; 4) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$.

6. Спростіть вираз:

1) $\sin(90^\circ - \alpha) + \cos(180^\circ + \alpha) + \operatorname{tg}(270^\circ + \alpha) + \operatorname{ctg}(360^\circ + \alpha)$;
2) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right) - \cos(\pi - t) + \operatorname{tg}(\pi - t) + \operatorname{ctg}\left(\frac{5\pi}{2} - t\right)$.

Рівень В

1. Спростіть вираз:

1) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha) + \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \operatorname{ctg}(2\pi - \alpha)$;
2) $\sin(90^\circ + \alpha) \cdot \sin(180^\circ - \alpha) (\operatorname{tg}(180^\circ + \alpha) + \operatorname{tg}(270^\circ - \alpha))$;
3) $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) - \sin^2(\alpha - \pi) \sin^2(\alpha + \pi) - \cos^2(\alpha + \pi) \cos^2\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$;
4) $\sin^2(\pi - x) + \operatorname{tg}^2(\pi - x) \cdot \operatorname{tg}^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cos(x - 2\pi)$.

2. Обчисліть:

1) $3\operatorname{ctg} 135^\circ + 2\cos 120^\circ + \operatorname{tg} 420^\circ + 2\sin 330^\circ$;
2) $2\sin 210^\circ + \operatorname{tg} 240^\circ + \operatorname{ctg} 120^\circ + \cos 450^\circ$.

3. Обчисліть:

1) $\operatorname{ctg} 1^\circ \cdot \operatorname{ctg} 3^\circ \cdot \operatorname{ctg} 5^\circ \cdot \dots \cdot \operatorname{ctg} 89^\circ$; 2) $\operatorname{tg} 88^\circ \cdot \operatorname{tg} 86^\circ \cdot \operatorname{tg} 84^\circ \cdot \dots \cdot \operatorname{tg} 2^\circ$.

4. Обчисліть:

1) $\frac{\sin 150^\circ - \cos 240^\circ}{\operatorname{ctg} 730^\circ \operatorname{ctg} 800^\circ + \operatorname{tg} 730^\circ \operatorname{tg} 800^\circ};$

2) $\sin 750^\circ \sin 150^\circ + \cos 930^\circ \cos(-870^\circ) + \operatorname{tg} 600^\circ.$

5. Спростіть вираз:

1) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \sin \alpha + \sin^2(3\pi + \alpha) + \operatorname{tg}(5\pi + \alpha) \operatorname{ctg} \alpha;$

2) $\cos(3\pi - \beta) + \operatorname{ctg}(3,5\pi - \beta) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right) \operatorname{ctg}(\pi + \beta).$

6. Знайдіть значення виразу:

1) $\cos \frac{16\pi}{3} + \operatorname{tg} \frac{7\pi}{6} - \operatorname{ctg} 3,5\pi - \sin \frac{13\pi}{6};$

2) $\cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{2\pi}{9} + \cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{4\pi}{9} + \dots + \cos \pi.$

7. Спростіть вираз:

1) $\frac{1 - \operatorname{tg}(90^\circ + x)}{1 + \operatorname{ctg}(-x)} - \frac{\operatorname{tg}(180^\circ + x) + 1}{\operatorname{ctg}(270^\circ - x) - 1};$ 2) $\frac{\operatorname{tg}(1,5\pi - \alpha) + \operatorname{tg}^3(0,5\pi + \alpha)}{\operatorname{ctg}^3(2,5\pi - \alpha) + \operatorname{ctg}(1,5\pi + \alpha)}.$

8. Відомо, що α , β і γ — кути трикутника ABC . Знайдіть $\operatorname{tg} \beta$, якщо $\sin \alpha = 0,6$, а $\cos \gamma = \frac{5}{13}$.

9. Обчисліть:

1) $8 \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{2\pi}{3} \operatorname{tg} \frac{7\pi}{4};$

2) $10 \operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} \sin \frac{5\pi}{4} \cos \frac{7\pi}{4}.$

10. Спростіть вираз:

1) $\frac{\sin^8(\alpha - 270^\circ) \cos(360^\circ - \alpha)}{\operatorname{tg}^9(\alpha - 90^\circ) \cos^3(\alpha - 270^\circ)};$

2) $\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + y\right) - \sin\left(\frac{7\pi}{2} - y\right) \operatorname{ctg}\left(\frac{5\pi}{2} + x\right)}{\cos(\pi - x) \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - y\right) - \cos(2\pi - y) \operatorname{tg}(11\pi - x)}.$

11. Обчисліть:

1) $\frac{\operatorname{tg} 380^\circ + \operatorname{tg} 25^\circ}{\operatorname{tg} 225^\circ + \operatorname{ctg} 290^\circ \operatorname{ctg} 65^\circ};$

2) $\frac{\operatorname{tg} \frac{19\pi}{36} - \operatorname{tg} \frac{7\pi}{36}}{\sqrt{3} \operatorname{ctg} \frac{7\pi}{3} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{36} \operatorname{ctg} \frac{11\pi}{36}}.$

12. Доведіть рівність:

1) $\frac{\sin 50^\circ + \cos 50^\circ}{\sqrt{2} \sin 85^\circ} = 1;$

2) $\frac{\cos 40^\circ - \sqrt{3} \sin 40^\circ}{\sin 190^\circ} = 2.$

Рівень С

1. Обчисліть:

1) $\sin 0^\circ + \sin 1^\circ + \sin 2^\circ + \dots + \sin 359^\circ + \sin 360^\circ;$

2) $\operatorname{ctg} 15^\circ + \operatorname{ctg} 30^\circ + \operatorname{ctg} 45^\circ + \dots + \operatorname{ctg} 165^\circ;$

3) $\sin 110^\circ + \sin 130^\circ + \sin 150^\circ + \dots + \sin 230^\circ + \sin 250^\circ + \sin 270^\circ$;

4) $\operatorname{tg} 10^\circ \operatorname{tg} 20^\circ \operatorname{tg} 30^\circ \operatorname{tg} 40^\circ \dots \operatorname{tg} 70^\circ \operatorname{tg} 80^\circ$.

2. Спростіть вираз:

1) $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \operatorname{tg}(\pi + \alpha)$;

2) $\frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)}{\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)} + \sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$.

3. Відомо, що $\cos(45^\circ + \alpha) + \cos(45^\circ - \alpha) = m$. Знайдіть:

1) $\cos^2(45^\circ + \alpha) + \cos^2(45^\circ - \alpha)$; 2) $\cos(45^\circ + \alpha) - \cos(45^\circ - \alpha)$.

4. Обчисліть $\frac{\cos 243^\circ \cos 183^\circ - \cos(-273^\circ) \cos(-387^\circ)}{\cos 132^\circ \cos(-108^\circ) + \cos(-318^\circ) \cos 738^\circ} - \frac{\sin 18^\circ \cos 6^\circ + \sin 72^\circ \cos 84^\circ}{0,5\sqrt{3} \cos 6^\circ + 0,5 \sin 184^\circ}$.

5. Спростіть вираз:

1) $\frac{\sin(180^\circ - 2x + y) + \cos(270^\circ + 2x + y) - \cos(1,5\pi - 2x)}{-\cos(3\pi + 2x + y) - \sin(2x - y - 0,5\pi) - \sin(1,5\pi + 2x)}$;

2) $\frac{(\sin^2(3,5\pi - \alpha) - \sin^2(3\pi + \alpha)) \operatorname{ctg}^2\left(\frac{13\pi}{2} + \alpha\right)}{\operatorname{tg}^2(1,5\pi + \alpha) - \operatorname{tg}^2(\pi - \alpha)}$.

6. Обчисліть:

1) $\left(\sin \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{5\pi}{9}\right) \left(\sin \frac{13\pi}{9} - \sin \frac{19\pi}{12}\right) - \left(\sin \frac{11\pi}{12} + \sin \frac{19\pi}{18}\right) \left(\cos \frac{17\pi}{12} - \cos \frac{14\pi}{9}\right)$;

2) $\operatorname{tg} 65^\circ \operatorname{ctg} 55^\circ - \operatorname{tg} 65^\circ \operatorname{ctg} 80^\circ - \operatorname{ctg} 55^\circ \operatorname{ctg} 80^\circ$.

7. Творче завдання. Напишіть програму, яка візуалізує геометричний зміст формул зведення.

VII. Рефлексія (1–2 хв)

1) Сьогодні я дізнався/дізналась, що

2) Цей урок допоміг мені зрозуміти, що

3) Під час уроку я зрозумів/зрозуміла, що вже вмію

4) Найскладнішим для мене було

- 5) Тепер я впевнений/упевнена у своїй здатності
-
-
- 6) Найбільше мені сподобалося
-
-

Можливі теми проєктів

- 1.** Оптимізація алгоритмів обчислення значень тригонометричних функцій у програмуванні.
- 2.** Формули зведення у фізиці коливань.
- 3.** Формули зведення в астрономії.
- 4.** Створення навчального застосунку для вивчення формул зведення.
- 5.** Застосування формул зведення в авіації.