

Тема 3.

Тригонометричні рівняння й нерівності

Урок 1. Рівняння $\cos x = a$

План уроку

1. Означення найпростіших тригонометричних рівнянь.
2. Графічний метод розв'язування рівняння $\cos x = a$.
3. Особливі випадки рівняння $\cos x = a$, якщо $a = 1$, $a = -1$, $a = 0$.
4. Означення арккосинуса числа a .
5. Загальна формула коренів рівняння $\cos x = a$.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

визначає типи можливих результатів розв'язання специфічної проблемної ситуації [12 МАО 1.3.1–1 П];

виявляє ініціативу, пропонує та обґрунтовує ідеї щодо способу розв'язання специфічних проблемних ситуацій [12 МАО 2.2.1–1 П];

визначає, яких даних недостатньо чи є надлишкові дані, під час розв'язання специфічної проблемної ситуації [12 МАО 3.1.2–1 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Сформулюйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку.
- 2) Запропонуйте учням/ученицям, на ваш вибір, завдання на повторення вивченого.
- 3) Сформулюйте практичну задачу (без розв'язання). Розв'язання пропонуємо у вигляді групової роботи наприкінці уроку.
- 4) До теоретичних тверджень наведено ілюстративні приклади. Обирайте ілюстративні приклади на ваш розсуд.
- 5) Обирайте кількість та зміст матеріалу на власний розсуд.
- 6) Заплануйте розв'язання практичної задачі. Об'єднайте учнів/учениць у кілька груп. Під час розв'язання задачі групами важливо формувати комунікаційні навички, знаходити математичного партнера, з яким під силу розв'язати задачу, інтегрувати здобуті знання у розв'язання практичних задач.

7) Запропонуйте учням/ученицям самотужки або в групах розв'язувати тренувальні завдання за трьома рівнями складності, на вибір учня/учениці. Формуйте навички розв'язання прикладів і задач та навчайте учнів/учениць самостійної роботи над завданнями.

8) Мотивуйте учнів/учениць до проектної діяльності. Запропонуйте учням/ученицям обрати теми для індивідуальних (групових) проєктів. Створення проєктів та їхній захист можуть бути альтернативою контрольної роботи з теми.

9) Можливі теми для створення проєктів запропоновані. Також темами проєктів можуть бути практичні завдання за рівнями складності В або С. Якщо учень/учениця розв'язали завдання рівня А, то для проєкту вони можуть обрати рівень В або рівень С

10) Запропонуйте учням/ученицям заповнити лист рефлексії.

I. Організаційна частина (2 хв)

Мотиваційні запитання

1) Чи можна за допомогою тригонометричних рівнянь визначити кут нахилу дороги чи кут нахилу даху будинку?

2) В яких задачах фізики косинус кута визначає важливі характеристики явища?

3) Чому не існує кута, косинус якого дорівнює $\sqrt{2}$?

4) Чи потрібно у прикладних задачах знаходити усі корені рівняння?

5) Чому для рівняння $\cos x = \frac{1}{2}$ можна усно легко знайти хоча б один корінь, а для рівняння

$\cos x = \frac{1}{3}$ це зробити не вдасться?

II. Повторення (3–4 хв)

1. Обчисліть значення виразу $\cos 39^\circ \cos 21^\circ - \sin 39^\circ \sin 21^\circ$.

Відповідь. $\frac{1}{2}$.

2. Укажіть головний період функції $y = \sin \frac{2}{3}x$.

Відповідь. 3π .

3. Обчисліть $\frac{2 \operatorname{tg} 15^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 15^\circ}$.

Відповідь. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

4. Спростіть вираз $\frac{\sin 5\alpha - \sin \alpha}{\cos 3\alpha}$.

Відповідь. $2 \sin 2\alpha$.

5. Спростіть вираз $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sin(\pi - \alpha)$.

Відповідь. 0.

Як я вирішую певну проблему?

Задача 1. Після вимірювання артеріального тиску впродовж доби, за допомогою добового моніторингу артеріального тиску (ДМАТ), лікар увів дані пацієнта в спеціальну програму обробки даних. Програма змоделювала функцію $P = 110 - 20 \cos\left(\frac{16\pi t}{7}\right)$, де час $t > 10$ (в секундах), яка визначає зміну систолічного тиску P пацієнта. Знайдіть найменше значення t ($t > 10$), при якому систолічний тиск P пацієнта дорівнює 100.

Примітка. З'ясуйте, що таке систолічний тиск.

Задача 2. Конкурсна задача. Знайдіть кількість коренів рівняння $\cos x = \frac{11|x|}{20\pi}$. Відповідь обґрунтуйте.

III. Означення найпростіших тригонометричних рівнянь

Означення. Тригонометричними рівняннями називають рівності, в яких змінна міститься *лише* під знаком тригонометричної функції.

Наприклад, рівняння $\cos 3x = \sin x$, $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - 11x\right) - \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - 5x\right) = 0$,

$\sin 3x + \sin 5x = \sin 4x$, $\operatorname{ctg} 2x = 6$ — тригонометричні, а рівняння $\sin x = \frac{1}{2}x$,

$\cos x = \sqrt{1-x^2}$, $\operatorname{tg} 2x = x$ — ні.

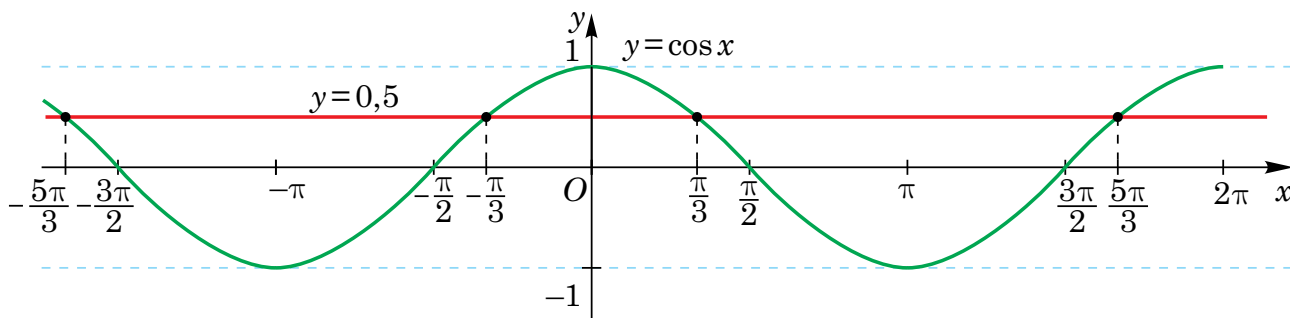
Означення. Коренем, який є кутом, тригонометричного рівняння називається таке числове значення змінної, яке перетворює рівняння у правильну рівність.

Розв'язати тригонометричне рівняння означає знайти всі його корені або довести, що їх не існує.

Найпростішими тригонометричними рівняннями прийнято вважати рівняння виду: $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, де a — довільне дійсне число.

IV. Графічний метод розв'язування рівняння $\cos x = a$ (5 хв)

Побудуємо в одній системі координат графіки функцій $y = \cos x$ та $y = a$.

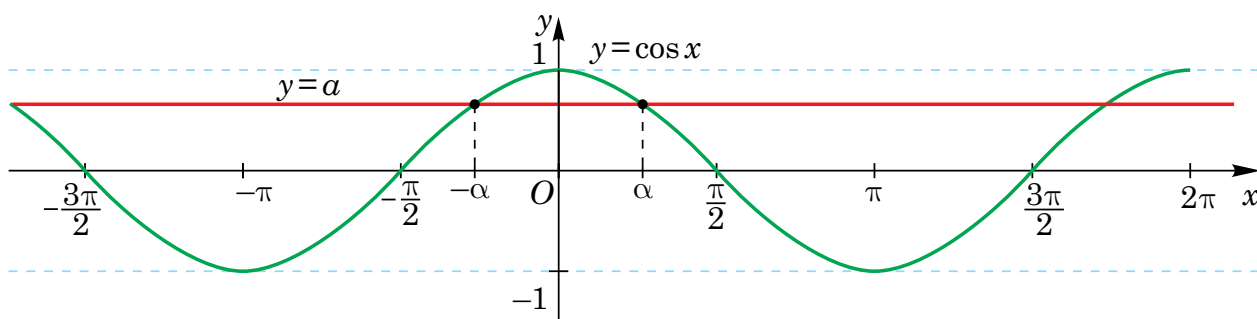


Оскільки множина значень функції $y = \cos x$ є проміжок $[-1; 1]$, то при $a > 1$ і при $a < -1$ рівняння коренів не матиме.

Щоб зрозуміти, як розв'язувати рівняння $\cos x = a$ у загальному випадку, розв'яжемо рівняння $\cos x = 0,5$ графічно (див. рисунок).

Пряма $y = 0,5$ має з графіком функції $y = \cos x$ нескінченну кількість точок перетину, абсциси яких мають вигляд $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n$ та $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

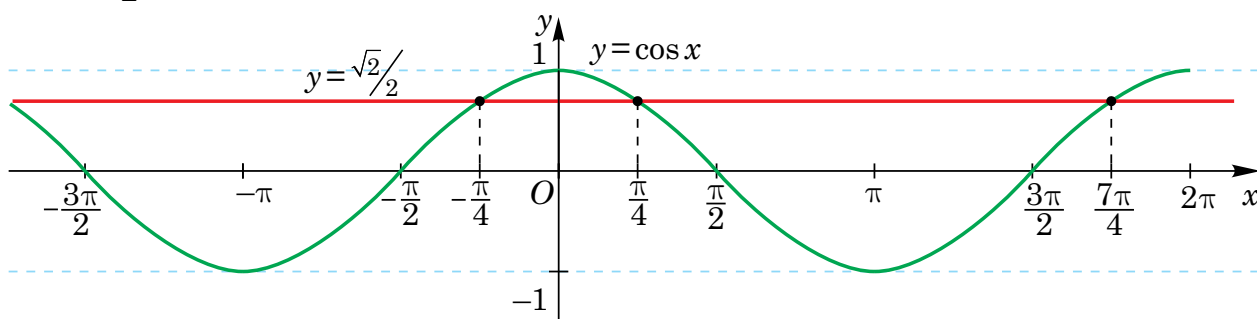
Якщо число 0,5 замінити на будь-яке інше число з проміжку $(-1; 1)$, то хід розв'язання буде такий самий. Точки перетину графіків мають абсциси: $x = \alpha + 2\pi n$ та $x = -\alpha + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, де α — один з таких кутів, що $\cos \alpha = a$ (див. рисунок).



Ілюстративні приклади

6. Розв'яжіть графічно рівняння $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Розв'язання. Побудуємо в одній системі координат графіки функцій $y = \cos x$ та $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (див. рисунок).



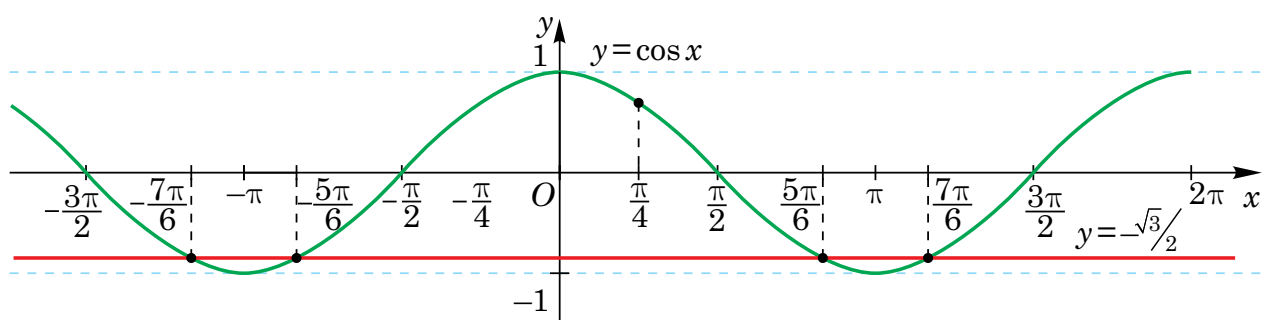
Одним із кутів, косинус якого дорівнює $\frac{\sqrt{2}}{2}$, є кут $\frac{\pi}{4}$, а враховуючи парність функції $y = \cos x$, косинус кута $-\frac{\pi}{4}$ також дорівнює $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Оскільки функція $y = \cos x$ є періодичною з головним періодом 2π , то коренями даного рівняння будуть усі числа виду $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$ та $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Відповідь. $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

7. Розв'яжіть графічно рівняння $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Розв'язання. Побудуємо в одній системі координат графіки функцій $y = \cos x$ та $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (див. рисунок).



Одним із кутів, косинус якого дорівнює $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, є кут $\frac{5\pi}{6}$, а враховуючи парність функції $y = \cos x$ косинус кута $-\frac{5\pi}{6}$ також дорівнює $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Оскільки функція $y = \cos x$ є періодичною із головним періодом 2π , то коренями даного рівняння є всі числа виду $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$ та $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Відповідь. $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

V. Особливі випадки при розв'язуванні рівняння $\cos x = a$, якщо $a = 1$, $a = -1$, $a = 0$

1) Функція $y = \cos x$ досягає свого найбільшого значення, яке дорівнює 1, у точках виду $2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, тому кути $x = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, є коренями рівняння $\cos x = 1$.

2) Функція $y = \cos x$ досягає свого найменшого значення, яке дорівнює -1 , у точках виду $\pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, тому кути $x = \pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, є коренями рівняння $\cos x = -1$.

3) Нулями функції $y = \cos x$ є числа виду $\frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, тому $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, є коренями рівняння $\cos x = 0$.

Ілюстративні приклади

8. Розв'яжіть рівняння $\cos 2x = -1$.

Розв'язання. $\cos 2x = -1$, $2x = \pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Відповідь. $\frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

9. Розв'яжіть рівняння $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$.

Розв'язання. $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$, $2x + \frac{\pi}{6} = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, $2x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$,

$x = -\frac{\pi}{12} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Відповідь. $-\frac{\pi}{12} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

10. Розв'яжіть рівняння $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$.

Розв'язання. $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$, $2x + \frac{\pi}{6} = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, $2x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$,

$x = -\frac{\pi}{12} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$,

Відповідь. $-\frac{\pi}{12} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

VI. Означення арккосинуса числа a

Означення. Арккосинусом числа a , де $-1 \leq a \leq 1$, називають кут α , де $0 \leq \alpha \leq \pi$, косинус якого дорівнює a , тобто $\cos \alpha = a$.

Основні властивості арккосинуса

1. Для $-1 \leq a \leq 1$ існує єдине значення арккосинуса.
2. Для $|a| > 1$ значень арккосинуса не існує, тобто вирази $\arccos 3$, $\arccos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$, $\arccos \pi$, $\arccos(-4)$ не мають змісту.
3. Якщо $-1 \leq a \leq 1$, то $\cos(\arccos a) = a$.
4. $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$.

Ілюстративні приклади (5–6 хв)

11. Обчисліть $\arccos \frac{1}{2}$.

Розв'язання. $\arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$, оскільки $0 \leq \frac{\pi}{3} \leq \pi$ і $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$.

Відповідь. $\frac{\pi}{3}$.

12. Обчисліть $\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

Розв'язання. $\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{5\pi}{6}$, оскільки $0 \leq \frac{5\pi}{6} \leq \pi$ і $\cos \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Відповідь. $\frac{5\pi}{6}$.

13. Чи є правильною рівність $\arccos \frac{1}{2} = -\frac{\pi}{3}$.

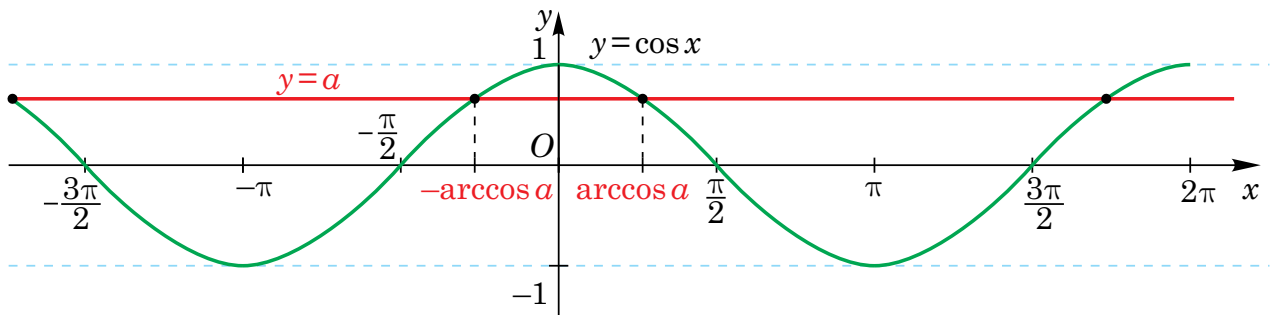
Розв'язання. Хоча $\cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2}$, проте $-\frac{\pi}{3} \notin [0; \pi]$, тому рівність $\arccos \frac{1}{2} = -\frac{\pi}{3}$ — не-
правильна.

Відповідь. Ні.

VII. Загальна формула коренів рівняння $\cos x = a$

Таким чином, формулу коренів рівняння $\cos x = a$, $-1 \leq a \leq 1$, можна записати так:

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$



Особливі випадки

$\cos x = 1$	$x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\cos x = -1$	$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\cos x = 0$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Оскільки особливі випадки зустрічаються досить часто, то варто запам'ятати розв'язки кожного з них.

Ілюстративні приклади (5 хв)

- 14.** Розв'яжіть рівняння $\cos x = \frac{1}{3}$.

Розв'язання. $\cos x = \frac{1}{3}$, $x = \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Відповідь. $\pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

- 15.** Розв'яжіть рівняння $\cos\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) = \frac{1}{4}$.

Розв'язання. Оскільки функція $f(x) = \cos x$ — парна, то:

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{4}, \quad 2x - \frac{\pi}{3} = \pm \arccos \frac{1}{4} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$x = \pm \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{4} + \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Відповідь. $\pm \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{4} + \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

- 16.** Розв'яжіть рівняння $\cos(2x - 1) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Розв'язання. $\cos(2x - 1) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $2x - 1 = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$,

$$2x - 1 = \pm \left(\pi - \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$2x = 1 \pm \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$2x = 1 \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$x = \frac{1}{2} \pm \frac{3}{8}\pi + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Відповідь. $\frac{1}{2} \pm \frac{3}{8}\pi + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

VIII. Розв'язування практичної задачі. Групова активність (5–7 хв)

Як я вирішую певну проблему?

Задача 1. Після вимірювання артеріального тиску впродовж доби, за допомогою добового моніторингу артеріального тиску (ДМАТ), лікар увів дані пацієнта в спеціальну програму обробки даних. Програма змодельовала функцію $P = 110 - 20 \cos\left(\frac{16\pi t}{7}\right)$, де час $t > 10$ (в секундах), яка визначає зміну систолічного тиску P пацієнта. Знайдіть найменше значення t ($t > 10$), при якому систолічний тиск P пацієнта дорівнює 100.

Примітка. З'ясуйте, що таке систолічний тиск.

Розв'язання. За умовою задачі, маємо рівність:

$$110 - 20 \cos\left(\frac{16\pi t}{7}\right) = 100, \quad -20 \cos\left(\frac{16\pi t}{7}\right) = 100 - 110, \quad -20 \cos\left(\frac{16\pi t}{7}\right) = -10,$$

$$\cos\left(\frac{16\pi t}{7}\right) = \frac{1}{2}, \quad \frac{16\pi t}{7} = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad \frac{16\pi t}{7} = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$t = \pm \frac{7}{48} + \frac{7}{8}n.$$

$$\begin{cases} \frac{7}{48} + \frac{7}{8}n > 10, \\ -\frac{7}{48} + \frac{7}{8}n > 10; \end{cases} \begin{cases} 7 + 42n > 480, \\ -7 + 42n > 480; \end{cases} \begin{cases} n > \frac{473}{42}, \\ n > \frac{487}{42}. \end{cases}$$

Найменше значення n , яке задовольняє умову, дорівнює 12.

Тому найменше значення t ($t > 10$), при якому систолічний тиск пацієнта дорівнює 100 одиниць, становить:

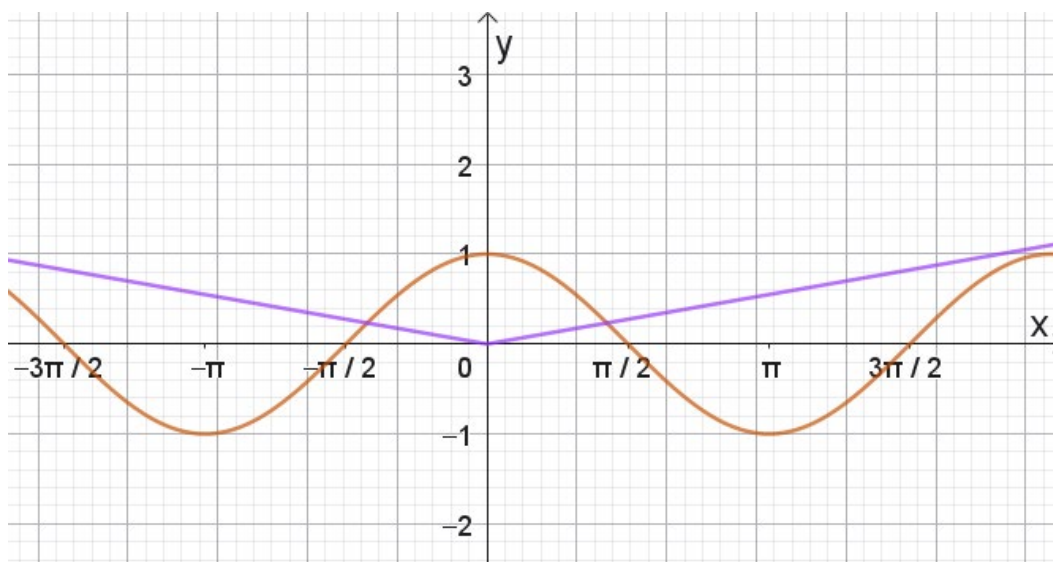
$$t = -\frac{7}{48} + \frac{7}{8} \cdot 12 = -\frac{7}{48} + \frac{21}{2} = \frac{497}{48} = 10 \frac{17}{48} \text{ (с)}.$$

Відповідь. $10 \frac{17}{48}$ с.

Задача 2. Конкурсна задача. Знайдіть кількість коренів рівняння $\cos x = \frac{11|x|}{20\pi}$. Відповідь обґрунтуйте.

Розв'язання. Побудуємо в одній системі координат графіки функцій $y = \cos x$ та

$$y = \frac{11|x|}{20} \text{ (див. рисунок).}$$



Графіки мають дві точки перетину (див. рисунок), тобто дане рівняння має два корені

Відповідь. Два.

ІХ. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (5–10 хв)

Рівень А

1. Обчисліть:

$$\begin{array}{lll} 1) \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right); & 2) \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right); & 3) \arccos\left(-\frac{1}{2}\right); \\ 4) \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right); & 5) \arccos 0; & 6) \arccos(-1). \end{array}$$

2. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad 2) \cos x = \frac{1}{2}; \quad 3) \cos x = 1; \quad 4) \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

3. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \quad 2) \cos x = -\frac{1}{2}; \quad 3) \cos x = -1; \quad 4) \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

4. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \cos x = \frac{1}{5}; \quad 2) \cos x = -\frac{1}{7}; \quad 3) \cos x = -1,01; \quad 4) \cos x = \sqrt{2}.$$

5. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \cos 2x = \frac{1}{2}; \quad 2) \cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad 3) \cos 4x = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \quad 4) \cos 5x = 0.$$

6. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \cos \frac{x}{3} = \frac{1}{2}; \quad 2) \cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad 3) \cos \frac{x}{5} = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \quad 4) \cos \frac{x}{3} = 0.$$

Рівень В

1. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad 2) \cos\left(\frac{x}{6} + 2\right) = -1; \quad 3) \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad 4) 2\cos\left(\frac{\pi}{8} + 3x\right) = 1.$$

2. Укажіть корені рівняння, які належать проміжку $[-2\pi; 2\pi]$:

$$1) 2\cos x = 1; \quad 2) 2\cos x = \sqrt{3}; \quad 3) 2\cos x = -\sqrt{2}; \quad 4) 2\cos x = -1.$$

3. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \cos(2-x) = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad 2) \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = -\frac{1}{2}; \quad 3) \cos(2-3x) = -1; \quad 4) \cos(1-3x) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

4. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \cos \frac{2\pi x}{3} = 0; \quad 2) \cos x = -\frac{1}{7}; \quad 3) \cos x = -1,01; \quad 4) \cos x = \sqrt{2}.$$

5. Знайдіть найбільший від'ємний корінь рівняння $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$.

6. При яких значеннях параметра a рівняння $\cos 2x = -2a^2 + 2a - 1$ має розв'язки?

7. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \cos \frac{2\pi}{x} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad 2) \cos \frac{2\pi}{x^2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad 3) \cos \frac{2\pi}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad 4) \cos \sqrt{\frac{\pi}{x}} = 0.$$

8. Розв'яжіть рівняння:

1) $\cos(2-3x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\cos x = \frac{\pi}{4}$; 3) $\cos \frac{2\pi x}{3} = 0$; 4) $\cos 3x = \sqrt{1,1}$.

9. Розв'яжіть рівняння, за формулами косинуса подвійного аргументу:

1) $\cos^2 2x - \sin^2 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $1 - 2\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

10. Розв'яжіть рівняння, за формулами косинуса пониження степеня:

1) $\cos^2 x = \frac{1}{2}$; 2) $\sin^2 x = \frac{1}{4}$.

11. Розв'яжіть рівняння:

1) $\cos \frac{\pi}{x} = 1$; 2) $\cos 2\pi\sqrt{x} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $\cos(\cos x) = \frac{1}{2}$; 4) $\cos(\cos x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

12. Розв'яжіть рівняння:

1) $\cos x = -\frac{\pi}{4}$; 2) $\cos x = \frac{\pi}{3}$; 3) $\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{4}$; 4) $\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Рівень С

1. При яких значеннях параметра a має розв'язки рівняння $(a^2 - 9)\cos x = a + 3$?

2. При яких додатних значеннях параметра a проміжок $[0; a]$ містить не менше трьох коренів рівняння $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$?

3. Розв'яжіть рівняння $\cos \frac{\pi(x^2 + 1)}{x^2 + 11} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

4. При яких значеннях параметра a рівняння $\frac{2\cos x + a}{\sqrt{\cos x - 3a + 1}} = 0$ має розв'язки?

5. Визначте кількість коренів рівняння $\cos x = a$ на проміжку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}\right]$ залежно від значень параметра a .

6. При яких значеннях параметра a рівняння $(x - a)\left(\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$ має єдиний корінь на проміжку $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$?

7. Творче завдання. Напишіть програму, яка графічно ілюструє розв'язки рівняння $\cos x = a$.

Х. Рефлексія (1–2 хв)

1. Я знаю означення найпростіших тригонометричних рівнянь.

Так

Ще треба потренуватися

Ні

2. Я розумію графічний метод розв'язування рівняння $\cos x = a$.

Так

Ще треба потренуватися

Ні

- | | | | |
|-----------|--|------------------------|----|
| 3. | Я знаю формулу для розв'язування рівняння $\cos x = a$, якщо $a = 1$, $a = -1$, $a = 0$. | | |
| | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 4. | Я знаю означення арккосинуса. | | |
| | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 5. | Я знаю загальну формулу для розв'язування рівняння $\cos x = a$. | | |
| | Так | Ще треба потренуватися | Ні |
| 6. | Я розумію, як використовувати вивчену тему для розв'язування задач практичного змісту. | | |
| | Так | Ще треба потренуватися | Ні |

Можливі теми учнівських проєктів

- 1.** Розв'язування рівнянь $\cos x = a$ за допомогою одиничного кола.
- 2.** Використання рівняння $\cos x = a$ у фізиці.
- 3.** Методи наближеного розв'язування рівняння $\cos x = a$.
- 4.** Використання рівняння $\cos x = a$ у геометрії трикутника.
- 5.** Графічне моделювання розв'язків рівняння $\cos x = a$ у Geogebra або Desmos.