

Тема 3.

Тригонометричні рівняння й нерівності

Урок 19. Урок–практикум. Розв’язування рівнянь та нерівностей, що складаються з обернених тригонометричних функцій

Тип уроку: урок повторення та систематизації знань.

План уроку

1. Робота над індивідуальними (груповими) проєктами.
2. Правила проведення змагання «Jeopardy».
3. Командне змагання «Jeopardy» на тему «Розв’язування рівнянь, що складаються з обернених тригонометричних функцій».
4. Підведення підсумків.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

виявляє ініціативу, пропонує та обґрунтовує ідеї щодо способу розв’язання специфічних проблемних ситуацій [12 МАО 2.2.1–1 П];

планує дії та організовує роботу групи, враховуючи розподіл ролей та оцінюючи внесок кожного [12 МАО 2.2.3–1 П];

заохочує і підтримує членів групи під час представлення та обговорення результатів, конструктивно реагує на критику [12 МАО 2.4.2–1 П];

обґрунтовано пояснює хід своїх міркувань, зважаючи на мету і учасників спілкування [12 МАО 4.3.2–2 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Метою уроку є повторення та систематизація методів розв’язування рівнянь, які містять обернені тригонометричні функції.
- 2) Запропонуйте учням/ученицям об’єднатися у команди (кількість команд може варіюватися від 2 до 10), придумати назву команди, обрати капітана команди та зайняти відведене місце для команд у класній кімнаті.

- 3) Підтримуйте атмосферу співпраці та взаємної поваги в процесі змагання.
- 4) Перед початком гри зачитайте учасникам/учасницям правила гри.
- 5) Якщо запитання виявляться занадто складними для учасників/учасниць гри надавайте вказівки для розв'язання відповідного завдання.
- 6) Мотивуйте учнів/учениць до активного командного обговорення завдань що розв'язуються.
- 7) Якщо вважаєте за потрібне, можете присвятити урок роботі над індивідуальними груповими проектами.
- 8) Теми проєктів можна обрати із запропонованих на попередніх уроках або обрати для розв'язування задачі рівня В або рівня С.
- 10) Підведіть підсумки гри й проведіть рефлексію.

I. Організаційна частина (2–3 хв)

II. Правила проведення змагання «Jeopardy» (3хв)

Гра «Jeopardy» — це гра-вікторина, де гравці, об'єднавшись у команди, відповідають на запитання з різних галузей знань. Гра складається з декількох раундів, на початку яких ведучий зачитує запитання. Гравці, натиснувши кнопку чи піднявши руку, сигналізують, що готові відповісти, і за правильну відповідь отримують бали, а за неправильну — втрачають їх. Команда, яка набрала найбільше балів, стає переможцем.

1. Перед початком змагання вчитель/учителька зачитує командам назви п'яти тем, що представлені у даній вікторині. Кожна тема містить по п'ять запитань. Вартість відповідей у кожній темі: 100, 200, 300, 400 та 500 балів.
2. Після того, як учитель/учителька зачитає чи продемонструє на екрані проектора, телевізора чи комп'ютера завдання, гравці мають обмежений час на розв'язування. На завдання першого рівня (100 балів) — 1 хв, другого рівня (200 балів) — 2 хв, третього рівня (300 балів) — 3 хв, четвертого рівня (400 балів) — 4 хв і п'ятого рівня (500 балів) — 5 хв.
3. Черговість вибору запитання визначається за допомогою жеребкування або конкурсом капітанів, за вибором учителя/вчительки.
4. Команда сигналізує про готовність відповісти (зазвичай підніманням руки капітана команди) і дає відповідь у формі повного розв'язання запропонованої вправи.
5. Після розіграшу певного запитання право вибору переходить до наступної за черговістю команди.
6. За правильну відповідь додається відповідна кількість балів, а за неправильну — віднімаються.
7. Після неправильної відповіді команди, що відповідала, черговість відповідати на це запитання переходить до іншої команди.
8. Перемагає команда, яка набрала найбільше балів на кінець гри.

9. На розсуд учителя/вчительки, учасники та учасниці з команд переможниць можуть отримати додаткові заохочувальні бали до результату підсумкового оцінювання за темою.

III. Командне змагання «Jeopardy» на тему «Розв'язування рівнянь, що містять обернені тригонометричні функції» (30 хв)

1. Після переходу за посиланням <https://jeopardylabs.com/play/2025-11-28-466> ви потрапите у стартове вікно вікторини «Jeopardy».
2. У цьому вікні ви можете обрати кількість команд учасників, завантажити гру (Download) для проведення гри при відсутності інтернету, відредагувати запитання, назви тем та кількість балів (Edit) (Зверніть увагу, що змінювати математичні формули чи вставляти картинки ви зможете лише в платній версії програми, тому рекомендуємо використовувати завдання які уже представлені у вікторині). Також у цьому вікні можна поділитися даною вікториною у соцмережах (Share).
3. Натиснувши кнопку старт починається змагання з демонстрацією вікна де представлені теми запитань та кількості балів. Також можна у цьому вікні відредагувати назви команд відповідно до вибору учасників.
4. Після того як команда обрала запитання, всі учні/учениці бачать завдання на екрані і приступають до розв'язання цього завдання відповідно до часових рамок, прописаних у правилах змагання. Якщо завдання виходить за межі екрану або маленьке за розміром, то ви можете зменшити/ збільшити масштаб зображення використовуючи комбінації клавіш «Ctrl, -» чи «Ctrl, +» відповідно.
5. Після відповіді команд учитель/вчителька натискає «Пробіл» на клавіатурі і учасники бачать правильну відповідь до завдання.
6. При зарахуванні балів відповідній команді вчитель/вчителька натискає біля вікна відповідної команди значок «+» чи «-».
7. Після натискання «Esc» гра продовжується і запитання, що розігрувалося стає неактивним і у відповідному вікні де відображається рахунок кількість очок команди змінюється.

IV. Запитання та відповіді

Кількість балів	Запитання	Відповідь
Найпростіші рівняння, що містять обернені тригонометричні функції		
100	Розв'яжіть рівняння $\operatorname{arctg} x = \frac{3\pi}{4}$.	Коренів немає.
200	Розв'яжіть рівняння $6 \arcsin(x - 4) = \pi$.	4,5.
300	Розв'яжіть рівняння $\sin(\arcsin(x + 2)) = x + 2$.	2.
400	Розв'яжіть рівняння $\cos(\arccos(4x - 9)) = x^2 - 5x + 5$.	2.
500	Розв'яжіть рівняння $23 \operatorname{arctg}(1 - 6x) = -10\pi$.	$\frac{1}{6} \operatorname{tg} \frac{10\pi}{23} + \frac{1}{6}$.

Кількість балів	Запитання	Відповідь
Рівняння, обидві частини якого є оберненими тригонометричними функціями		
100	Розв'яжіть рівняння $\arcsin(2x - 15) = \arcsin(x^2 - 6x - 8)$.	7.
200	Розв'яжіть рівняння $\arcsin \frac{7x - 2}{13} = \arccos \frac{4x - 3}{13}$.	2.
300	Розв'яжіть рівняння $\operatorname{arctg} \sqrt{3 - x} = \arccos \sqrt{\frac{2x - 3}{2}}$.	2.
400	Розв'яжіть рівняння $2 \operatorname{arctg}(2x + 1) = \arccos x$.	$0; \frac{\sqrt{2}}{2}$.
500	Розв'яжіть рівняння $2 \arccos \sqrt{1 - \frac{x^2}{5}} = \arcsin \frac{2x}{5}$.	0.
Рівняння, які зводяться до алгебричних заміною змінної		
100	Розв'яжіть рівняння $\operatorname{arctg}^2 x - 8 \operatorname{arctg} x + 15 = 0$.	$\operatorname{tg} 3; \operatorname{tg} 5$.
200	Розв'яжіть рівняння $(\arccos x)^2 - 6 \arccos x + 8 = 0$.	$\cos 2$.
300	Розв'яжіть рівняння $12 \arcsin^2 x + \pi^2 = 8\pi \arcsin x$.	$\frac{1}{2}; 1$.
400	Розв'яжіть рівняння $\operatorname{arctg}^2 x + \operatorname{arctg}^2 x = \frac{5\pi^2}{4}$.	Коренів немає.
500	Розв'яжіть рівняння $(\arcsin x)^2 + (\arccos x)^2 = \frac{5\pi^2}{36}$.	$\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}$.
Використання властивостей монотонності та обмеженості обернених тригонометричних функцій		
100	Розв'яжіть рівняння $\arccos x = 2 \arcsin x$.	$\frac{1}{2}$.
200	Розв'яжіть рівняння $\arccos x = -(x - 1)^2$.	1.
300	Розв'яжіть рівняння $2 \arcsin x = -\pi - (x + 1)^2$.	-1.
400	Розв'яжіть рівняння $\arcsin x = \arccos(1 - 2x)$.	0.
500	Розв'яжіть рівняння $\arccos(x\sqrt{3}) + \arccos x = \frac{\pi}{2}$.	$\frac{1}{2}$.
Найпростіші нерівності, що містять обернені тригонометричні функції		
100	Розв'яжіть нерівність $\operatorname{arctg}(x + 11) < \frac{\pi}{6}$.	$\left(-\infty; \frac{\sqrt{3}}{3} - 11\right)$.
200	Розв'яжіть нерівність $\arccos(1 - 2x) < \arccos \frac{1}{x - 1}$.	$\{0\}$.
300	Розв'яжіть нерівність $\sin(\arcsin(x + 5)) > x - 1$.	$-6 \leq x \leq -4$.

Кількість балів	Запитання	Відповідь
400	Розв'яжіть нерівність $\arccos(2x^2 + 3x + 1) \leq \arccos(6x^2 + x - 1)$.	$\left[-\frac{1}{2}; -\frac{1}{6}\right] \cup \{0\}$.
500	Розв'яжіть нерівність $\arctg(2x^2 - 5x - 1) + \arctg(x^2 - 2x + 5) \leq 0$.	$\left[1; \frac{4}{3}\right]$.

V. Підведення підсумків (3–4 хв)

Оголошення та нагородження переможців гри.

VI. Рефлексія (1–2 хв)



РЕФЛЕКСІЯ– ОЦІНКА



ОЦІНИ Й ОПИШИ, ЯК ТИ СЕБЕ ПОЧУВАЄШ
ПІСЛЯ УРОКУ СЬОГОДНІ





Поради собі до наступного уроку

.....

.....

.....

.....