

Тригонометричні рівняння й нерівності

Урок 28. Урок —практикум. Розв'язування найпростіших тригонометричних нерівностей

План уроку

1. Розв'язування нерівностей $\operatorname{tg} x > a$, $\operatorname{tg} x \geq a$, $\operatorname{tg} x < a$, $\operatorname{tg} x \leq a$, $\operatorname{ctg} x > a$, $\operatorname{ctg} x \geq a$, $\operatorname{ctg} x < a$, $\operatorname{ctg} x \leq a$.
2. Розв'язування подвійних тригонометричних нерівностей.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

сприймає інформацію математичного змісту в декількох формах [12 МАО 2.1.1–1 П];

самостійно або у співпраці з іншими будує математичні моделі специфічних проблемних ситуацій, добирає математичні засоби для побудови моделей, ураховуючи можливі ризики [12 МАО 2.3.2–1 П];

обирає математичну модель розв'язання специфічної проблемної ситуації з урахуванням різних умов [12 МАО 3.2.2–1 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Сформулюйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку.
- 2) Запропонуйте учням/ученицям, на ваш вибір, завдання на повторення вивченого. Розв'язувати завдання можна усно.
- 3) Сформулюйте практичну задачу (без розв'язання). Розв'язання пропонуємо у вигляді групової роботи наприкінці уроку.
- 4) До теоретичних тверджень наведено ілюстративні приклади. Обирайте ілюстративні приклади на ваш розсуд.
- 5) Обирайте кількість та зміст матеріалу на власний розсуд.
- 6) Заплануйте розв'язання практичної задачі. Об'єднайте учнів/учениць у кілька груп. Під час розв'язання задачі групами важливо формувати комунікаційні навички, інтегрувати здобуті знання у розв'язання практичних задач.
- 7) Запропонуйте учням/ученицям самотужки або в групах розв'язувати тренувальні завдання за трьома рівнями складності, на вибір учня/учениці.

- 8) Мотивуйте учнів/учениць до проектної діяльності. Запропонуйте учням/ученицям обрати теми для індивідуальних (групових) проєктів. Створення проєктів та їхній захист можуть бути альтернативою контрольної роботи з теми.
- 9) Можливі теми для створення проєктів запропоновані. Також темами проєктів можуть бути практичні завдання за рівнями складності В або С.
- 10) Запропонуйте учням/ученицям заповнити лист рефлексії.

I. Організаційна частина (2 хв)

Мотиваційні запитання

- 1) Чи можна запрограмувати алгоритм розв'язування найпростіших тригонометричних нерівностей, що містять тангенси і котангенси?
- 2) Чому найпростіші тригонометричні нерівності з тангенсом і котангенсом простіше розв'язувати ніж найпростіші тригонометричні нерівності, що містять синус і косинус?
- 3) Чому нерівності з тангенсом і котангенсом часто виникають при розрахунку кута нахилу поверхонь?
- 4) Чи існують такі числа a , щоб нерівності $\operatorname{tg} x > a$, $\operatorname{tg} x \geq a$, $\operatorname{tg} x < a$, $\operatorname{tg} x \leq a$, $\operatorname{ctg} x > a$, $\operatorname{ctg} x \geq a$, $\operatorname{ctg} x < a$, $\operatorname{ctg} x \leq a$ не мали розв'язків?
- 5) Як можна рівносильно замінити подвійну нерівність? Чи спростить це її розв'язання?

II. Повторення (3–4 хв)

1. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{ctg}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$.

Відповідь. $\frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$.

2. Порівняйте $\arccos \frac{1}{3}$ і $\arccos \frac{2}{7}$.

Відповідь. $\arccos \frac{1}{3} < \arccos \frac{2}{7}$.

3. Знайдіть область визначення функції $y = \arccos(10x - 3)$.

Відповідь. $[0, 2; 0, 4]$.

4. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x = 1$.

Відповідь. $\left\{x \mid x \neq \frac{\pi n}{2}\right\}$, $n \in \mathbb{Z}$.

5. Розв'яжіть рівняння $4 \sin^2 x = \cos^2 x$.

Відповідь. $\pm \arctg \frac{1}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

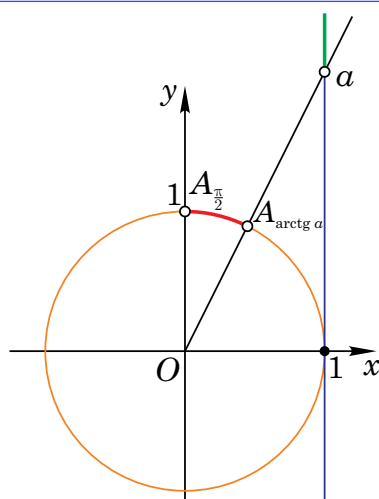
Як я вирішую певну проблему?

Задача 1. Монтажники з обслуговування сонячних панелей ставлять приставну драбину довжиною 5 м до стіни. Щоб драбина була стійкою і майстер міг безпечно працювати відстань від основи драбини до стіни має бути не меншою від 1,5 м і не більшою за 2,5 м. Нехай α — кут між драбиною і горизонтальною поверхнею. Знайдіть інтервал значень кута α (у градусах), при яких майстер зможе безпечно виконувати свою роботу.

Задача 2. Олімпіадна задача. Розв'яжіть нерівність $4(1 - \operatorname{tg} x)^{2004} + (1 + \operatorname{tg} x)^{2006} \geq 2^{2006}$.

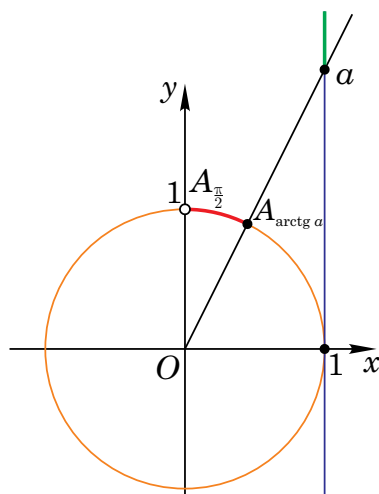
III. Розв'язування нерівностей $\operatorname{tg} x > a$, $\operatorname{tg} x \geq a$, $\operatorname{tg} x < a$, $\operatorname{tg} x \leq a$, $\operatorname{ctg} x > a$, $\operatorname{ctg} x \geq a$, $\operatorname{ctg} x < a$, $\operatorname{ctg} x \leq a$

Нерівність
 $\operatorname{tg} x > a$

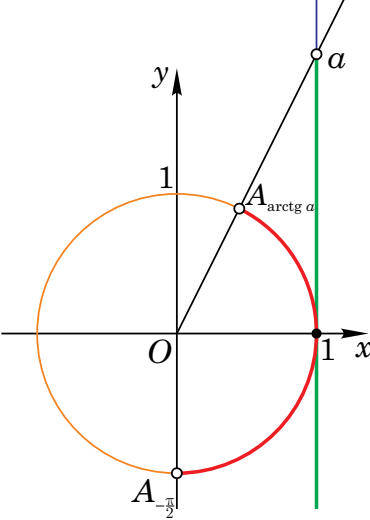
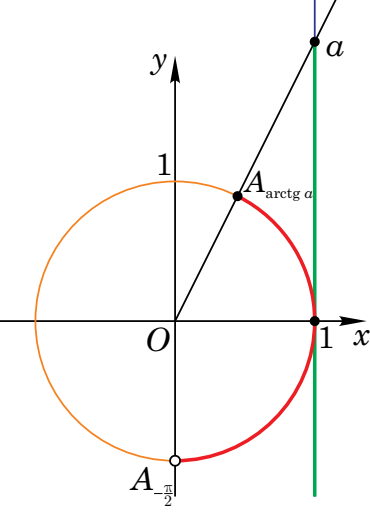
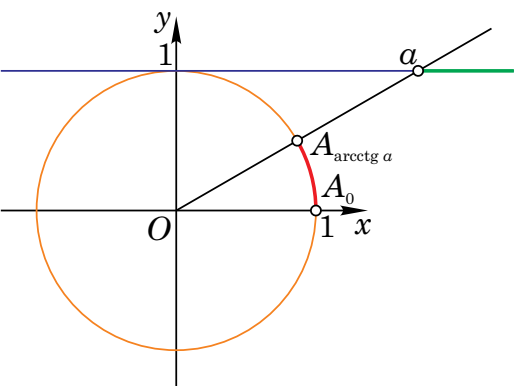


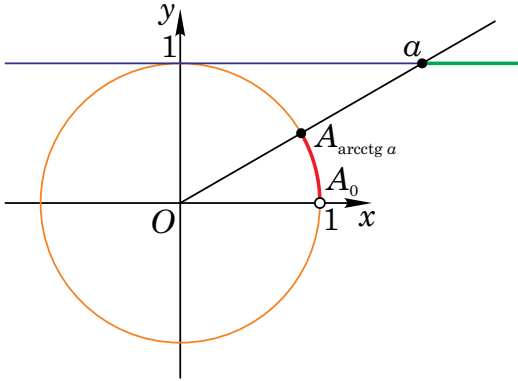
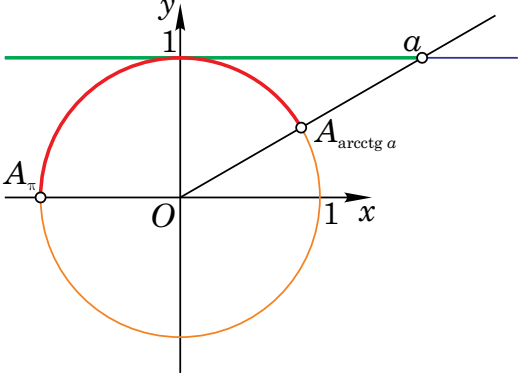
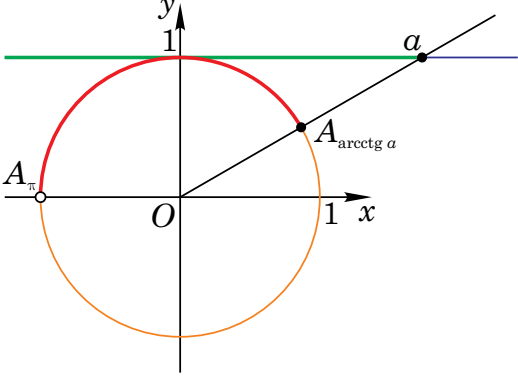
$$\operatorname{arctg} x + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Нерівність
 $\operatorname{tg} x \geq a$



$$\operatorname{arctg} x + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Нерівність $\operatorname{tg} x < a$	 $-\frac{\pi}{2} + \pi n < x < \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
Нерівність $\operatorname{tg} x \leq a$	 $-\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
Нерівність $\operatorname{ctg} x > a$	 $\pi n < x < \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Нерівність $\operatorname{ctg} x \geq a$	 $\pi n < x \leq \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
Нерівність $\operatorname{ctg} x < a$	 $\operatorname{arctg} a + \pi n < x < \pi + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
Нерівність $\operatorname{ctg} x \leq a$	 $\operatorname{arctg} a + \pi n \leq x < \pi + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Ілюстративні приклади

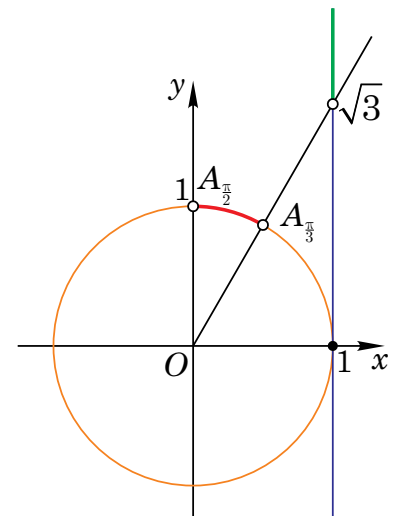
6. Розв'яжіть нерівність $\operatorname{tg} x > \sqrt{3}$.

Розв'язання. Виконаємо побудову (див. рисунок).

$$\operatorname{arctg} \sqrt{3} + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z},$$

$$\frac{\pi}{3} + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Відповідь. $\frac{\pi}{3} + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$



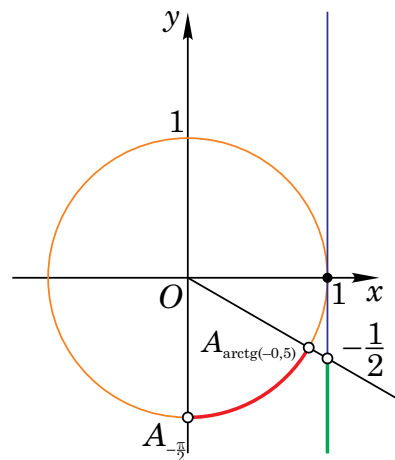
7. Розв'яжіть нерівність $\operatorname{tg} 5x < -\frac{1}{2}$.

Розв'язання. Виконаємо побудову (див. рисунок).

$$-\frac{\pi}{2} + \pi n < 5x < \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{2}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z},$$

$$-\frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5} < x < -\frac{1}{5} \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \frac{\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}.$$

Відповідь. $-\frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5} < x < -\frac{1}{5} \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \frac{\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}.$



8. Розв'яжіть нерівність $\operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \leq -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Розв'язання. Виконаємо побудову (див. рисунок).

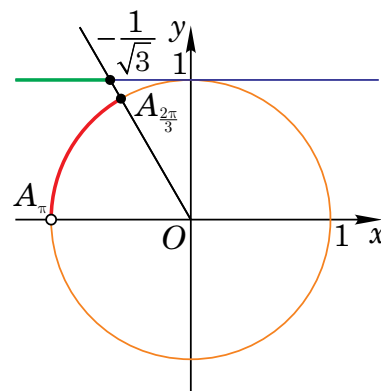
$$\frac{2\pi}{3} + \pi n \leq \frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} < \pi + \pi n, n \in \mathbb{Z},$$

$$\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4} + \pi n \leq \frac{x}{2} < \pi + \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z},$$

$$\frac{11\pi}{12} + \pi n \leq \frac{x}{2} < \frac{5\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z},$$

$$\frac{11\pi}{6} + 2\pi n \leq x < \frac{5\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Відповідь. $\frac{11\pi}{6} + 2\pi n \leq x < \frac{5\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$



9. Розв'яжіть нерівність $\operatorname{ctg}(5-2x) < -1,5$.

Розв'язання. $\operatorname{ctg}(5-2x) < -1,5$,

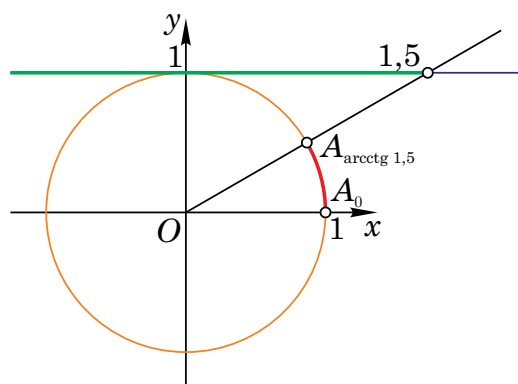
Скористаємось непарністю функції $y = \operatorname{ctg} x$ перепишемо дану нерівність у вигляді $-\operatorname{ctg}(2x-5) < -1,5, \operatorname{ctg}(2x-5) > 1,5$.

$$\pi n \leq 2x - 5 < \operatorname{arctg} 1,5 + \pi n, n \in \mathbb{Z},$$

$$\pi n + 5 \leq 2x < \operatorname{arctg} 1,5 + 5 + \pi n, n \in \mathbb{Z},$$

$$\frac{\pi n}{2} + \frac{5}{2} \leq x < \frac{1}{2} \operatorname{arctg} 1,5 + \frac{5}{2} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}.$$

Відповідь. $\frac{\pi n}{2} + \frac{5}{2} \leq x < \frac{1}{2} \operatorname{arctg} 1,5 + \frac{5}{2} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}.$



IV. Розв'язування подвійних тригонометричних нерівностей

Подвійні тригонометричні нерівності доцільно розв'язувати за допомогою одиничного кола.

Ілюстративні приклади

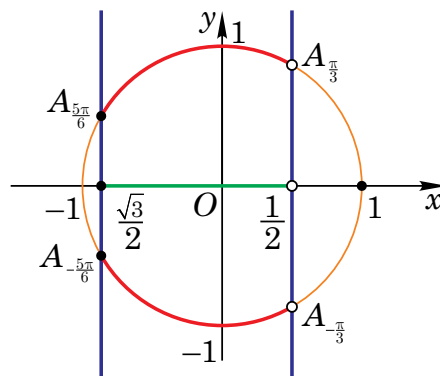
- 10.** Розв'яжіть нерівність: $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \cos x < \frac{1}{2}$.

Розв'язання. Виділимо на одиничному колі множину точок, абсциси яких не менші від $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ і менші від $\frac{1}{2}$ (див. рисунок).

Ураховуючи періодичність функції $y = \cos x$, запишемо:

$$\begin{cases} \frac{\pi}{3} + 2\pi n < x \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \\ -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n \leq x < -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Відповідь. $\left[-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n\right], n \in \mathbb{Z}.$



- 11.** Розв'яжіть нерівність $|\sin x| < \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Розв'язання. Розкриємо модуль: $-\frac{\sqrt{2}}{2} < \sin x < \frac{\sqrt{2}}{2}$.

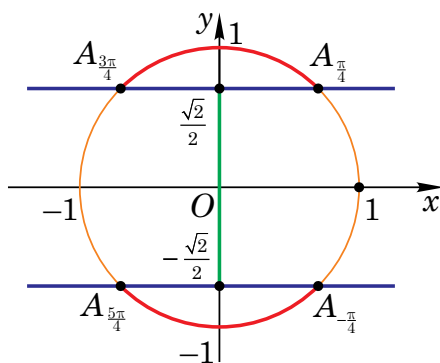
Позначимо розв'язки нерівності на одиничному колі (див. рисунок).

Виділимо на одиничному колі множину точок, ординати яких більші за $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ і менші від $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ураховуючи періодичність функції $y = \sin x$, запишемо:

$$\begin{cases} -\frac{\pi}{4} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{4} + 2\pi n, \\ \frac{3\pi}{4} + 2\pi n < x < \frac{5\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Відповідь. $\left(-\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{4} + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; \frac{5\pi}{4} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}.$

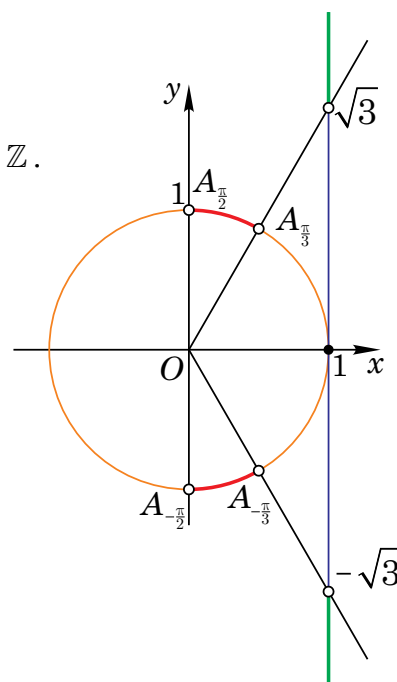


- 12.** Розв'яжіть нерівність $|\operatorname{tg} 2x| \geq \sqrt{3}$.

Розв'язання. Дана нерівність рівносильна сукупності

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 2x \geq \sqrt{3}, \\ \operatorname{tg} 2x \leq -\sqrt{3}. \end{cases}$$

Позначимо розв'язки нерівності на одиничному колі (див. рисунок).



$$\begin{cases} \frac{\pi}{3} + \pi n \leq 2x < \frac{\pi}{2} + \pi n, \\ -\frac{\pi}{2} + \pi n < 2x \leq -\frac{\pi}{3} + \pi n, \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}; \quad \begin{cases} \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2} \leq x < \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, \\ -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2} < x \leq -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}, \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Відповідь. $\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}\right] \cup \left[\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}\right), \quad n \in \mathbb{Z}.$

V. Розв'язування практичної задачі. Групова активність (5–7 хв)

Як я вирішую певну проблему?

Задача 1. Монтажники з обслуговування сонячних панелей ставлять приставну драбину довжиною 5 м до стіни. Щоб драбина була стійкою і майстер міг безпечно працювати відстань від основи драбини до стіни має бути не меншою від 1,5 м і не більшою за 2,5 м. Нехай α — кут між драбиною і горизонтальною поверхнею. Знайдіть інтервал значень кута α (у градусах), при яких майстер зможе безпечно виконувати свою роботу.

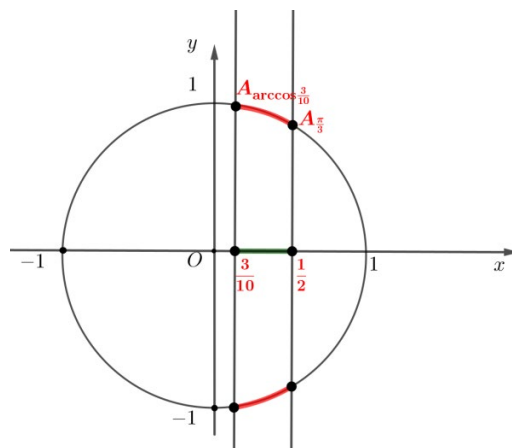
Розв'язання. Математичною моделлю задачі є подвійна нерівність:

$$\frac{1,5}{5} \leq \cos \alpha \leq \frac{2,5}{5} \quad \text{або} \quad \frac{3}{10} \leq \cos \alpha \leq \frac{1}{2},$$

де α — гострий кут.

Тоді $\frac{\pi}{3} \leq \alpha \leq \arccos \frac{3}{10}$ або $60^\circ \leq \alpha \leq 72,54^\circ$.

Відповідь. $60^\circ \leq \alpha \leq 72,54^\circ$.



Задача 2. Олімпіадна задача. Розв'яжіть нерівність $4(1 - \operatorname{tg} x)^{2004} + (1 + \operatorname{tg} x)^{2006} \geq 2^{2006}$.

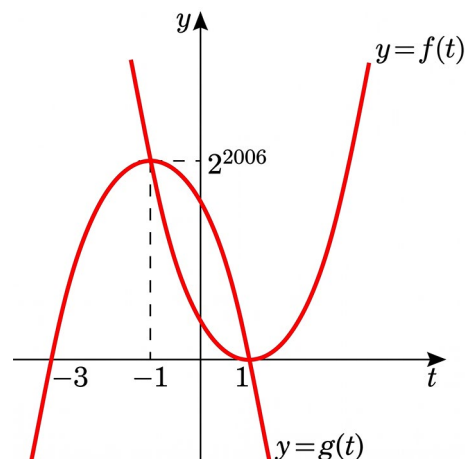
Розв'язання. Нехай $\operatorname{tg} x = t$, тоді $4(1 - t)^{2004} + (1 + t)^{2006} \geq 2^{2006}$ або $4(1 - t)^{2004} \geq 2^{2006} - (1 + t)^{2006}$.

Графік функції $f(t) = 4(t - 1)^{2004}$ можна отримати з графіка степеневої функції $y = t^{2004}$ зсувом на одиницю вправо та розтягненням у 4 рази вздовж осі ординат.

Графік функції $g(t) = 2^{2006} - (t + 1)^{2006}$ можна отримати з графіка степеневої функції $y = t^{2006}$ зсувом на одиницю вліво, симетрією відносно осі абсцис і зсувом угору на 2^{2006} .

Зобразимо схематично графіки цих функцій на рисунку.

З рисунка видно, що розв'язком нерівності $f(t) \geq g(t)$ є об'єднання множин $t \leq -1$ і $t \geq 1$.



Повернемося до заміни $\begin{cases} \operatorname{tg} x \leq -1, \\ \operatorname{tg} x \geq 1. \end{cases}$

Отже, множини $-\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq -\frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ і $\frac{\pi}{4} + \pi m \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi m$, $m \in \mathbb{Z}$ є розв'язками даної нерівності.

Відповідь. $-\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq -\frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ і $\frac{\pi}{4} + \pi m \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.

VI. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

Рівень А

1. Розв'яжіть нерівність:

1) $\operatorname{tg} x < -\sqrt{3}$; 2) $\operatorname{tg} x < 1$; 3) $\operatorname{tg} 2x \leq 1$; 4) $\operatorname{tg} x \leq -1$.

2. Розв'яжіть нерівність:

1) $\operatorname{ctg} x \geq 1$; 2) $\operatorname{ctg} x \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$; 3) $\operatorname{ctg} x > -\frac{1}{\sqrt{3}}$; 4) $\operatorname{ctg} \frac{2}{3}x \geq -101$.

3. Розв'яжіть нерівність:

1) $\operatorname{tg} x \leq 2$; 2) $\operatorname{tg} \frac{x}{4} < 0$; 3) $\operatorname{ctg} x \geq \sqrt{3}$; 4) $\operatorname{ctg} 2x < -1$;

4. Розв'яжіть нерівність:

1) $\frac{1}{3} \leq \sin x < \frac{1}{2}$; 2) $-\frac{1}{2} < \cos x \leq \frac{1}{4}$; 3) $-2 < \operatorname{tg} x < 3$; 4) $-4 < \operatorname{ctg} x < 1,5$.

5. Розв'яжіть нерівність:

1) $|\operatorname{tg} x| < \sqrt{3}$; 2) $|\operatorname{tg} x| > 2$; 3) $|\operatorname{ctg} x| < \sqrt{3}$; 4) $|\operatorname{ctg} x| > 5$.

6. Розв'яжіть нерівність:

1) $|\cos x| \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $|\sin x| > \frac{1}{2}$; 3) $|\cos 3x| < \frac{\sqrt{2}}{2}$; 4) $|\sin 2x| < \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Рівень В

1. Знайдіть область визначення функції:

1) $y = \sqrt{\operatorname{tg} x - 1}$; 2) $y = \sqrt{\operatorname{ctg} x - 3}$.

2. Розв'яжіть нерівність:

1) $\cos^2 x \geq \frac{3}{4}$; 2) $0 < \operatorname{ctg} x < \frac{1}{\sqrt{3}}$; 3) $|\operatorname{tg} x| < \sqrt{3}$; 4) $|\sin x| \leq -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

3. Розв'яжіть нерівність:

1) $(1 + \cos 2x)(\operatorname{tg} x - \sqrt{3}) > 0$; 2) $2 \cos x \operatorname{tg} x > \sin x - 1$.

4. Розв'яжіть нерівність:

1) $|\cos x| < |\sin x|$; 2) $|\sin x| \geq \sqrt{3} |\cos x|$; 3) $\sqrt{3} |\cos x| \leq \sin x$; 4) $|\cos x| \geq -\sin x$.

5. Розв'яжіть нерівність:

1) $3 \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{3} - 2x \right) > \sqrt{3}$; 2) $\sqrt{3} \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{2} \right) < 3$.

6. Розв'яжіть нерівність:

1) $1 < \operatorname{tg}(-2x) < \sqrt{3}$;

2) $\sqrt{3} < \operatorname{ctg}\left(-\frac{x}{2}\right) < 3$;

3) $1 < \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - x\right) < \sqrt{3}$;

4) $\sqrt{2} < \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2}\right) < \sqrt{3}$.

7. Розв'яжіть нерівність:

1) $\frac{1}{3} \leq \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) < \frac{1}{2}$;

2) $-\frac{1}{2} < \cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) \leq \frac{1}{4}$;

3) $-1 \leq 2 \sin x < \sqrt{3}$;

4) $-4 < 4 \cos x < 1,5$.

8. Розв'яжіть нерівність:

1) $\cos^2 x \geq \frac{3}{4}$;

2) $\cos^2 x < \frac{1}{4}$;

3) $\sin^2 x \leq \frac{1}{2}$;

4) $\sin^2 x \geq \frac{1}{2}$.

9. Розв'яжіть нерівність:

1) $0 < \operatorname{ctg} \frac{x}{3} < \frac{1}{\sqrt{3}}$; 2) $\frac{1}{\sqrt{3}} < \operatorname{ctg} 3x < \sqrt{3}$; 3) $-\frac{1}{\sqrt{3}} < \operatorname{tg} 2x \leq \sqrt{3}$; 4) $-1 < \operatorname{tg} \frac{x}{2} \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$.

10. Розв'яжіть систему нерівностей на проміжку $[0; 2\pi]$:

1)
$$\begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{2}} < \sin x \leq \frac{1}{2}, \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} < \cos x \leq \frac{1}{2}; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} -\frac{\sqrt{3}}{2} < \sin x < 1, \\ -\frac{1}{2} < \cos x < \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

11. Розв'яжіть нерівність:

1) $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x \geq 0$; 2) $\sin x - \cos x \geq 0$; 3) $\cos 2x + \cos x \leq 0$; 4) $\sin 2x + \sin x < 0$.

12. Розв'яжіть нерівність:

1) $1 - \operatorname{tg} 2x \geq 0$;

2) $\operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \leq \sqrt{3}$;

3) $1 - \sqrt{3} \operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 0$;

4) $\operatorname{tg}(4x) + \sqrt{3} \leq 0$.

Рівень С

1. Розв'яжіть нерівність:

1) $3 \operatorname{tg}(4x - \pi) < 2 \operatorname{tg}(4x + 3\pi)$;

2) $\operatorname{ctg}\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right) > \operatorname{tg}(\pi x + \pi) - 2\sqrt{3}$.

2. Розв'яжіть нерівність:

1) $\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{3} \cdot \sqrt{25x - x^2} > 0$;

2) $\operatorname{tg} 2\pi x \cdot \sqrt{9 + 3x - 2x^2} < 0$.

3. Розв'яжіть систему нерівностей:
$$\begin{cases} \sqrt{\sin x} \leq \sqrt{\cos^3 x + \sin^2 x}, \\ \frac{\pi}{4} < \left|x - \frac{\pi}{2}\right| \leq 2\pi. \end{cases}$$

4. Доведіть, що нерівність $\frac{1}{3} \leq \frac{\operatorname{tg} 3\alpha}{\operatorname{tg} \alpha} \leq 3$ не виконується ні при якому α .

5. При яких значеннях параметра a має розв'язки нерівність:

1) $\cos^3 x \leq -8a^3$;

2) $\cos x + \sqrt{3} \sin x > a - 4$?

6. Знайдіть множину розв'язків системи:

$$1) \begin{cases} 2\cos 2x - 4\cos x = 1, \\ \sin x \geq 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x, \\ \cos x < -\frac{1}{2}; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} (1 + \operatorname{tg}^2 x) \sin x - \operatorname{tg}^2 x + 1 = 0, \\ \operatorname{tg} x < 0; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2 + \cos \frac{3}{2}x + \sqrt{3} \sin \frac{3}{2}x = 4 \sin^2 \frac{x}{2}, \\ \sin \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) > 0. \end{cases}$$

7. **Творче завдання.** Запрограмуйте алгоритм розв'язування найпростіших тригонометричних нерівностей з тангенсом чи котангенсом.

VII. Рефлексія (1–2 хв)

- 1) На уроці я дізнався/дізналася
- 2) Мені найбільше запам'яталося
- 3) Для мене було найцікавішим
- 4) Для мене було найскладнішим
- 5) Я припустився/припустилася помилки
- 6) Я хочу повторити, аби краще зрозуміти
- 7) Поради собі до наступного уроку

Можливі теми проєктів

1. Розв'язування найпростіших тригонометричних нерівностей з параметрами.
2. Подвійні тригонометричні нерівності в прикладних задачах.
3. Дослідження коливальних періодичних процесів за допомогою найпростіших тригонометричних нерівностей.
4. Використання подвійних нерівностей в задачах кінематики.
5. Використання тригонометричних нерівностей для визначення коефіцієнта тертя тіла, що ковзає по похилій площині.