

11

Тема 3. Тригонометричні рівняння й нерівності

Урок 3. Урок–практикум. Розв’язування рівнянь виду $A \cos(kx + b) = a$

Тип уроку: урок формування умінь і навичок.

План уроку

1. Розв’язування рівнянь виду $A \cos(kx + b) = a$.
2. Вибірка коренів рівняння на заданому проміжку.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

упорядковує та перетворює інформацію математичного змісту в специфічних проблемних ситуаціях, зокрема із застосуванням інформаційних технологій [12 МАО 2.1.3–1 П];

обирає математичну модель розв’язання специфічної проблемної ситуації з урахуванням різних умов [12 МАО 3.2.2–1 П];

добирає доцільні математичні поняття, факти і послідовність дій для розв’язання проблемних ситуацій [12 МАО 4.2.1–1 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Сформулюйте учням/ученицям мотиваційні запитання щодо матеріалу уроку.
- 2) Запропонуйте учням/ученицям, на ваш вибір, завдання на повторення вивченого.
- 3) Сформулюйте практичну задачу (без розв’язання). Розв’язання пропонуємо у вигляді групової роботи наприкінці уроку.
- 4) До теоретичних тверджень наведено ілюстративні приклади. Обирайте ілюстративні приклади на ваш розсуд.
- 5) Обирайте кількість та зміст матеріалу на власний розсуд.
- 6) Заплануйте розв’язання практичної задачі. Об’єднайте учнів/учениць у кілька груп. Під час розв’язання задачі групами важливо формувати комунікаційні навички, знаходити математичного партнера, з яким під силу розв’язати задачу, інтегрувати здобуті знання у розв’язання практичних задач.

7) Запропонуйте учням/ученицям самотужки або в групах розв'язувати тренувальні завдання за трьома рівнями складності, на вибір учня/учениці. Формуйте навички розв'язання прикладів і задач та навчайте учнів/учениць самостійної роботи над завданнями.

8) Мотивуйте учнів/учениць до проектної діяльності. Запропонуйте учням/ученицям обрати теми для індивідуальних (групових) проєктів. Створення проєктів та їхній захист можуть бути альтернативою контрольної роботи з теми.

9) Можливі теми для створення проєктів запропоновані. Також темами проєктів можуть бути практичні завдання за рівнями складності В або С. Якщо учень/учениця розв'язали завдання рівня А, то для проєкту вони можуть обрати рівень В або рівень С

10) Запропонуйте учням/ученицям заповнити лист рефлексії.

I. Організаційна частина (2 хв)

Мотиваційні запитання

1) Чи впливає зміна коефіцієнтів на розв'язки рівняння виду $A \cos(kx + b) = a$?

2) Чи можна алгоритмізувати процес розв'язання рівняння $A \cos(kx + b) = a$?

3) У яких практичних задачах може знадобитися вміння розв'язувати рівняння виду $A \cos(kx + b) = a$?

4) Чи зміниться алгоритм розв'язання рівняння $A \cos(kx + b) = a$, якщо лінійну функцію в аргументі косинуса замінити на іншу?

5) Чи пов'язане рівняння $A \cos(kx + b) = a$ з гармонічними коливаннями?

II. Усно. Повторення (3–4 хв)

1. Скільки коренів має рівняння $\cos 5x = -\frac{\pi}{3}$?

Відповідь. Жодного.

2. Розв'яжіть рівняння $\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = 1$.

Відповідь. $2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

3. Розв'яжіть рівняння $\cos \frac{x}{3} = 0$.

Відповідь. $\frac{3\pi}{2} + 3\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

4. Розв'яжіть рівняння $\cos 4x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Відповідь. $\pm \frac{3\pi}{16} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$.

5. Обчисліть: $\arccos\left(\cos\frac{3\pi}{4}\right)$.

Відповідь. $\frac{3\pi}{4}$.

Як я вирішую певну проблему?

Задача 1. Глибина h (у метрах) біля причалу морського порту внаслідок припливів змінюється з часом t (у годинах) упродовж доби, за законом $h(t) = 4\cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{3}\right) + 12$.

Визначте момент часу впродовж доби, коли глибина дорівнює 14 м.

Задача 2. Конкурсна задача. Розв'яжіть рівняння $\cos 3x = 2\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$.

III. Розв'язування рівнянь виду $A \cos(kx + b) = a$

Наведемо алгоритм розв'язування рівняння виду $A \cos(kx + b) = a$.

1) Якщо $A = 0$ і $a = 0$, то будь-яке число є коренем даного рівняння;

якщо $A = 0$ і $a \neq 0$, то рівняння коренів не має;

якщо $A \neq 0$, то поділимо обидві частини даного рівняння на A , отримаємо рівняння

$$\cos(kx + b) = \frac{a}{A}.$$

2) Якщо $k < 0$, то потрібно скористатися парністю функції $y = \cos x$ і змінити знаки біля k і b на протилежні.

3) Якщо $\left|\frac{a}{A}\right| > 1$, то рівняння коренів не має;

4) Якщо $\left|\frac{a}{A}\right| \leq 1$, то знаходимо значення виразу $kx + b$:

- якщо $\frac{a}{A}$ дорівнює 0, 1 чи -1 , то застосовуємо формули для особливих випадків;

- використовуємо загальну формулу, тобто $kx + b = \pm \arccos\left(\frac{a}{A}\right) + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

5) Розв'язуємо останнє рівняння як лінійне відносно x , попередньо обчисливши арккосинус, якщо він табличний.

Ілюстративні приклади

6. Розв'яжіть рівняння $2\cos(2x - 1) = -\sqrt{2}$.

Розв'язання. $2\cos(2x - 1) = -\sqrt{2}$, $\cos(2x - 1) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$$2x - 1 = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad 2x - 1 = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$2x = \pm \frac{3\pi}{4} + 1 + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad x = \pm \frac{3\pi}{8} + \frac{1}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Відповідь. $\pm \frac{3\pi}{8} + \frac{1}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$

7. Розв'яжіть рівняння $2\cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) + \sqrt{3} = 0.$

Розв'язання. $2\cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) + \sqrt{3} = 0, \quad \cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$

Скористаємось парністю функції $y = \cos x$:

$$\cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad 3x - \frac{\pi}{3} = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$3x - \frac{\pi}{3} = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad 3x = \pm \frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$x = \pm \frac{5\pi}{18} + \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Відповідь. $\pm \frac{5\pi}{18} + \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, \quad n \in \mathbb{Z}.$

8. Розв'яжіть рівняння $3\cos\left(\frac{2\pi}{3} - 6x\right) = 1.$

Розв'язання. $3\cos\left(\frac{2\pi}{3} - 6x\right) = 1, \quad \cos\left(\frac{2\pi}{3} - 6x\right) = \frac{1}{3}.$

Скористаємось парністю функції $y = \cos x$:

$$\cos\left(6x - \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{3}, \quad 6x - \frac{2\pi}{3} = \pm \arccos\frac{1}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$6x = \pm \arccos\frac{1}{3} + \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad x = \pm \frac{1}{6} \arccos\frac{1}{3} + \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Відповідь. $\pm \frac{1}{6} \arccos\frac{1}{3} + \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}, \quad n \in \mathbb{Z}.$

9. Розв'яжіть рівняння $\cos\left(5x - \frac{\pi}{7}\right) = 0.$

Розв'язання. $\cos\left(5x - \frac{\pi}{7}\right) = 0, \quad 5x - \frac{\pi}{7} = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$

$$5x = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{7} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad 5x = \frac{9\pi}{14} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad x = \frac{9\pi}{70} + \frac{\pi n}{5}, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Відповідь. $\frac{9\pi}{70} + \frac{\pi n}{5}, \quad n \in \mathbb{Z}.$

10. Розв'яжіть рівняння $\cos \pi x^2 = 1.$

Розв'язання. $\cos \pi x^2 = 1, \quad \pi x^2 = 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad x^2 = 2n, \quad n \in \mathbb{Z}.$

Оскільки $x^2 \geq 0$, то $2n \geq 0$, тобто $n \geq 0$.

Отже, $x = \sqrt{2n}$ або $x = -\sqrt{2n}$, де $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Відповідь. $\pm \sqrt{2n}, \quad n \in \mathbb{N} \cup \{0\}.$

IV. Вибірка коренів рівняння на заданому проміжку

При вибірці коренів тригонометричного рівняння, що належать певному проміжку існує три основні принципи розв'язання.

1) Розв'язати рівняння і позначити його розв'язки на одиничному колі. Також позначити на одиничному колі заданий проміжок. Виписати корені рівняння, що задовольняють цьому проміжку.

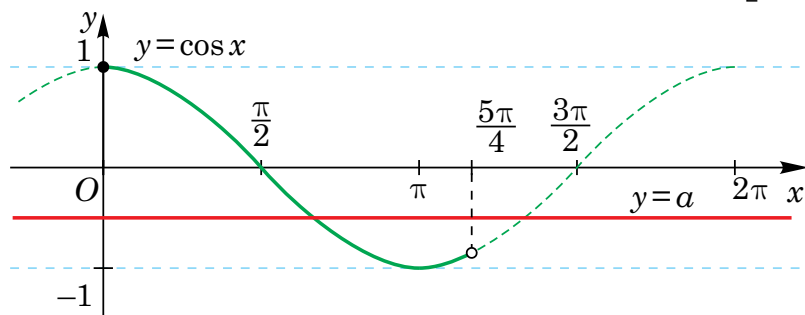
2) Розв'язати рівняння і позначити його розв'язки на графіку. Також позначити на цьому графіку заданий проміжок. Виписати корені рівняння, що задовольняють цьому проміжку.

3) Розв'язати рівняння і скласти систему нерівностей відносно цілого параметра так, щоб отримані корені належали заданому проміжку. Знайти усі значення цілого параметра, що задовольняють системі нерівностей. Підставити ці значення у загальну формулу коренів рівняння.

Ілюстративні приклади

- 11.** Визначте кількість коренів рівняння $\cos x = a$ на проміжку $\left[0; \frac{5\pi}{4}\right)$ залежно від значень параметра a .

Розв'язання. Побудуємо графік функції $y = \cos x$ на проміжку $\left[0; \frac{5\pi}{4}\right)$ (див. рисунок).



Кількість коренів даного рівняння визначається кількістю точок перетину прямої $y = a$ із графіком функції $y = \cos x$ на проміжку $\left[0; \frac{5\pi}{4}\right)$.

Звернемо увагу, що точка $(0; 1)$ належить виділеній кривій, а точка $\left(\frac{5\pi}{4}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ –

не належить. За допомогою рисунка можна зробити висновки:

- якщо $a < -1$ або $a > 1$, то рівняння коренів не має;
- якщо $a = -1$ або $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq a \leq 1$, то рівняння має 1 корінь;
- якщо $-1 < a < -\frac{\sqrt{2}}{2}$, то рівняння має 2 корені.

Відповідь. Якщо $a < -1$ або $a > 1$, то рівняння немає коренів; якщо $a = -1$ або $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq a \leq 1$, то рівняння має один корінь; якщо $-1 < a < -\frac{\sqrt{2}}{2}$, то рівняння має два корені.

- 12.** Знайдіть усі корені рівняння $\cos\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = -\frac{1}{2}$, які задовольняють нерівність $-\frac{\pi}{6} < x < 4\pi$.

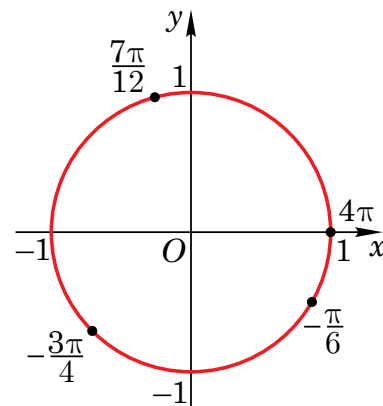
Розв'язання. $\cos\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = -\frac{1}{2}$,

$$x + \frac{\pi}{12} = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$x + \frac{\pi}{12} = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{12} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$\begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{12} + 2\pi n, \\ x = -\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{12} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + 2\pi n, \\ x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$



Зобразимо відповідні точки на одиничному колі (див. рисунок).

Як бачимо, що умову $-\frac{\pi}{6} < x < 4\pi$ задовольняють чотири корені:

$$1) \frac{7\pi}{12}, \quad 2) \frac{7\pi}{12} + 2\pi = \frac{31\pi}{12}, \quad 3) \frac{5\pi}{4}, \quad 4) \frac{5\pi}{4} + 2\pi = \frac{13\pi}{4}.$$

Відповідь. $\frac{7\pi}{12}, \frac{31\pi}{12}, \frac{5\pi}{4}, \frac{13\pi}{4}$.

- 13.** Розв'яжіть рівняння $1 - \sqrt{2} \cos \frac{3\pi x}{4} = 0$ на проміжку $(2,5; 4)$.

Розв'язання. $1 - \sqrt{2} \cos \frac{3\pi x}{4} = 0, \quad \cos \frac{3\pi x}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \cos \frac{3\pi x}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2},$

$$\frac{3\pi x}{4} = \pm \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad \frac{3\pi x}{4} = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$\frac{3x}{4} = \pm \frac{1}{4} + 2n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad 3x = \pm 1 + 8n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad x = \pm \frac{1}{3} + \frac{8n}{3}, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3} + \frac{8n}{3}, \\ x = -\frac{1}{3} + \frac{8n}{3}, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$1) x = \frac{1}{3} + \frac{8n}{3}, \quad 2,5 < \frac{1}{3} + \frac{8n}{3} < 4, \quad 7,5 < 1 + 8n < 12, \quad 6,5 < 8n < 11, \quad \frac{6,5}{8} < n < \frac{11}{8}.$$

Цю умову задовольняє лише $n = 1$, тобто коренем є $x = \frac{1}{3} + \frac{8}{3} = 3$.

$$2) x = -\frac{1}{3} + \frac{8n}{3}, \quad 2,5 < -\frac{1}{3} + \frac{8n}{3} < 4, \quad 7,5 < -1 + 8n < 12, \quad 8,5 < 8n < 13, \quad \frac{8,5}{8} < n < \frac{13}{8}.$$

Цю умову не задовольняє жодне ціле число.

Відповідь. 3.

V. Розв'язування практичної задачі. Групова активність (5–7 хв)

Як я вирішую певну проблему?

Задача 1. Глибина h (у метрах) біля причалу морського порту внаслідок припливів змінюється з часом t (у годинах) упродовж доби, за законом $h(t) = 4 \cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{3}\right) + 12$.

Визначте момент часу впродовж доби, коли глибина дорівнює 14 м.

Розв'язання. $4 \cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{3}\right) + 12 = 14$, $4 \cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{3}\right) = 2$, $\cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$,

$$\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{3} = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad \frac{t}{6} - \frac{1}{3} = \pm \frac{1}{3} + 2n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad t - 2 = \pm 2 + 12n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$\begin{cases} t - 2 = 2 + 12n, \\ t - 2 = -2 + 12n; \end{cases} \quad \begin{cases} t = 4 + 12n, \\ t = 12n; \end{cases}$$

Можна зробити висновок, що впродовж доби глибина становитиме 14 метрів у такі моменти часу: 0 год, 4 год, 12 год, 16 год.

Відповідь. 0 год, 4 год, 12 год, 16 год.

Задача 2. Конкурсна задача. Розв'яжіть рівняння $\cos 3x = 2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$.

Розв'язання. $\cos 3x = -2 \cos x$; $\cos 3x + 2 \cos x = 0$; $\cos(x + 2x) + 2 \cos x = 0$;

$$\cos x \cdot \cos 2x - \sin x \cdot \sin 2x + 2 \cos x = 0; \quad \cos x \cdot \cos 2x - 2 \sin^2 x \cos x + 2 \cos x = 0;$$

$$\cos x (\cos^2 x - \sin^2 x - 2 \sin^2 x + 2) = 0; \quad \cos x (3 - 4 \sin^2 x) = 0;$$

$$\begin{cases} \cos x = 0, \\ 3 - 4 \sin^2 x = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} \cos x = 0, \\ \frac{1 - \cos 2x}{2} = \frac{3}{4}; \end{cases} \quad \begin{cases} \cos x = 0, \\ 1 - \cos 2x = \frac{3}{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} \cos x = 0, \\ \cos 2x = -\frac{1}{2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}, \\ 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}, \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Відповідь. $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}, \quad \pm \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$

VI. Тренувальні вправи. Три рівні складності: А, В, С (8–10 хв)

Рівень А

1. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \cos\left(-\frac{x}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \quad 2) \cos \frac{x}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad 3) \cos\left(-\frac{x}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad 4) \cos \frac{x}{5} = 1.$$

2. Розв'яжіть рівняння на вказаному проміжку:

$$1) \cos 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad 0^\circ < x < 180^\circ; \quad 2) \cos 5x = -\frac{1}{2}, \quad 90^\circ < x < 180^\circ.$$

3. Розв'яжіть рівняння:

1) $2\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$; 2) $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$; 3) $3\cos(x + \pi) = -\frac{3}{2}$; 4) $\frac{1}{2}\cos 4x = 0$.

4. Розв'яжіть рівняння:

1) $5\cos\left(5x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{5}{2}$; 2) $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -1$; 3) $4\cos(2x + \pi) = -2$; 4) $2\cos\left(6x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$.

5. Розв'яжіть рівняння:

1) $\cos(2x - 3) = \frac{1}{3}$; 2) $\cos(1 - 3x) = \frac{\pi}{2}$; 3) $\cos(5x + 1) = \frac{\pi}{3}$; 4) $\cos(4x - 5) = -\frac{\sqrt{2}}{5}$.

6. Чи має зміст вираз:

1) $\arccos \sqrt{3}$; 2) $\arccos(-\pi)$; 3) $\arccos\left(\frac{a^2+1}{a^2}\right)$?

Рівень В

1. Розв'яжіть рівняння $\cos\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) = \frac{1}{2}$ і вкажіть:

- 1) найменший додатний корінь;
2) корені, які належать проміжку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$;
3) найбільший від'ємний корінь;
4) корені, які належать проміжку $\left(-\pi; \frac{\pi}{2}\right)$.

2. Знайдіть область визначення функції:

1) $y = \frac{1}{\cos 5x}$; 2) $y = \frac{3}{\cos x - 1}$; 3) $y = \frac{2,7}{\cos x + 3}$; 4) $y = \frac{7x}{\cos x - 0,7}$.

3. Розв'яжіть рівняння на вказаному проміжку:

1) $\cos\left(\frac{\pi}{3}(x-1)\right) = 1$, $0 < x < 9$; 2) $\cos\left(\frac{\pi}{2}(x-3)\right) = 1$, $3 < x < 9$.

4. Розв'яжіть рівняння на вказаному проміжку:

1) $\sqrt{3} + 2\cos\frac{\pi x}{9} = 0$, $8 < x < 20$; 2) $1 + 2\cos\frac{\pi x}{3} = 0$, $2 < x < 4$;
3) $1 + 2\cos\frac{\pi x}{15} = 0$, $5 < x < 20$; 4) $1 + \sqrt{2}\cos\frac{\pi x}{8} = 0$, $3 < x < 10$.

5. При яких значеннях параметра a рівняння $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -a^2 - 1$ має розв'язки?

6. Знайдіть усі корені рівняння $\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, які належать проміжку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

7. Розв'яжіть рівняння:

1) $6\cos\left(\frac{9}{4}x - \frac{5\pi}{12}\right) = 3$; 2) $7\cos\left(-\frac{5}{6}x + \frac{\pi}{7}\right) = -\frac{7}{2}$;
3) $3\cos\left(\frac{11}{3}x - \frac{2\pi}{5}\right) = 1$; 4) $2\cos\left(-\frac{4}{3}x + \frac{3\pi}{10}\right) = -1$.

8. Розв'яжіть рівняння $\cos(\cos x) = \frac{1}{2}$.

9. При яких значеннях параметра a має корені рівняння $(a^2 - 4)\cos x = a + 2$?
10. Розв'яжіть рівняння $\cos x^2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
11. Розв'яжіть рівняння $2\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$.
12. Знайдіть найбільший від'ємний корінь рівняння $\cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Рівень С

- 1.** Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{1 + \cos 2x}{\cos x} = 0;$$

$$2) \frac{\cos 4x - 1}{\cos(-x)} = 0.$$

- 2.** Розв'яжіть рівняння $\cos^2 x + \cos^4 x + \cos^6 x + \dots = 1$.

- ### 3. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \cos \pi \sqrt{x} = -\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$2) \cos \frac{2\pi}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

4. Розв'яжіть рівняння $\cos \frac{\pi(x^2+1)}{x^2+11} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

- 5.** Скільки коренів залежно від значень параметра a має рівняння $\cos x = a$ на проміжку $\left[-\pi; \frac{\pi}{3}\right]$.

- 6.** При яких значеннях параметра a рівняння $(x+a)\left(\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$ має єдиний корінь на проміжку $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$?

- 7. Творче завдання.** Запрограмуйте алгоритм розв'язування рівняння виду $A\cos(kx + b) = a$.

VII. Рефлексія (1–2 хв)

Запропонуйте учням оцінити розуміння теми уроку балами від 1 до 10.

Мої враження від уроку

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Жахливі									Чудові

Назвіть дві речі, які вам сподобалися на уроці, й одну річ, яка вам не сподобалася, або у вас усе ще залишилися запитання.

1)

.

.

2)

 ?

Можливі теми проєктів

1. Рівняння $A\cos(kx + b) = a$, які описують коливання маятників та пружин.
2. Рівняння $A\cos(kx + b) = a$ у періодичних процесах природи та техніки.
3. Рівняння $A\cos(kx + b) = a$ при розрахунку кута нахилу сонячних панелей.
4. Моделювання хвиль у комп'ютерній графіці та їхній зв'язок з тригонометричними рівняннями.
5. Графічна інтерпретація розв'язання рівнянь виду $A\cos(kx + b) = a$ засобами графічних калькуляторів.