

Тема 3.

Тригонометричні рівняння й нерівності

Урок 31. Розв'язування тригонометричних нерівностей

Тип уроку: урок повторення та систематизації.

План уроку

1. Робота над індивідуальними (груповими) проєктами.
2. Правила проведення змагання «Jeopardy».
3. Командне змагання «Jeopardy» на тему «Розв'язування тригонометричних нерівностей».
4. Підведення підсумків.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

упорядковує та перетворює інформацію математичного змісту в специфічних проблемних ситуаціях, зокрема із застосуванням інформаційних технологій [12 МАО 2.1.3–1 П];

виявляє ініціативу, пропонує та обґрунтовує ідеї щодо способу розв'язання специфічних проблемних ситуацій [12 МАО 2.2.1–1 П];

планує дії та організовує роботу групи, ураховуючи розподіл ролей та оцінюючи внесок кожного [12 МАО 2.2.3–1 П];

заохочує і підтримує членів групи під час представлення та обговорення результатів, конструктивно реагує на критику [12 МАО 2.4.2–1 П];

обґрунтовано пояснює хід своїх міркувань, зважаючи на мету і учасників спілкування [12 МАО 4.3.2–2 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Метою уроку є повторити та систематизувати уміння розв'язувати тригонометричні нерівності.

- 2) Запропонуйте учням/ученицям об'єднатися у команди (кількість команд може варіюватися від 2 до 10 команд), придумати назву команди, обрати капітана команди та зайняти відведене місце для команд у класній кімнаті.
- 3) Підтримуйте атмосферу співпраці та взаємної поваги в процесі змагання.
- 4) Перед початком гри зачитайте учасникам правила гри.
- 5) Якщо запитання виявляться занадто складними для учасників гри, то можете допомогти, надавши вказівку для розв'язання відповідної вправи.
- 6) Мотивуйте учнів/учениць до активного командного обговорення завдань, які розв'язуються.
- 7) Якщо вважаєте за потрібне, то можете провести урок як створення індивідуальних (групових) проєктів учнівством.

I. Організаційна частина (2–3 хв)

II. Правила проведення змагання «Jeopardy»

Гра «Jeopardy» — це гра-вікторина, де гравці, об'єднавшись у команди, відповідають на запитання з різних галузей знань. Гра складається з декількох раундів, на початку яких ведучий зачитує запитання. Гравці, натиснувши кнопку чи піднявши руку, сигналізують, що готові відповісти, і за правильну відповідь отримують бали, а за неправильну — втрачають їх. Команда, яка набрала найбільше балів, стає переможцем.

1) Перед початком змагання вчитель/вчителька зачитує командам назви п'яти тем, що представлені у даній вікторині. Кожна тема крім останньої містить по п'ять запитань. Вартість відповідей у кожній темі: 100, 200, 300, 400 та 500 балів. У темі 3 рекомендуємо кількість набраних балів подвоювати, У темі 4 — потроювати, а у темі 5 — множити на 4 (з урахуванням складності завдань).

2) Після того як вчитель/вчителька зачитає чи продемонструє на екрані проєктора, телевізора чи комп'ютера завдання, гравці мають обмежений час на розв'язування. На завдання першого рівня (100 балів) — 1 хв, другого рівня (200 балів) — 2 хв, третього рівня (300 балів) — 3 хв, четвертого рівня (400 балів) — 4 хв і п'ятого рівня (500 балів) — 5 хв.

3) Черговість вибору запитання визначається за допомогою жеребкування або конкурсу капітанів за вибором учителя.

4) Команда сигналізує про готовність відповісти (зазвичай підніманням руки капітана команди) і дає відповідь у формі повного розв'язання запропонованої вправи.

5) Після розіграшу певного запитання черговість вибрати переходить до наступної команди.

6) За правильну відповідь додається відповідна кількість балів, а за неправильну — віднімаються.

7) Після неправильної відповіді команди, що відповідала, інші команди мають можливість відповісти на це запитання.

8) Перемагає команда, яка набрала найбільше балів по завершенню гри.

9) На розсуд вчителя, учасники та учасниці команд переможниць можуть отримати додаткові заохочувальні бали до результату підсумкового оцінювання за темою.

III. Командне змагання «Jeopardy» на тему «Розв'язування тригонометричних нерівностей» (30 хв)

1) Після переходу за посиланням <https://jeopardylabs.com/play/2026-01-10-299> ви потрапите у стартове вікно вікторини «Jeopardy».

2) У цьому вікні ви можете обрати кількість команд учасників, завантажити гру (Download) для проведення гри при відсутності інтернету, відредагувати запитання, назви тем та кількість балів (Edit). Зверніть увагу, що змінювати математичні формули чи вставляти картинки ви зможете лише в платній версії програми, тому рекомендуємо використовувати завдання які уже представлені у вікторині. Також у цьому вікні можна поділитися даною вікториною у соцмережах (Share).

3) Натиснувши кнопку «старт» починається змагання з демонстрацією вікна, у якому представлені теми запитань та кількості балів. Також можна у цьому вікні відредагувати назви команд відповідно до вибору учасників.

4) Після того як команда обрала запитання, усі учні бачать завдання на екрані і приступають до розв'язання цього завдання відповідно до часових рамок, прописаних у правилах змагання. Якщо завдання виходить за межі екрану або маленьке за розміром, то ви можете зменшити/ збільшити масштаб зображення використовуючи комбінації клавіш «Ctrl, →» чи «Ctrl, +» відповідно.

5) Після відповіді команд учитель/учителька натискає «Пробіл» на клавіатурі і учасники бачать правильну відповідь до завдання.

5) При зарахуванні балів відповідній команді вчитель/учителька натискає біля вікна відповідної команди значок «+» чи «-».

6) Після натискання «Esc» гра продовжується і запитання що розігрувалося стає неактивним і у відповідному вікні де відображається рахунок кількість очок команди змінюється.

IV. Запитання та відповіді

Кількість балів	Запитання	Відповідь
Найпростіші тригонометричні нерівності відносно тангенса або котангенса		
100	Розв'яжіть нерівність $\operatorname{tg} x > \sqrt{3}$.	$\frac{\pi}{3} + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
200	Розв'яжіть нерівність $\operatorname{tg} 5x \leq -\frac{1}{2}$.	$-\frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5} < x \leq -\frac{1}{5} \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \frac{\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}$.
300	Розв'яжіть нерівність $\operatorname{ctg} \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \leq -\frac{1}{\sqrt{3}}$.	$\frac{11\pi}{6} + 2\pi n \leq x < \frac{5\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.
400	Розв'яжіть нерівність $3 \operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \geq \sqrt{3}$.	$\frac{\pi}{2} + \pi n \leq x < \frac{5\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

Кількість балів	Запитання	Відповідь
500	Розв'яжіть нерівність $\operatorname{ctg}(5-2x) < -1,5$.	$\frac{\pi n}{2} + \frac{5}{2} \leq x < \frac{1}{2} \operatorname{arccctg} 1,5 + \frac{5}{2} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$.
Найпростіші тригонометричні нерівності відносно синуса або косинуса		
100	Розв'яжіть нерівність $\sin x < 2$.	$x \in (-\infty; +\infty)$.
200	Розв'яжіть нерівність $\cos 5x \geq 1$.	$x \in \{2\pi n, n \in \mathbb{Z}\}$.
300	Розв'яжіть нерівність $\sin 2x \geq \frac{1}{2}$.	$\frac{\pi}{12} + \pi n \leq x \leq \frac{5\pi}{12} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
400	Розв'яжіть нерівність $2 \cos\left(\frac{x}{2} - 3\right) < -1$.	$\frac{5\pi}{3} + 6 + 4\pi n < x < \frac{7\pi}{3} + 6 + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$.
500	Розв'яжіть нерівність $3 \cos^2 x \sin x - \sin^3 x < 0,5$.	$-\frac{7\pi}{18} + \frac{2\pi k}{3} < x < \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$.
Подвійні тригонометричні нерівності		
200	Розв'яжіть нерівність $0 < \operatorname{ctg} x < \frac{1}{\sqrt{3}}$.	$\frac{\pi}{6} + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
400	Розв'яжіть нерівність $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \cos x < \frac{1}{2}$.	$\left[-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n\right], n \in \mathbb{Z}$.
600	Розв'яжіть нерівність $ \sin x < \frac{\sqrt{2}}{2}$.	$\left[-\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{4} + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; \frac{5\pi}{4} + 2\pi n\right], n \in \mathbb{Z}$.
800	Розв'яжіть нерівність $ \operatorname{tg} 2x \geq \sqrt{3}$.	$\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}\right] \cup \left[\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}\right), n \in \mathbb{Z}$.
1000	Розв'яжіть нерівність $\left \operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right)\right \leq \sqrt{3}$.	$\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \leq x \leq 2\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.
Розв'язування тригонометричних нерівностей з використанням заміни змінних		
300	Розв'яжіть нерівність $2 \sin^2 x + \sin x - 1 < 0$.	$\left(-\frac{7\pi}{6} + 2\pi n; -\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) \cup \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$.
600	Розв'яжіть нерівність $\cos 2x + 5 \sin x - 3 < 0$.	$-\frac{7\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

Кількість балів	Запитання	Відповідь
900	Розв'яжіть нерівність $2\operatorname{tg} 2x \leq 3\operatorname{tg} x$.	$\left(-\frac{\pi}{4} + \pi n; \pi n\right) \cup \left(\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}.$
1200	Розв'яжіть нерівність $2\cos x - \cos \frac{3x}{2} < 1$.	$\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}.$
1500	Розв'яжіть нерівність $6\sin^2 x - \sin x \cos x - \cos^2 x > 2$.	$\left(\frac{\pi}{4} + \pi n; \pi - \operatorname{arctg} \frac{3}{4} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}.$
Розв'язування тригонометричних нерівностей методом інтервалів		
1200	Розв'яжіть нерівність $\sin x + \sin 2x + \sin 3x > 0$.	$\left(2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right) \cup \left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \pi + 2\pi k\right) \cup \left(\frac{4\pi}{3} + 2\pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}.$
1600	Розв'яжіть нерівність $1 - \cos x < \operatorname{tg} x - \sin x$.	$\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}.$
2000	Розв'яжіть нерівність $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x \geq 2$	$\left[-\frac{\pi}{10} + \pi n; \frac{\pi}{10} + \pi n\right] \cup \left[\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{3\pi}{10} + \pi n\right] \cup \left[\frac{7\pi}{10} + \pi n; \frac{3\pi}{4} + \pi n\right] \cup \left\{\frac{\pi}{2} + \pi n\right\}, n \in \mathbb{Z}.$

V. Підведення підсумків (3 хв)

Оголошення та нагородження переможців гри.

VI. Рефлексія (1 хв)



РЕФЛЕКСІЯ– ОЦІНКА



ОЦІНИ Й ОПИШИ, ЯК ТИ СЕБЕ ПОЧУВАЄШ
ПІСЛЯ УРОКУ СЬОГОДНІ



Поради собі до наступного уроку

.....

.....

.....