

Тема 3.

Тригонометричні рівняння й нерівності

Урок 32. Контроль знань учнів/учениць

Тип уроку: урок контролю засвоєння знань.

План уроку

1. Захист учнівських проєктів.
2. Проведення тестування у форматі ЗНО/НМТ.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

реалізовує визначену послідовність дій для розв'язання специфічних проблемних ситуацій, перевіряє та досліджує отримані результати [12 МАО 4.2.1–2 П];

робить висновки щодо застосування математичних понять і фактів [12 МАО 4.1.2–1 П];

аналізує результати дій із математичними об'єктами у процесі розв'язання проблемної ситуації [12 МАО 4.2.2–1 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Урок є підсумковим за результатами вивчення теми 3.
- 2) Урок можна провести як урок-захист учнівських проєктів.
- 3) Для захисту проєктів забезпечте учнів/учениць технічними та навчальними засобами (ноутбуками, проєкторами тощо).
- 4) Якщо ви проводите захист учнівських проєктів, то мотивуйте учнів/учениць до активного обговорення запропонованих проєктів.
- 5) За результатами захисту проєктів виставте учням/ученицям підсумкові (тематичні) оцінки.
- 6) Якщо захист проєктів, на вашу думку, є недоцільним, то можна провести підсумкове тестування.
- 7) За умови проведення тестування завчасно забезпечте учнів/учениць тестовими завданнями.
- 8) Для проведення тестування використовуйте завдання підсумкового тесту у двох варіантах, який надається.

10) Критерії оцінювання подані після відповідей до тестових завдань.

III. Проведення тематичного підсумкового тестування. Контрольна робота (35–40 хв)

4. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$-\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

5. Розв'яжіть рівняння $\cos^2 x + 3\cos x = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{2} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$

6. Розв'яжіть рівняння $\sin x - \cos x = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$-\frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$

7. Розв'яжіть нерівність $\operatorname{tg} x \leq -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

А $-\frac{\pi}{2} + \pi n \leq x \leq -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Б $-\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

В $-\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Г $-\pi + \pi n \leq x \leq -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Д $-\pi + \pi n < x \leq -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

8. При яких значеннях параметра a має розв'язки рівняння $\cos \frac{x}{2} = a - 5$?

А	Б	В	Г	Д
$[-1; 1]$	$[-6; -4]$	$[4; 6[$	$[-5; -1]$	при будь-яких

[illegible]

9. Скільки коренів рівняння $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = 1$ належать проміжку $[-2\pi; 2\pi]$?

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

[illegible]

10. Яка з наведених нерівностей не має розв'язків?

А	Б	В	Г	Д
$\cos x < \frac{1}{2}$	$\sin 2x \geq 1$	$\sin \frac{x}{5} < -\frac{1}{2}$	$\sin 3x \leq -1$	$\cos 5x < -1$

[illegible]

11. Укажіть найбільший від'ємний корінь рівняння $\sin^2 2x - \cos^2 2x = 1$.

А	Б	В	Г	Д
$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{8}$	-2π

[illegible]

12. Укажіть множину коренів рівняння $1 + 2\sin x - \cos^2 x = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\begin{aligned} &(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, \\ &n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$	$\begin{aligned} &2\pi n, \\ &n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$	$\begin{aligned} &\frac{\pi}{6} + 2\pi n, \\ &n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$	$\begin{aligned} &\pi n, \\ &n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$	$\begin{aligned} &\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \\ &n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$

[illegible]

13. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} y = 3x, \\ \sin(4x - y) = 0. \end{cases}$

$$\mathbf{A} \quad (\pi n, 3\pi n), \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\mathbf{B} \left(2\pi n; 6\pi n \right), \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\mathbf{B} \left(\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{3\pi}{2} + 3\pi n \right), \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\Gamma\left(\frac{\pi}{2}+2\pi n; \frac{3\pi}{2}+6\pi n\right), \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\mathbb{D}\left(-\frac{\pi}{2}+2\pi n;-\frac{3\pi}{2}+6\pi n\right), \quad n \in \mathbb{Z}$$

[illegible]

14. Укажіть множину коренів рівняння $\arccos(x^2 - x) = \arccos(2x - 2)$.

А	Б	В	Г	Д
1; 2	2	1	-2; -1	∅

[illegible]

15. Укажіть кількість коренів рівняння $\operatorname{ctg} \pi x = -1$, які належать проміжку $\left[-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right]$.

А	Б	В	Г	Д
2	3	4	5	6

[illegible]

16. Установіть відповідність між тригонометричною нерівністю (1–3) та розв’язками (А–Д) нерівності.

Нерівність

$$1 - \sin x \geq 1$$

2 $\sin x \leq -1$

3 $\sin x < 1$

Розв'язки нерівності

A $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

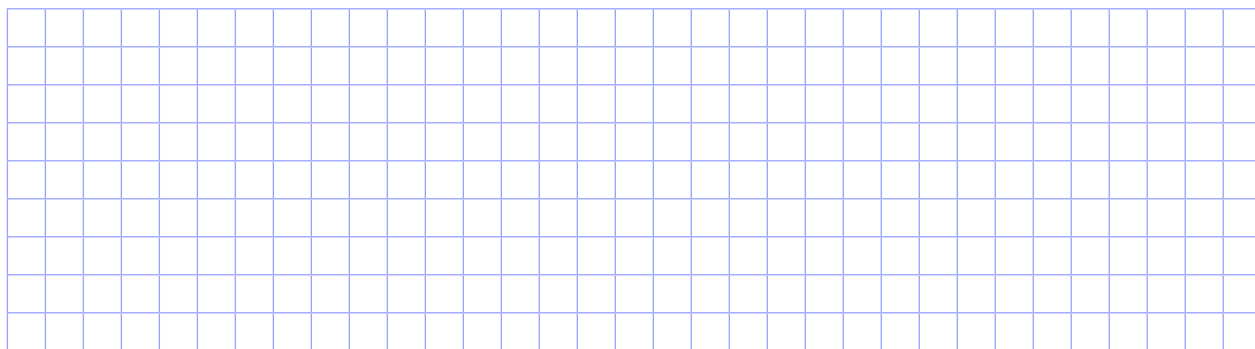
$$\mathbf{B} \quad x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + 2\pi n \right\}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\mathbf{B} \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\Gamma \quad x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + 2\pi n \right\}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Д } x \in \mathbb{R}$$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐



- 17.** Установіть відповідність між рівнянням (1 – 3) та множиною коренів (А–Д) рівняння.

Рівняння

1 $\sin x \cos 6x - \cos x \sin 6x = -1$

2 $2 \sin 6x \cos 6x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

3 $\sin 2x = (\cos x - \sin x)^2$

Множина коренів

А $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{48} + \frac{\pi}{12}n, n \in \mathbb{Z}$

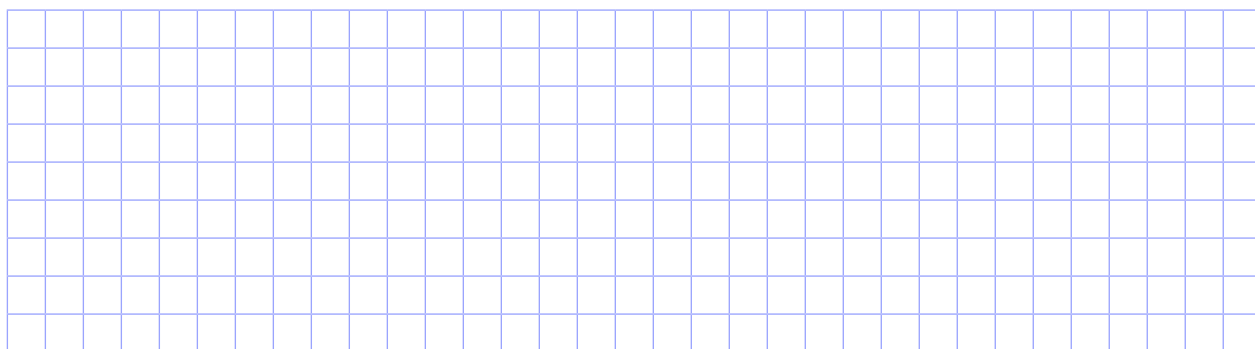
Б $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z}$

В $\frac{3\pi}{2} + 6\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Г $\frac{\pi}{10} + \frac{2\pi}{5}n, n \in \mathbb{Z}$

Д $\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}n, n \in \mathbb{Z}$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐



- 18.** Установіть відповідність між функцією (1 – 3) та її властивостями (А–Д).

Функція

1 $y = \arccos x$

2 $y = \arccos \frac{x}{3}$

3 $y = \arcsin 3x$

Властивості функції

А Функція непарна.

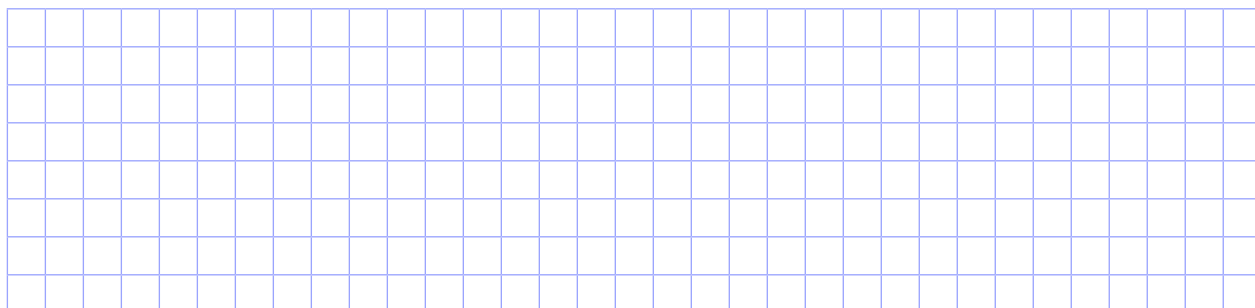
Б Областю визначення функції є проміжок $[-3; 3]$.

В Множиною значень функції є проміжок $(-\pi; \pi)$.

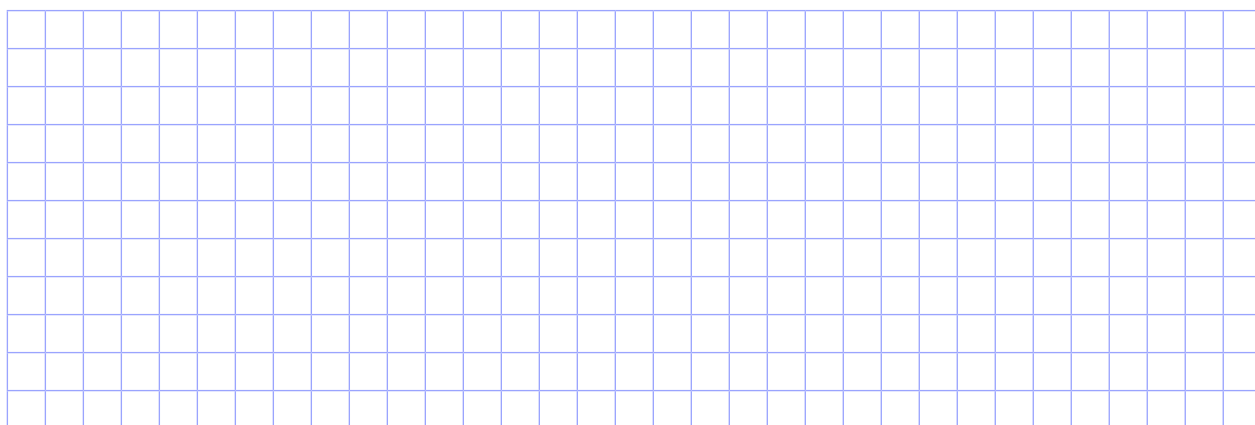
Г Множиною значень функції є проміжок $(0; \pi)$.

Д Областю визначення функції є проміжок $[-1; 1]$.

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐

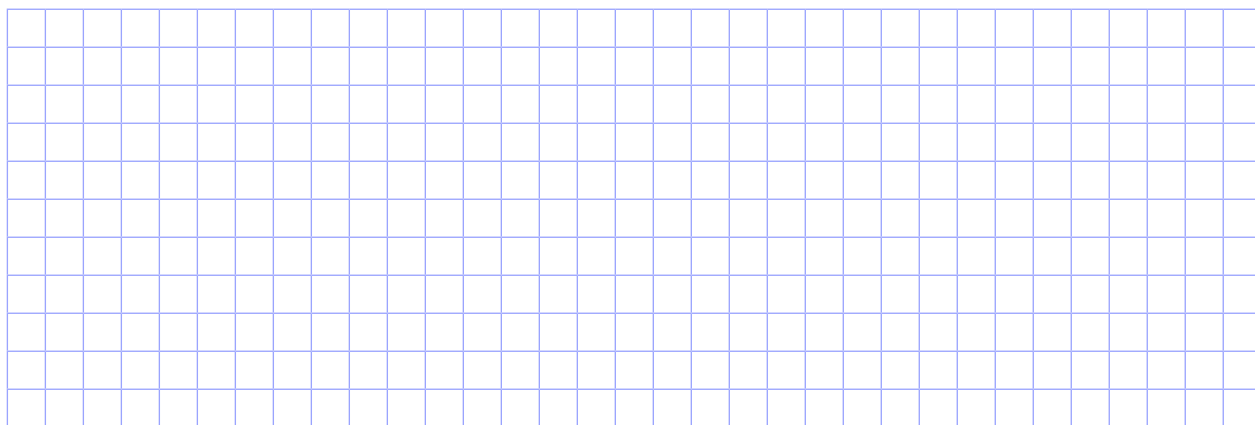


- 19.** Обчисліть: $\frac{1}{\pi} \left(6 \operatorname{arctg} \sqrt{3} - 4 \arcsin 1 + 8 \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$.



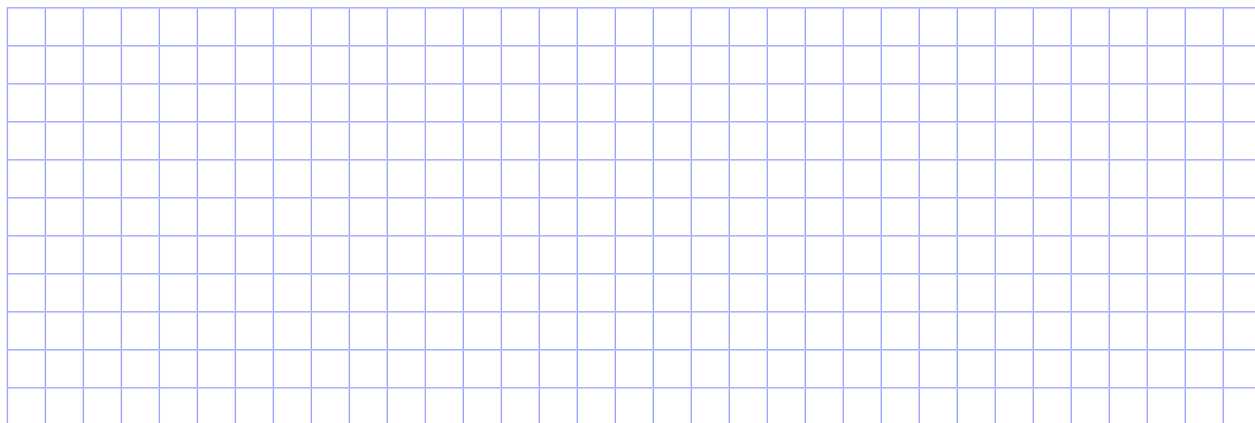
Відповідь.

- 20.** Знайдіть (у градусах) найменше додатне значення y , якщо $(x; y)$ — розв'язок системи рівнянь
$$\begin{cases} \cos x - 2 \sin y = 1, \\ x + y = \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$



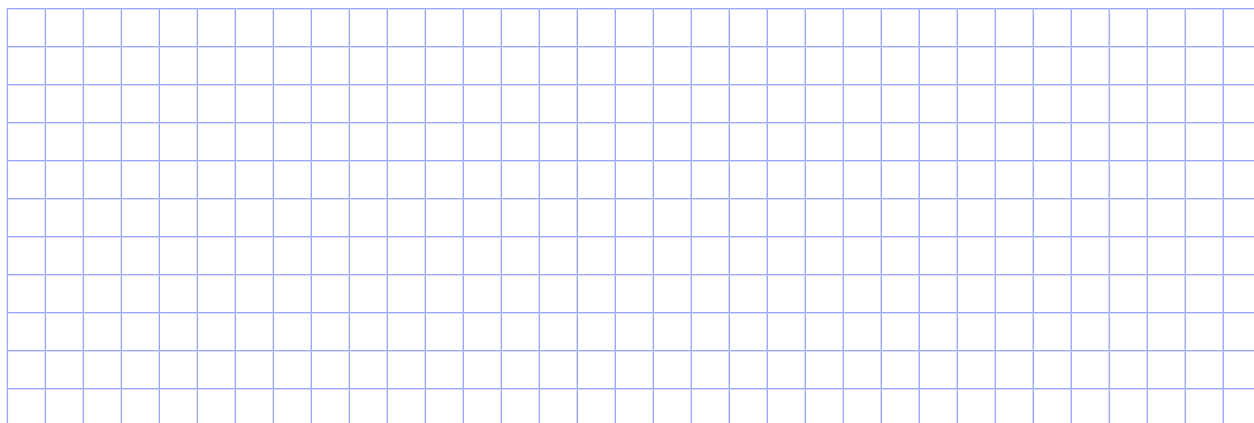
Відповідь.

- 21.** Визначте кількість цілих (у радіанах) розв'язків нерівності $-\frac{1}{2} \leq \cos x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ на проміжку $[0; 2\pi]$.



Відповідь.

22. Обчисліть: $\cos\left(2\operatorname{arctg}\sqrt{3} + \operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.



Відповідь.

Варіант 2

- 1.** Укажіть область визначення функції $y = \arcsin x$.

А	Б	В Г	Д	
$(-\infty; +\infty)$	$[0; \pi]$	$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$	$[-1; 1]$	$\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

[illegible]

- 2.** Обчисліть: $\frac{30}{\pi} \arcsin \frac{1}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
5π	5	10	10π	15π

[illegible]

- 3.** Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2} \cos x = 1$.

А	Б	В	Г	Д
$\pm \frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$

- 4.** Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$-\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

[illegible]

5. Розв'яжіть рівняння $\sin^2 x - 3 \sin x = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{2} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{2} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$

[illegible]

6. Розв'яжіть рівняння $\sin x + \cos x = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$-\frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$

[illegible]

7. Розв'яжіть нерівність $-\operatorname{tg} x \leq \sqrt{3}$.

- $$\mathbf{A} \quad -\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq -\frac{\pi}{3} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

- $$\text{Б } -\frac{\pi}{2} + \pi n \leq x \leq -\frac{\pi}{3} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

- $$\textbf{B} \quad -\frac{\pi}{3} + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

- $$\Gamma \quad -\frac{\pi}{3} + \pi n \leq x \leq \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

- $$\text{Д } -\frac{\pi}{6} + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

[illegible]

8. При яких значеннях параметра a має розв'язки рівняння $\sin 2x = a + 4$?

А	Б	В	Г	Д
$[-1; 1]$	$[-3; -1]$	$[3; 5]$	$[-5; -3]$	при будь-яких

[illegible]

9. Скільки коренів рівняння $\operatorname{tg} 3x = 1$ належать проміжку $[0; \pi]$?

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

[illegible]

10. Яка з наведених нерівностей не має розв'язків?

A	B	B	Г	Δ
$\cos x \leq -1$	$\sin 2x \leq \frac{\sqrt{7}}{3}$	$\cos x > -2$	$\sin x > 1$	$\cos 5x < \pi$

11. Укажіть найменший додатний корінь рівняння $\sin \frac{x}{6} \cos \frac{x}{6} = -\frac{1}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{2}$	π	2π	$\frac{11\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{2}$

12. Укажіть множину коренів рівняння $3\sin^2 2x + 7\cos 2x - 3 = 0$.

А	Б	В	Г	Δ
$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{3} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\emptyset$

[illegible]

13. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x = 2y, \\ \cos(x - y) = 1. \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
$(4\pi n, 2\pi n),$ $n \in \mathbb{Z}$	$(2\pi n; \pi n),$ $n \in \mathbb{Z}$	$\left(\pi + 4\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)$ $, n \in \mathbb{Z}$	$\left(\pi + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right),$ $n \in \mathbb{Z}$	$(2\pi + 4\pi n; \pi + 2\pi n),$ $n \in \mathbb{Z}$

[illegible]

14. Укажіть множину коренів рівняння $\arcsin(x^2 - 4) = \arcsin(2x + 4)$.

А	Б	В	Г	Д
4; -2	4	-2	-4; 2	$\emptyset$

15. Укажіть кількість коренів рівняння $\lg \pi x = -1$, які належать проміжку $[0; 4]$.

А	Б	В	Г	Д
2	3	4	5	6

16. Установіть відповідність між тригонометричною нерівністю (1–3) та її розв'язками (А–Д).

Нерівність

1 $\cos x \geq 1$

2 $\cos x \leq -1$

3 $\cos x < 1$

Розв'язки нерівності

А $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Б $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + 2\pi n\}, n \in \mathbb{Z}$

В $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Г $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\pi n\}, n \in \mathbb{Z}$

Д $x \in \mathbb{R}$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐

17. Установіть відповідність між рівнянням (1–3) та множиною коренів (А–Д) рівняння.

Рівняння

1 $\cos 3x = \frac{1}{2}$

2 $\cos^2 0,5x - \sin^2 0,5x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

3 $\cos 3x \cos x - \sin 3x \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Множина коренів рівняння

А $\pm \frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z}$

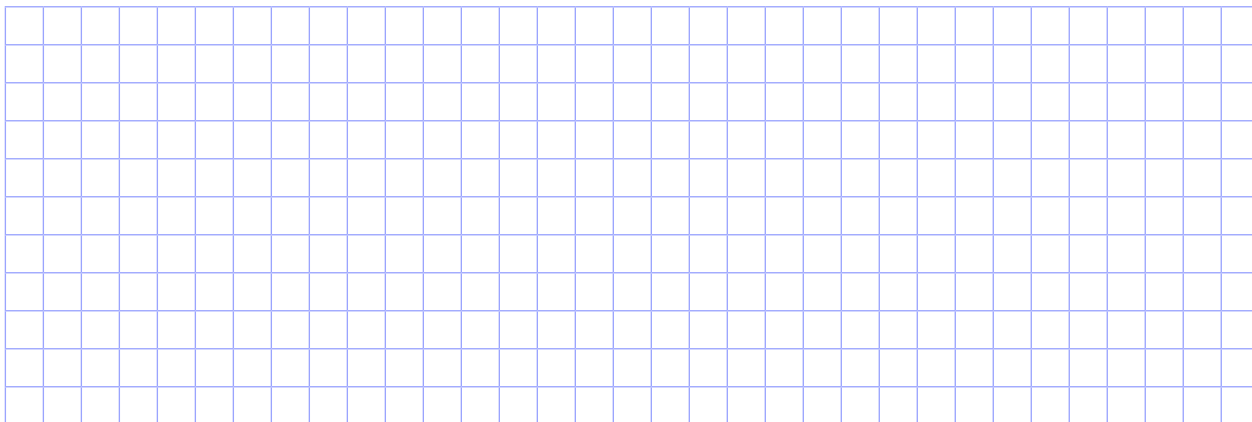
Б $\frac{3\pi}{2} + 3\pi n, n \in \mathbb{Z}$

В $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Г $\pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}n, n \in \mathbb{Z}$

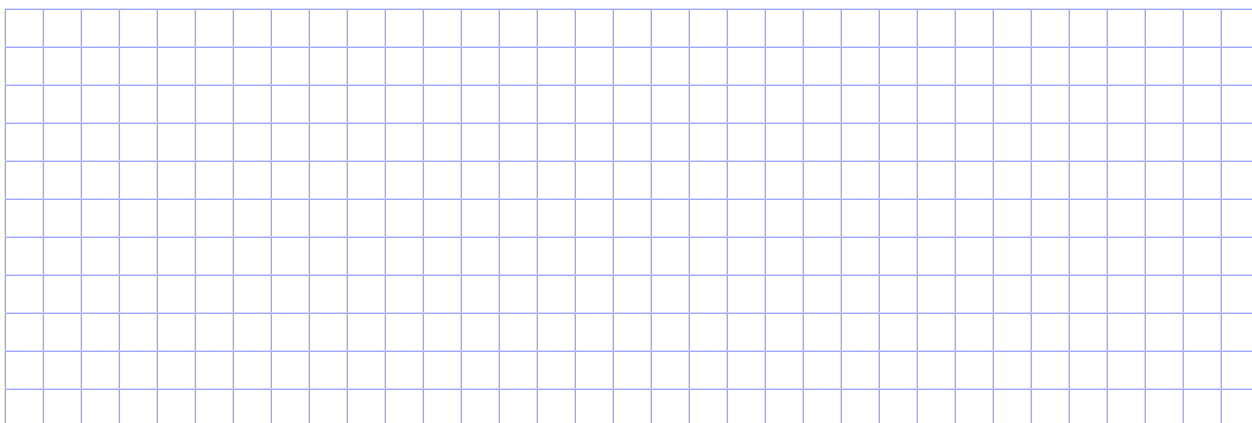
Д $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}n, n \in \mathbb{Z}$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐

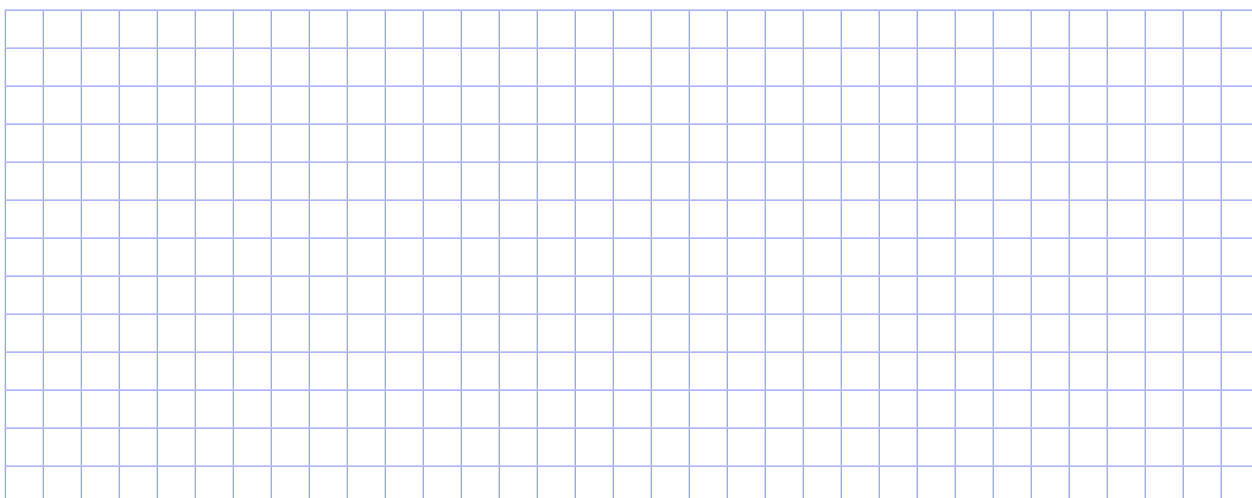


18. Установіть відповідність між функцією (1–3) та властивостями (А–Д) функції.

Функція	Властивість функції	А	Б	В	Г	Д
1 $y = \arcsin x$	А Функція ні парна, ні непарна.	1	☐	☐	☐	☐
2 $y = \arcsin \frac{x}{4}$	Б Областю визначення функції є проміжок $[-4; 4]$.	2	☐	☐	☐	☐
3 $y = \arccos 4x$	В Множиною значень функції є проміжок $(0; \pi)$.	3	☐	☐	☐	☐
	Г Функція зростає на множині дійсних чисел.					
	Д Областю визначення функції є проміжок $[-1; 1]$.					

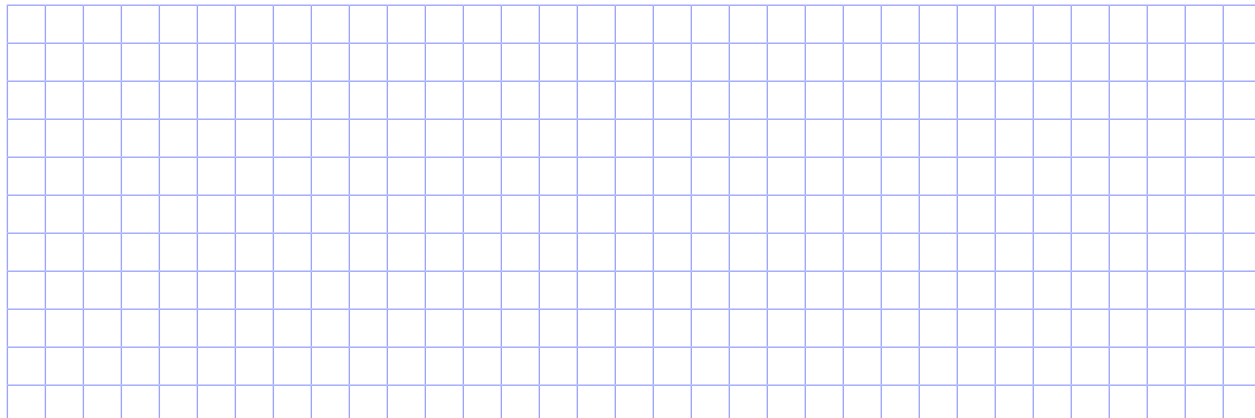


19. Обчисліть: $\frac{1}{\pi} \left(18 \arcsin \left(-\frac{1}{2} \right) - 12 \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + 8 \operatorname{arctg} 1 \right)$.



Відповідь.

- 20.** Знайдіть (у градусах) найбільше від'ємне значення y , якщо $(x; y)$ — розв'язок системи рівнянь
$$\begin{cases} \cos x - \cos y = \sqrt{2}, \\ x + y = \pi. \end{cases}$$



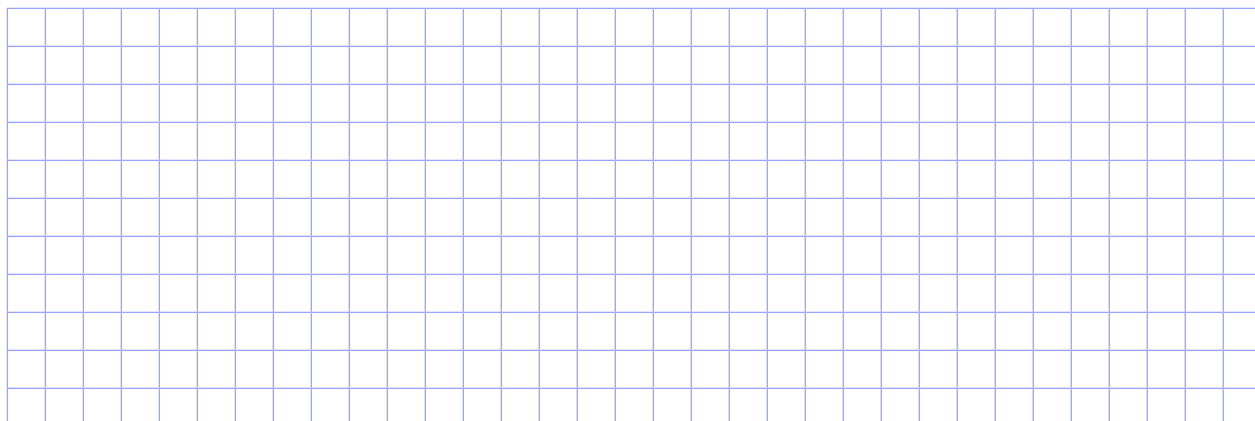
Відповідь.

- 21.** Визначте кількість цілих (у радіанах) розв'язків нерівності $-\frac{1}{2} \leq \sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ на проміжку $[0; 2\pi]$.



Відповідь.

- 22.** Обчисліть: $\sin\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}} + \operatorname{arctg}\sqrt{3}\right)$.



Відповідь.

Відповіді до тестових завдань

Варіант 1

1. В.
2. Б.
3. В.
4. А.
5. Д.
6. Б.
7. Б.
8. В.
9. Б.
10. Д.
11. В.
12. Г.
13. А.
14. В.
15. А.
16. 1 – А, 2 – В, 3 – Б.
17. 1 – Г, 2 – А, 3 – Б.
18. 1 – Д, 2 – Б, 3 – А.
19. 2.
20. 270.
21. 3.
22. –1.

Варіант 2

1. Г.
2. Б.
3. Б.
4. А.
5. Г.
6. Д.
7. В.
8. Г.
9. В.
10. Г.
11. Д.
12. А.
13. А.
14. В.
15. В.
16. 1 – В, 2 – А, 3 – Г.
17. 1 – Г, 2 – В, 3 – А.
18. 1 – Д, 2 – Б, 3 – А.
19. –3.
20. –135.
21. 3.
22. 1.

Таблиця оцінювання

№ завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Бали	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

№ завдання	16	17	18	19	20	21	22	Сума
Бали	3	3	3	2	2	2	2	32

Критерії оцінювання

1) Коефіцієнт оцінювання: $\frac{12}{32} = 0,375$.

2) Коефіцієнт оцінювання 0,375 множимо на кількість набраних балів і маємо оцінку.

Наприклад, учень/учениця набрав/набрала 24 тестових бали за результатами тестування.

Тоді, оцінка: $24 \cdot 0,375 = 9$ (балів).

III. Рефлексія



РЕФЛЕКСІЯ– ОЦІНКА



ОЦІНИ Й ОПИШИ, ЯК ТИ СЕБЕ ПОЧУВАЄШ
ПІСЛЯ УРОКУ СЬОГОДНІ

