

Тема 3.

Тригонометричні рівняння й нерівності

Урок 33. Підсумкове заняття з теми: «Тригонометричні рівняння й нерівності»

(моє ім'я)

Аналіз контрольної роботи. Корегування знань учнів/учениць

Вправи для корегування

1. Знайдіть область визначення функції:

1) $y = \arcsin(x - 1)$;

2) $y = \arcsin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$;

3) $y = \arccos(x + \pi)$;

4) $y = \arccos \frac{\pi}{x + 4}$.

2. Знайдіть область визначення функції:

1) $y = \arcsin \frac{1 - 3x}{2}$;

2) $y = \arcsin \frac{x - 3}{2}$;

3) $y = \arccos(2x - 3)$;

4) $y = \arccos(2 - 3x)$.

3. Обчисліть:

1) $\arctg \sqrt{3} \cdot \operatorname{arccotg} \frac{1}{\sqrt{3}}$;

2) $\sqrt{3} \arcsin \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \arccos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$;

3) $\arcsin \left(-\frac{1}{2} \right) - \arccos \left(-\frac{1}{2} \right)$;

4) $\arcsin 0 + \arccos(-1) + \arctg(-\sqrt{3})$.

4. Розв'яжіть рівняння:

1) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

2) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

3) $\sin x = \frac{1}{4}$;

4) $\sin x = \sqrt{2}$;

5) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

6) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

5. Розв'яжіть рівняння:

1) $\operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 1$;

2) $\operatorname{tg}(3 - 2x) = 2$;

3) $3 \operatorname{tg}(3x + 1) - \sqrt{3} = 0$;

4) $\sqrt{3} \operatorname{ctg} \left(5x + \frac{\pi}{3} \right) + 3 = 0$;

5) $\operatorname{ctg} \left(\frac{1}{3}x + 2 \right) = 0$;

6) $\operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

6. Розв'яжіть рівняння:

1) $2\sin x + \sin^2 x = 0$;

3) $2\sin 5x - \sin 10x = 0$;

5) $\sin x + 1 - \sin 2x = 2\cos x$;

2) $\sqrt{2}\cos^2 x - \cos x = 0$;

4) $1 + \cos 2x + 4\cos x = 0$;

6) $4(\sin x - \cos x) - \sin 2x + 1 = 0$.

7. Розв'яжіть рівняння:

1) $\sin 2t = \cos 2t$;

3) $\sin^2 z - 2\sin 2z + 4\cos^2 z = 0$;

5) $3\sin^2 x - 2\sqrt{3}\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$;

2) $\sin 4t - \sqrt{3}\cos 4t = 0$;

4) $\sin^2 x + 3\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$.

6) $\sin^2 x + 3\cos^2 x - 2\sin 2x = 0$.

8. Розв'яжіть нерівність:

1) $\operatorname{tg} x < \sqrt{3}$;

2) $\operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \geq 0$;

3) $\operatorname{tg} x \geq -1$;

4) $\operatorname{tg} x \leq -1$;

5) $\operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 0$;

6) $\operatorname{tg} x > \sqrt{3}$.

9. Укажіть, при яких значеннях параметра a має розв'язки рівняння:

1) $\cos 2x = -2a^2 + 2a - 1$;

2) $\sin \frac{x}{3} = a^2 - 3a + 1$;

3) $(a^2 - 16)\cos x = a + 4$;

4) $(a^2 - 9)\sin x = a - 3$.

10. Укажіть кількість коренів рівняння на заданих проміжках:

1) $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}, \left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$;

2) $\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}, \left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$;

3) $\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}, \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$;

4) $\cos\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = -\frac{1}{2}, \left[-\frac{\pi}{6}; 4\pi\right]$;

5) $\operatorname{tg} 4x = 1, [0; \pi]$,

6) $\operatorname{ctg} \frac{x}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}, \left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

11. Укажіть які із наведених нерівностей не мають розв'язків:

1) $\sin x > 0,6$;

2) $\cos x < -1,3$;

3) $\sin x \leq 1$;

4) $\cos x \geq 1,1$;

5) $\sin x < -0,5$;

6) $\cos x \leq 1$;

7) $\sin x \geq 1,01$;

8) $\cos x > -0,2$.

12. Розв'яжіть рівняння:

1) $1 - 4\sin x \cos x = 0$;

2) $1 + 6\sin \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4} = 0$;

3) $\sqrt{3} + 4\sin x \cos x = 0$;

4) $1 - 8\sin \frac{x}{3} \cos \frac{x}{3} = 0$;

5) $1 + \cos 5x \sin 4x = \cos 4x \sin 5x$;

6) $1 - \sin x \cos 2x = \cos x \sin 2x$.

7) $\cos^2 2x = 1 + \sin^2 2x$;

8) $2\cos^2 x = 1 + 2\sin^2 x$.

13. Розв'яжіть рівняння:

1) $6\cos^2 x + 5\sin x - 7 = 0$;

2) $\sin x + 2\cos^2 x = 1$;

3) $2\cos^2 3x + \sin 3x - 1 = 0$;

4) $2\cos^2 x + 2\sqrt{2}\sin x - 3 = 0$.

14. Розв'яжіть систему рівнянь:

1)
$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = \frac{5}{2}; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} x + y = \frac{5\pi}{6}, \\ \cos^2 x + \cos^2 y = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \cos x + \cos y = \cos \frac{\pi}{8}; \\ x + y = \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x + y = \frac{2}{3}\pi; \\ 2\cos x + 4\cos y = 3. \end{cases}$$

15. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \arcsin x^2 = \arcsin(7x + 8);$$

$$2) \arccos(x^2 - x) = \arccos(3x^2 - 8x + 3).$$

16. Знайдіть всі розв'язки заданого рівняння, які задовольняють зазначені умови:

$$1) \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -1, \quad -\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4};$$

$$2) \operatorname{ctg}(-x) = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad 0 < x < 2\pi.$$

17. Розв'яжіть нерівності:

$$1) \sin 3x \leq 1;$$

$$2) \cos 5x < 1;$$

$$3) \cos \frac{x}{3} \geq -1;$$

$$4) \sin 4x < 1;$$

$$5) \cos 7x \geq 1;$$

$$6) \sin 8x \geq 1.$$

18. Розв'яжіть нерівність:

$$1) \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{8} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{8} = \frac{1}{2};$$

$$2) \cos x \cdot \cos \frac{\pi}{5} + \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{5} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$3) \sin x \cos x \cos 2x = 0,125;$$

$$4) 8\cos x \sin x (\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x) = \sqrt{3}.$$

19. Знайдіть область визначення та множину значень функції:

$$1) y = 2\operatorname{arctg} x;$$

$$2) y = 1,5\arcsin x - \frac{\pi}{2};$$

$$3) y = -\frac{1}{2}\arccos x;$$

$$4) y = \pi - 2\operatorname{arctg} x.$$

20. Обчисліть:

$$1) \arcsin 1 + \arccos 1 + \operatorname{arctg} 1 + \operatorname{arcctg} 1;$$

$$2) \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \operatorname{arctg} 0;$$

$$3) \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \arccos 0 + \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \operatorname{arcctg} \frac{1}{\sqrt{3}};$$

$$4) \arcsin \left(-\frac{1}{2}\right) + \arccos \left(-\frac{1}{2}\right) + \operatorname{arctg} 0 + \operatorname{arcctg}(-\sqrt{3}).$$

21. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} x - y = \frac{\pi}{3}, \\ \cos x + \cos y = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x - y = 60^\circ, \\ \cos x + \cos y = 1,5. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \sin x + \sin y = \frac{\sqrt{3}+1}{2}. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \sin x + \cos y = \sqrt{2}. \end{cases}$$

22. Розв'яжіть нерівність:

1) $-\frac{1}{2} \leq \sin x < \frac{1}{4}$;

2) $-\frac{\sqrt{3}}{2} < \cos x \leq -\frac{1}{2}$;

3) $\frac{1}{3} \leq \sin x < \frac{1}{2}$;

4) $-\frac{1}{2} < \cos x \leq \frac{1}{4}$;

5) $-2 < \operatorname{tg} x < 3$;

6) $-4 < \operatorname{ctg} x < 1,5$.

23. Обчисліть:

1) $\operatorname{tg} \left(\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) \right)$;

2) $\operatorname{tg} \left(\operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right) + \operatorname{arctg} 1 + \arccos 0 + \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$.

Рефлексія

Зобразіть сходи успіху і позначте свій рівень розуміння вивченої теми.

1 сходинка — «Мені важко, потрібно ще попрацювати».

2 сходинка — «Я щось зрозумів/зрозуміла, але ще маю запитання».

3 сходинка — «Можу розв'язувати завдання самостійно».

4 сходинка — «Можу пояснити завдання іншим».









