

Тема 3.

Тригонометричні рівняння й нерівності

Урок 33. Підсумкове заняття з теми: «Тригонометричні рівняння й нерівності»

Тип уроку: урок корекції знань.

План уроку

1. Захист учнівських проєктів.
2. Аналіз контрольної роботи.
3. Корегування знань учнів. Розв'язування задач за результатами контрольної роботи.

Очікувані результати навчальних досягнень

Учень/учениця:

пропонує альтернативні шляхи досягнення результатів розв'язання специфічної проблемної ситуації, оцінює можливі ризики [12 МАО 1.3.2–1 П];

оцінює результати за наданими чи самостійно розробленими критеріями [12 МАО 2.4.1–1 П];

оцінює обґрунтованість математичного розв'язання в контексті реальної комплексної проблемної ситуації [12 МАО 3.2.3–1 П];

робить висновки щодо застосування математичних понять і фактів [12 МАО 4.1.2–1 П].

Дружні поради вчителю/вчительці до уроку

- 1) Урок спрямований на аналіз підсумкової контрольної роботи за результатами вивчення теми 3 та на корегування знань учнів з цієї теми.
- 2) Урок можна використати як додатковий урок для захисту проєктів, якщо ви не використовували контрольну роботу як засіб перевірки знань учнів.
- 3) Для захисту проєктів забезпечте учнів/учениць технічними та навчальними засобами (ноутбуками, проєкторами тощо).
- 4) Якщо ви проводите захист учнівських проєктів, то мотивуйте учнів/учениць до активного обговорення запропонованих проєктів.

- 5) За результатами захисту проєктів виставте учням/ученицям підсумкові (тематичні) оцінки.
- 6) До кожного завдання контрольної роботи наведено розв'язки.
- 7) Після кожного завдання подані вправи для корегування, які можна призначити індивідуально учням/ученицям, у яких було виявлено прогалини в знаннях.

I. Організаційна частина (2 хв)

II. Захист індивідуальних (групових) проєктів

III. Аналіз контрольної роботи. Корегування знань учнів/учениць

Завдання 1

Варіант 1. Яка з функцій має область визначення $[-1; 1]$.

А	Б	В	Г	Д
$y = \sin x$	$y = \operatorname{arctg} x$	$y = \arccos x$	$y = \operatorname{arctg} x$	$y = \operatorname{tg} x$

Розв'язання. Функція $y = \arccos x$ визначена на множині $[-1; 1]$.

Відповідь. В.

Варіант 2. Укажіть область визначення функції $y = \arcsin x$.

А	Б	В Г	Д	
$(-\infty; +\infty)$	$[0; \pi]$	$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$	$[-1; 1]$	$\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

Розв'язання. Областю визначення функції $y = \arcsin x$ є множина $[-1; 1]$.

Відповідь. Г.

Вправи для корегування

1. Знайдіть область визначення функції:

$$1) y = \arcsin(x-1); \quad 2) y = \arcsin\left(x + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$3) y = \arccos(x + \pi); \quad 4) y = \arccos \frac{\pi}{x+4}.$$

2. Знайдіть область визначення функції:

$$1) y = \arcsin \frac{1-3x}{2}; \quad 2) y = \arcsin \frac{x-3}{2};$$

$$3) y = \arccos(2x-3); \quad 4) y = \arccos(2-3x).$$

Завдання 2

Варіант 1. Обчисліть: $\frac{12}{\pi} \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
2π	2	4	4π	6π

Розв'язання. $\frac{12}{\pi} \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{12}{\pi} \cdot \frac{\pi}{6} = 2$.

Відповідь. Б.

Варіант 2. Обчисліть $\frac{30}{\pi} \arcsin \frac{1}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
5π	5	10	10π	15π

Розв'язання. $\frac{30}{\pi} \arcsin \frac{1}{2} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{\pi}{6} = 5$

Відповідь. Б.

Вправи для корегування

3. Обчисліть:

- 1) $\operatorname{arctg} \sqrt{3} \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}}$;
- 2) $\sqrt{3} \arcsin \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \arccos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$;
- 3) $\arcsin \left(-\frac{1}{2} \right) - \arccos \left(-\frac{1}{2} \right)$;
- 4) $\arcsin 0 + \arccos(-1) + \operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$.

Завдання 3

Варіант 1. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2} \sin x = 1$.

А	Б	В	Г	Д
$\pm \frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$

Розв'язання. $\sqrt{2} \sin x = 1$, $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $x = (-1)^n \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$,

$x = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Відповідь. В.

Варіант 2. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2} \cos x = 1$.

А	Б	В	Г	Д
$\pm \frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$

Розв'язання. $\sqrt{2} \cos x = 1$, $\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $x = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$,

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Відповідь. Б.

Вправи для корегування

4. Розв'яжіть рівняння:

1) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

2) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

3) $\sin x = \frac{1}{4}$;

4) $\sin x = \sqrt{2}$;

5) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

6) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Завдання 4

Варіант 1. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$-\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Розв'язання. $\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$, $x + \frac{\pi}{3} = \operatorname{arccotg} \sqrt{3} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$,

$$x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}, x = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}, x = -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Відповідь. А.

Варіант 2. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$-\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Розв'язання. $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $x + \frac{\pi}{3} = \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$,

$$x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}, x = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}, x = -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Відповідь. А.

Вправи для корегування

5. Розв'яжіть рівняння:

1) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$;

2) $\operatorname{tg}(3 - 2x) = 2$;

3) $3 \operatorname{tg}(3x + 1) - \sqrt{3} = 0$;

4) $\sqrt{3} \operatorname{ctg}\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) + 3 = 0$;

5) $\operatorname{ctg}\left(\frac{1}{3}x + 2\right) = 0$;

6) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Завдання 5

Варіант 1. Розв'яжіть рівняння $\cos^2 x + 3\cos x = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{2} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$

Розв'язання. $\cos^2 x + 3\cos x = 0$, $\cos x(\cos x + 3) = 0$,
 $\cos x = 0$ або $\cos x + 3 = 0$.

1) $\cos x = 0$, $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

2) $\cos x + 3 = 0$, $\cos x = -3$.

Оскільки $-3 < -1$, то рівняння $\cos x + 3 = 0$ коренів немає.

Відповідь. Д.

Варіант 2. Розв'яжіть рівняння $\sin^2 x - 3\sin x = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{2} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{2} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$

Розв'язання. $\sin^2 x - 3\sin x = 0$, $\sin x(\sin x - 3) = 0$, $\sin x = 0$ або $\sin x - 3 = 0$.

1) $\sin x = 0$, $x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

2) $\sin x - 3 = 0$, $\sin x = 3$.

Оскільки $3 > 1$, то рівняння коренів не має.

Відповідь. Г.

Вправи для корегування

6. Розв'яжіть рівняння:

1) $2\sin x + \sin^2 x = 0$;

2) $\sqrt{2}\cos^2 x - \cos x = 0$;

3) $2\sin 5x - \sin 10x = 0$;

4) $1 + \cos 2x + 4\cos x = 0$;

5) $\sin x + 1 - \sin 2x = 2\cos x$;

6) $4(\sin x - \cos x) - \sin 2x + 1 = 0$.

Завдання 6

Варіант 1. Розв'яжіть рівняння $\sin x - \cos x = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$-\frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$

Розв'язання. $\sin x - \cos x = 0$,

1) Якщо $\cos x = 0$, то й $\sin x = 0$. Але одночасно $\cos x$ і $\sin x$ не можуть дорівнювати нулю, тому при $\cos x = 0$ дане рівняння не має коренів.

2) Якщо $\cos x \neq 0$, то поділимо обидві частини рівняння на $\cos x$, отримаємо рівняння, рівносильне даному:

$$\operatorname{tg} x - 1 = 0, \operatorname{tg} x = 1, x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Відповідь. Б.

Варіант 2. Розв'яжіть рівняння $\sin x + \cos x = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$-\frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$

Розв'язання. 1) Якщо $\cos x = 0$, то й $\sin x = 0$. Але одночасно $\cos x$ і $\sin x$ не можуть дорівнювати нулю, тому при $\cos x = 0$ дане рівняння не має коренів.

2) Якщо $\cos x \neq 0$, то поділимо обидві частини рівняння на $\cos x$, отримаємо рівняння, рівносильне даному: $\operatorname{tg} x + 1 = 0, \operatorname{tg} x = -1, x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$

Відповідь. Д.

Вправи для корегування

7. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $\sin 2t = \cos 2t;$
- 2) $\sin 4t - \sqrt{3} \cos 4t = 0;$
- 3) $\sin^2 z - 2 \sin 2z + 4 \cos^2 z = 0;$
- 4) $\sin^2 x + 3 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 0.$
- 5) $3 \sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + \cos^2 x = 0;$
- 6) $\sin^2 x + 3 \cos^2 x - 2 \sin 2x = 0.$

Завдання 7

Варіант 1. Розв'яжіть нерівність $\operatorname{tg} x \leq -\frac{\sqrt{3}}{3}.$

А $-\frac{\pi}{2} + \pi n \leq x \leq -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Б $-\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

В $-\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Г $-\pi + \pi n \leq x \leq -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Д $-\pi + \pi n < x \leq -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Розв'язання. $-\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$

Відповідь. Б.

Варіант 2. Розв'яжіть нерівність $-\operatorname{tg} x \leq \sqrt{3}.$

А $-\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Б $-\frac{\pi}{2} + \pi n \leq x \leq -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

В $-\frac{\pi}{3} + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Г $-\frac{\pi}{3} + \pi n \leq x \leq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Д $-\frac{\pi}{6} + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Розв'язання. $-\operatorname{tg} x \leq \sqrt{3}, \operatorname{tg} x \geq -\sqrt{3}, -\frac{\pi}{3} + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Відповідь. В.

Вправи для корегування

8. Розв'яжіть нерівність:

- 1) $\operatorname{tg} x < \sqrt{3}$; 2) $\operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \geq 0$; 3) $\operatorname{tg} x \geq -1$;
4) $\operatorname{tg} x \leq -1$; 5) $\operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 0$; 6) $\operatorname{tg} x > \sqrt{3}$.

Завдання 8

Варіант 1. При яких значеннях параметра a має розв'язки рівняння $\cos \frac{x}{2} = a - 5$?

А	Б	В	Г	Д
$[-1; 1]$	$[-6; -4]$	$[4; 6[$	$[-5; -1]$	при будь-яких

Розв'язання. Якщо $a - 5 > 1$ або $a - 5 < -1$, то рівняння $\cos \frac{x}{2} = a - 5$ не матиме коренів, тому рівняння має корені при $-1 \leq a - 5 \leq 1$. Звідки $4 \leq a \leq 6$, тобто $a \in [4; 6]$.

Відповідь. В.

Варіант 2. При яких значеннях параметра a має розв'язки рівняння $\sin 2x = a + 4$?

А	Б	В	Г	Д
$[-1; 1]$	$[-3; -1]$	$[3; 5]$	$[-5; -3]$	при будь-яких

Розв'язання. Якщо $a + 4 > 1$ або $a + 4 < -1$, то рівняння $\sin 2x = a + 4$ не матиме коренів, тому рівняння має корені при $-1 \leq a + 4 \leq 1$. Звідки $-5 \leq a \leq -3$, тобто $a \in [-5; -3]$.

Відповідь. Г.

Вправи для корегування

9. Укажіть, при яких значеннях параметра a має розв'язки рівняння:

- 1) $\cos 2x = -2a^2 + 2a - 1$; 2) $\sin \frac{x}{3} = a^2 - 3a + 1$;
3) $(a^2 - 16)\cos x = a + 4$; 4) $(a^2 - 9)\sin x = a - 3$.

Завдання 9

Варіант 1. Скільки коренів рівняння $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = 1$ належать проміжку $[-2\pi; 2\pi]$?

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

Розв'язання. $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = 1, \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z},$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, -2\pi \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi n \leq 2\pi, -2 \leq \frac{1}{2} + 2n \leq 2, -2,5 \leq 2n \leq 1,5,$$

$$-1,25 \leq n \leq 0,75.$$

Існує лише два цілих значення n , які задовольняють останню нерівність: $n = -1$ та $n = 0$.

Відповідь. Б.

Варіант 2. Скільки коренів рівняння $\operatorname{tg} 3x = 1$ належать проміжку $[0; \pi]$?

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

Розв'язання. $\operatorname{tg} 3x = 1, 3x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}, x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}.$

$$\text{Тоді } 0 \leq \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3} \leq \pi, 0 \leq \frac{1}{2} + \frac{n}{3} \leq 1, -0,5 \leq \frac{n}{3} \leq 0,5, -1,5 \leq n \leq 1,5.$$

Існує лише три цілих значення n , які задовольняють останню нерівність: $n = -1, n = 0$ та $n = 1$.

Відповідь. В.

Вправи для корегування

10. Укажіть кількість коренів рівняння на заданих проміжках:

1) $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}, \left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right];$

2) $\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}, \left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right];$

3) $\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}, \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right];$

4) $\cos\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = -\frac{1}{2}, \left[-\frac{\pi}{6}; 4\pi\right];$

5) $\operatorname{tg} 4x = 1, [0; \pi],$

6) $\operatorname{ctg} \frac{x}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}, \left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right].$

Завдання 10

Варіант 1. Яка із наведених нерівностей не має розв'язків?

А	Б	В	Г	Д
$\cos x < \frac{1}{2}$	$\sin 2x \geq 1$	$\sin \frac{x}{5} < -\frac{1}{2}$	$\sin 3x \leq -1$	$\cos 5x < -1$

Розв'язання. Оскільки $-1 \leq \cos 5x \leq 1$, тобто $\cos 5x \geq -1$, то нерівність $\cos 5x < -1$ не має розв'язків.

Відповідь. Д.

Варіант 2. Яка із наведених нерівностей не має розв'язків?

А	Б	В	Г	Д
$\cos x \leq -1$	$\sin 2x \leq \frac{\sqrt{7}}{3}$	$\cos x > -2$	$\sin x > 1$	$\cos 5x < \pi$

Розв'язання. Оскільки $-1 \leq \sin x \leq 1$, тобто $\sin x \leq 1$, то нерівність $\sin x > 1$ не має розв'язків.

Відповідь. Г.

Вправи для корегування

11. Укажіть які із наведених нерівностей не мають розв'язків:

- 1) $\sin x > 0,6$; 2) $\cos x < -1,3$; 3) $\sin x \leq 1$; 4) $\cos x \geq 1,1$;
 5) $\sin x < -0,5$; 6) $\cos x \leq 1$; 7) $\sin x \geq 1,01$; 8) $\cos x > -0,2$.

Завдання 11

Варіант 1. Укажіть найбільший від'ємний корінь рівняння $\sin^2 2x - \cos^2 2x = 1$.

А	Б	В	Г	Д
$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{8}$	-2π

Розв'язання. Використаємо формулу косинуса подвійного кута:

$$-\cos 4x = 1, \cos 4x = -1, 4x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z},$$

Якщо $n \geq 0$, то $x > 0$.

Якщо $n = -1$, то $x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{4}$.

Тому $x = -\frac{\pi}{4}$ — найбільший від'ємний корінь рівняння.

Відповідь. В.

Варіант 2. Укажіть найменший додатний корінь рівняння $\sin \frac{x}{6} \cos \frac{x}{6} = -\frac{1}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{2}$	π	2π	$\frac{11\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{2}$

Розв'язання. Використаємо формулу синуса подвійного кута:

$$\sin \frac{x}{3} = -1, \frac{x}{3} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, x = -\frac{3\pi}{2} + 6\pi n, n \in \mathbb{Z},$$

Якщо $n \leq 0$, то $x < 0$.

Якщо $n = 1$, то $x = -\frac{3\pi}{2} + 6\pi = \frac{9\pi}{2}$.

Тому $x = \frac{9\pi}{2}$ — найменший додатний корінь рівняння.

Відповідь. Д.

Вправи для корегування

12. Розв'яжіть рівняння:

1) $1 - 4 \sin x \cos x = 0$;

2) $1 + 6 \sin \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4} = 0$;

3) $\sqrt{3} + 4 \sin x \cos x = 0$;

4) $1 - 8 \sin \frac{x}{3} \cos \frac{x}{3} = 0$;

5) $1 + \cos 5x \sin 4x = \cos 4x \sin 5x$;

6) $1 - \sin x \cos 2x = \cos x \sin 2x$.

7) $\cos^2 2x = 1 + \sin^2 2x$;

8) $2 \cos^2 x = 1 + 2 \sin^2 x$.

Завдання 12

Варіант 1. Укажіть множину коренів рівняння $1 + 2 \sin x - \cos^2 x = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{6} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$

Розв'язання. $1 + 2 \sin x - (1 - \sin^2 x) = 0$, $1 + 2 \sin x - 1 + \sin^2 x = 0$,

$\sin^2 x + 2 \sin x = 0$, $\sin x (\sin x + 2) = 0$.

$\sin x = 0$ або $\sin x + 2 = 0$.

1) $\sin x = 0$, $x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

2) $\sin x + 2 = 0$, $\sin x = -2$.

Оскільки $-2 < -1$, то рівняння розв'язків немає.

Відповідь. Г.

Варіант 2. Укажіть множину коренів рівняння $3 \sin^2 2x + 7 \cos 2x - 3 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{3} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\emptyset$

Розв'язання. $3(1 - \cos^2 2x) + 7 \cos 2x - 3 = 0$, $3 - 3 \cos^2 2x + 7 \cos 2x - 3 = 0$,

$3 \cos^2 2x - 7 \cos 2x = 0$, $\cos 2x (3 \cos 2x - 7) = 0$.

$\cos 2x = 0$ або $3 \cos 2x - 7 = 0$.

1) $\cos 2x = 0$, $2x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$.

2) $3 \cos 2x - 7 = 0$, $\cos 2x = \frac{7}{3}$.

Оскільки $\frac{7}{3} > 1$, то рівняння розв'язків немає.

Відповідь. А.

Вправи для корегування

13. Розв'яжіть рівняння:

1) $6 \cos^2 x + 5 \sin x - 7 = 0$;

2) $\sin x + 2 \cos^2 x = 1$;

3) $2 \cos^2 3x + \sin 3x - 1 = 0$;

4) $2 \cos^2 x + 2\sqrt{2} \sin x - 3 = 0$.

Завдання 13

Варіант 1. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} y = 3x, \\ \sin(4x - y) = 0. \end{cases}$

А $(\pi n, 3\pi n), n \in \mathbb{Z}$

Б $(2\pi n; 6\pi n), n \in \mathbb{Z}$

В $\left(\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{3\pi}{2} + 3\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

Г $\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 6\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

Д $\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; -\frac{3\pi}{2} + 6\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

Розв'язання. $\begin{cases} y = 3x, \\ \sin(4x - y) = 0. \end{cases}$

$\sin(4x - 3x) = 0, \sin x = 0, x = \pi n, n \in \mathbb{Z}.$

Тоді $y = 3x = 3\pi n, n \in \mathbb{Z}.$

Відповідь. А.

Варіант 2. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x = 2y, \\ \cos(x - y) = 1. \end{cases}$

А $(4\pi n, 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$

Б $(2\pi n; \pi n), n \in \mathbb{Z}$

В $\left(\pi + 4\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

Г $\left(\pi + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

Д $(2\pi + 4\pi n; \pi + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$

Розв'язання. $\begin{cases} x = 2y, \\ \cos(x - y) = 1. \end{cases} \cos(2y - y) = 1, \cos y = 1, y = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$

Тоді $x = 2y = 4\pi n, n \in \mathbb{Z}.$

Відповідь. А.

Вправи для корегування

14. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = \frac{5}{2}; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \cos x + \cos y = \cos \frac{\pi}{8}; \\ x + y = \frac{\pi}{4}. \end{cases}$

2) $\begin{cases} x + y = \frac{5\pi}{6}, \\ \cos^2 x + \cos^2 y = \frac{1}{4}. \end{cases}$

4) $\begin{cases} x + y = \frac{2}{3}\pi; \\ 2\cos x + 4\cos y = 3. \end{cases}$

Завдання 14

Варіант 1. Укажіть множину коренів рівняння $\arcsin(x^2 - 4) = \arcsin(2x + 4)$.

А	Б	В	Г	Д
4; -2	4	-2	-4; 2	Æ

Розв'язання. Дане рівняння рівносильне системі:

$$\begin{cases} x^2 - x = 2x - 2, \\ -1 \leq 2x - 2 \leq 1; \end{cases} \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0, \\ 1 \leq 2x \leq 3; \end{cases} \begin{cases} x = 1, \\ x = 2, \\ 0,5 \leq x \leq 1,5; \end{cases} \quad x = 1.$$

Відповідь. В.

Варіант 2. Укажіть множину коренів рівняння $\arcsin(x^2 - 4) = \arcsin(2x + 4)$.

А	Б	В	Г	Д
4; -2	4	-2	-4; 2	Æ

Розв'язання. Дане рівняння рівносильне системі:

$$\begin{cases} x^2 - 4 = 2x + 4, \\ -1 \leq 2x + 4 \leq 1; \end{cases} \begin{cases} x^2 - 2x - 8 = 0, \\ -5 \leq 2x \leq -3; \end{cases} \begin{cases} x = 4, \\ x = -2, \\ -2,5 \leq x \leq -1,5; \end{cases} \quad x = -2.$$

Відповідь. В.

Вправи для корегування

15. Розв'яжіть рівняння:

1) $\arcsin x^2 = \arcsin(7x + 8)$;

2) $\arccos(x^2 - x) = \arccos(3x^2 - 8x + 3)$.

Завдання 15

Варіант 1. Укажіть кількість коренів рівняння $\operatorname{ctg} \pi x = -1$, які належать проміжку $\left[-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right]$.

А	Б	В	Г	Д
2	3	4	5	6

Розв'язання. $\operatorname{ctg} \pi x = -1$, $\pi x = \frac{3\pi}{4} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$,

$$x = \frac{3}{4} + n, n \in \mathbb{Z}, -\frac{3}{4} \leq \frac{3}{4} + n \leq \frac{3}{4}, n \in \mathbb{Z}, -\frac{3}{2} \leq n \leq 0, n \in \mathbb{Z}.$$

Звідси $n = -1$ та $n = 0$ — цілі значення n , що задовольняють нерівність.

Відповідь. А.

Варіант 2. Укажіть кількість коренів рівняння $\operatorname{tg} \pi x = -1$, які належать проміжку $[0; 4]$.

А	Б	В	Г	Д
2	3	4	5	6

Розв'язання. $\operatorname{tg} \pi x = -1$, $\pi x = \frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$,

$$x = \frac{1}{4} + n, n \in \mathbb{Z}, 0 \leq \frac{1}{4} + n \leq 4, n \in \mathbb{Z}, -\frac{1}{4} \leq n \leq 3\frac{3}{4}, n \in \mathbb{Z}.$$

Звідси $n = 0, n = 1, n = 2, n = 3$ — цілі значення n , що задовольняють нерівність.
Відповідь. В.

Вправи для корегування

16. Знайдіть всі розв'язки заданого рівняння, які задовольняють зазначені умови:

$$1) \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -1, -\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}; \quad 2) \operatorname{ctg}(-x) = \frac{1}{\sqrt{3}}, 0 < x < 2\pi.$$

Завдання 16

Варіант 1. Установіть відповідність між тригонометричною нерівністю (1–3) та розв'язками (А–Д) нерівності.

Нерівність

1 $\sin x \geq 1$

2 $\sin x \leq -1$

3 $\sin x < 1$

Розв'язки нерівності

А $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Б $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + 2\pi n \right\}, n \in \mathbb{Z}$

В $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Г $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + 2\pi n \right\}, n \in \mathbb{Z}$

Д $x \in \mathbb{R}$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐

Відповідь. 1 – А, 2 – В, 3 – Б.

Варіант 2. Установіть відповідність між тригонометричною нерівністю (1–3) та її розв'язками (А–Д).

Нерівність

1 $\cos x \geq 1$

2 $\cos x \leq -1$

3 $\cos x < 1$

Розв'язки нерівності

А $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Б $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + 2\pi n\}, n \in \mathbb{Z}$

В $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Г $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\pi n\}, n \in \mathbb{Z}$

Д $x \in \mathbb{R}$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐

Відповідь. 1 – В, 2 – А, 3 – Г.

Вправи для корегування

17. Розв'яжіть нерівності:

1) $\sin 3x \leq 1$;

2) $\cos 5x < 1$;

3) $\cos \frac{x}{3} \geq -1$;

4) $\sin 4x < 1$;

5) $\cos 7x \geq 1$;

6) $\sin 8x \geq 1$.

Завдання 17

Варіант 1. Установіть відповідність між рівнянням (1 – 3) та множиною коренів (А–Д) рівняння.

Рівняння

1 $\sin x \cos 6x - \cos x \sin 6x = -1$

2 $2 \sin 6x \cos 6x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

3 $\sin 2x = (\cos x - \sin x)^2$

Множина коренів

А $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{48} + \frac{\pi}{12}n, n \in \mathbb{Z}$

Б $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z}$

В $\frac{3\pi}{2} + 6\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Г $\frac{\pi}{10} + \frac{2\pi}{5}n, n \in \mathbb{Z}$

Д $\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}n, n \in \mathbb{Z}$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐

Відповідь. 1 – Г, 2 – А, 3 – Б.

Варіант 2. Установіть відповідність між рівнянням (1–3) та множиною коренів (А–Д) рівняння.

Рівняння

1 $\cos 3x = \frac{1}{2}$

2 $\cos^2 0,5x - \sin^2 0,5x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

3 $\cos 3x \cos x - \sin 3x \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Множина коренів рівняння

А $\pm \frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z}$

Б $\frac{3\pi}{2} + 3\pi n, n \in \mathbb{Z}$

В $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Г $\pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}n, n \in \mathbb{Z}$

Д $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}n, n \in \mathbb{Z}$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐

Відповідь. 1 – Г, 2 – В, 3 – А.

Вправи для корегування

18. Розв'яжіть нерівність:

1) $\sin x \cdot \cos \frac{\pi}{8} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{8} = \frac{1}{2};$

2) $\cos x \cdot \cos \frac{\pi}{5} + \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{5} = \frac{\sqrt{3}}{2};$

3) $\sin x \cos x \cos 2x = 0,125;$

4) $8 \cos x \sin x (\sin x - \cos x) (\sin x + \cos x) = \sqrt{3}.$

Завдання 18

Варіант 1. Установіть відповідність між функцією (1 – 3) та її властивостями (А–Д).

Функція	Властивості функції	А	Б	В	Г	Д
1 $y = \arccos x$	А Функція непарна.	1	☐	☐	☐	☐
2 $y = \arccos \frac{x}{3}$	Б Областю визначення функції є проміжок $[-3; 3]$.	2	☐	☐	☐	☐
3 $y = \arcsin 3x$	В Множиною значень функції є проміжок $(-\pi; \pi)$.	3	☐	☐	☐	☐
	Г Множиною значень функції є проміжок $(0; \pi)$.					
	Д Областю визначення функції є проміжок $[-1; 1]$.					

Відповідь. 1 – Д, 2 – Б, 3 – А.

Варіант 2. Установіть відповідність між функцією (1–3) та властивостями (А–Д) функції.

Функція	Властивість функції	А	Б	В	Г	Д
1 $y = \arcsin x$	А Функція ні парна, ні непарна.	1	☐	☐	☐	☐
2 $y = \arcsin \frac{x}{4}$	Б Областю визначення функції є проміжок $[-4; 4]$.	2	☐	☐	☐	☐
3 $y = \arccos 4x$	В Множиною значень функції є проміжок $(0; \pi)$.	3	☐	☐	☐	☐
	Г Функція зростає на множині дійсних чисел.					
	Д Областю визначення функції є проміжок $[-1; 1]$.					

Відповідь. 1 – Д, 2 – Б, 3 – А.

Вправи для корегування

19. Знайдіть область визначення та множину значень функції:

- | | |
|-------------------------------------|---|
| 1) $y = 2 \operatorname{arctg} x$; | 2) $y = 1,5 \arcsin x - \frac{\pi}{2}$; |
| 3) $y = -\frac{1}{2} \arccos x$; | 4) $y = \pi - 2 \operatorname{arctg} x$. |

Завдання 19

Варіант 1. Обчисліть: $\frac{1}{\pi} \left(6 \operatorname{arctg} \sqrt{3} - 4 \arcsin 1 + 8 \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$.

Розв'язання.
$$\frac{1}{\pi} \left(6 \operatorname{arctg} \sqrt{3} - 4 \arcsin 1 + 8 \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{1}{\pi} \left(6 \cdot \frac{\pi}{3} - 4 \cdot \frac{\pi}{2} + 8 \cdot \frac{\pi}{4} \right) =$$

$$= \frac{1}{\pi} (2\pi - 2\pi + 2\pi) = \frac{1}{\pi} \cdot 2\pi = 2.$$

Відповідь. 2.

Варіант 2. Обчисліть: $\frac{1}{\pi} \left(18 \arcsin \left(-\frac{1}{2} \right) - 12 \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + 8 \operatorname{arctg} 1 \right)$.

Розв'язання.
$$\frac{1}{\pi} \left(18 \arcsin \left(-\frac{1}{2} \right) - 12 \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + 8 \operatorname{arctg} 1 \right) =$$

$$= \frac{1}{\pi} \left(18 \cdot \left(-\frac{\pi}{6} \right) - 12 \cdot \frac{\pi}{6} + 8 \cdot \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{\pi} (-3\pi - 2\pi + 2\pi) = \frac{1}{\pi} \cdot (-3\pi) = -3$$

Відповідь. -3.

Вправи для корегування

20. Обчисліть:

- 1) $\arcsin 1 + \arccos 1 + \operatorname{arctg} 1 + \operatorname{arcctg} 1$;
- 2) $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \operatorname{arcctg} 0$;
- 3) $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \arccos 0 + \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \operatorname{arcctg} \frac{1}{\sqrt{3}}$;
- 4) $\arcsin \left(-\frac{1}{2} \right) + \arccos \left(-\frac{1}{2} \right) + \operatorname{arctg} 0 + \operatorname{arcctg}(-\sqrt{3})$.

Завдання 20

Варіант 1. Знайдіть (у градусах) найменше додатне значення y , якщо $(x; y)$ — розв'язок

$$\text{системи рівнянь} \begin{cases} \cos x - 2 \sin y = 1, \\ x + y = \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\text{Розв'язання.} \begin{cases} \cos x - 2 \sin y = 1, \\ x + y = \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Оскільки $x = \frac{\pi}{2} - y$, то $\cos \left(\frac{\pi}{2} - y \right) - 2 \sin y = 1$, $\sin y - 2 \sin y = 1$, $\sin y = -1$,

$$y = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Якщо $n \leq 0$, то $y < 0$.

Якщо $n = 1$, то $y = \frac{3\pi}{2}$, що у градусах дорівнює 270° .

Якщо $n > 1$, то $y > \frac{3\pi}{2}$.

Відповідь. 270° .

Варіант 2. Знайдіть (у градусах) найбільше від'ємне значення y , якщо $(x; y)$ — розв'язок

$$\text{зок системи рівнянь} \begin{cases} \cos x - \cos y = \sqrt{2}, \\ x + y = \pi. \end{cases}$$

$$\text{Розв'язання.} \begin{cases} \cos x - \cos y = \sqrt{2}, \\ x + y = \pi. \end{cases}$$

Оскільки $x = \pi - y$, то $\cos(\pi - y) - \cos y = \sqrt{2}$, $-\cos y - \cos y = \sqrt{2}$, $\cos y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$y = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Найбільшим від'ємним значенням y є $-\frac{3\pi}{4}$, що у градусах становить -135° .

Відповідь. -135° .

Вправи для корегування

21. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} x - y = \frac{\pi}{3}, \\ \cos x + \cos y = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x - y = 60^\circ, \\ \cos x + \cos y = 1,5. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \sin x + \sin y = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \sin x + \cos y = \sqrt{2}. \end{cases}$$

Завдання 21

Варіант 1. Визначте кількість цілих (у радіанах) розв'язків нерівності $-\frac{1}{2} \leq \cos x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ на проміжку $[0; 2\pi]$.

Розв'язання. Якщо на одиничному колі побувати множину точок, абсциси яких більші за $-\frac{1}{2}$ і менші від $\frac{\sqrt{3}}{2}$, то з урахуванням проміжку $[0; 2\pi]$, запишемо:

$$\begin{cases} \frac{\pi}{6} < x < \frac{2\pi}{3}, \\ \frac{4\pi}{3} < x < \frac{11\pi}{6}. \end{cases}$$

Кути величиною 1 рад, 2 рад та 5 рад задовольняють систему нерівностей.

Відповідь. Три.

Варіант 2. Визначте кількість цілих (у радіанах) розв'язків нерівності $-\frac{1}{2} \leq \sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ на проміжку $[0; 2\pi]$.

Розв'язання. Якщо на одиничному колі побувати множину точок, абсциси яких більші за $-\frac{1}{2}$ і менші від $\frac{\sqrt{3}}{2}$, то з урахуванням проміжку $[0; 2\pi]$, запишемо:

$$\begin{cases} -\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{3}, \\ \frac{2\pi}{3} < x < \frac{7\pi}{6}. \end{cases}$$

Кути величиною 0 рад, 1 рад, 3 рад та 6 рад задовольняють систему нерівностей.

Відповідь. Чотири.

Вправи для корегування

22. Розв'яжіть нерівність:

$$1) -\frac{1}{2} \leq \sin x < \frac{1}{4};$$

$$2) -\frac{\sqrt{3}}{2} < \cos x \leq -\frac{1}{2};$$

$$3) \frac{1}{3} \leq \sin x < \frac{1}{2};$$

$$4) -\frac{1}{2} < \cos x \leq \frac{1}{4};$$

$$5) -2 < \operatorname{tg} x < 3;$$

$$6) -4 < \operatorname{ctg} x < 1,5.$$

Завдання 22

Варіант 1. Обчисліть: $\cos\left(2\operatorname{arctg}\sqrt{3} + \operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Розв'язання. $\cos\left(2\operatorname{arctg}\sqrt{3} + \operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \pi = -1$.

Відповідь. -1 .

Варіант 2. Обчисліть: $\sin\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}} + \operatorname{arctg}\sqrt{3}\right)$.

Розв'язання. $\sin\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}} + \operatorname{arctg}\sqrt{3}\right) = \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{2} = 1$.

Відповідь. 1 .

Вправи для корегування

23. Обчисліть:

1) $\operatorname{tg}\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \operatorname{arctg}(-\sqrt{3})\right)$;

2) $\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \operatorname{arctg}1 + \arccos 0 + \operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

IV. Рефлексія

Зобразіть сходи успіху і позначте свій рівень розуміння вивченої теми.

1 сходинка — «Мені важко, потрібно ще попрацювати».

2 сходинка — «Я щось зрозумів/зрозуміла, але ще маю запитання».

3 сходинка — «Можу розв'язувати завдання самостійно».

4 сходинка — «Можу пояснити завдання іншим».

